



Asservissement visuel en vision omnidirectionnelle

Hicham Hadj-Abdelkader

► To cite this version:

Hicham Hadj-Abdelkader. Asservissement visuel en vision omnidirectionnelle. Automatique / Robotique. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2006. Français. NNT : 2006CLF21699 . tel-00659584

HAL Id: tel-00659584

<https://theses.hal.science/tel-00659584>

Submitted on 13 Jan 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : D.U : 1699
EDSPIC : 360

UNIVERSITE BLAISE PASCAL - CLERMONT II
ECOLE DOCTORALE
SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR DE CLERMONT-FERRAND

THÈSE

Présentée par

HICHAM HADJ-ABDELKADER

DEA CSTI

pour obtenir le grade de

Docteur d'Université

Specialite : VISION POUR LA ROBOTIQUE

Titre de la thèse :

Asservissement visuel en vision omnidirectionnelle

Soutenue publiquement le 30 Novembre 2006 devant le jury :

M. Bernard	ESPIAU	Président
M. François	CHAUMETTE	Rapporteur et examinateur
M. El Mustapha	MOUADDIB	Rapporteur et examinateur
M. Nicolas	ANDREFF	Examineur
M. Michel	DHOME	Examineur
M. Ezio	MALIS	Examineur
M. Youcef	MEZOUAR	Examineur
M. Philippe	MARTINET	Directeur de thèse

A ma mère, A ma mère, A ma mère
A mon père
A mon frère et mes soeurs
A mon neveu Akram

Remerciements

Ce travail a été réalisé au LASMEA (LABoratoire des Sciences et Matériaux pour l'Electronique, et d'Automatique), au sein de l'équipe GRAVIR (Groupe Automatique, Vision et Robotique).

Je tiens à remercier Bernard ESPIAU, Directeur de Recherche à l'INRIA Rhône-Alpes, pour avoir présidé le jury.

François Chaumette, Directeur de Recherche à l'IRISA-INRIA Rennes, et El-Mustapha Mouaddib, Professeur à l'Université de Picardie Jules Verne-Amiens, pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Leur regard critique et leur nombreux commentaires m'ont permis d'améliorer significativement la qualité du manuscrit.

Je remercie également Michel Dhome, Directeur de Recherche au CNRS - Clermont Ferrand, et Ezio Malis, Chargé de Recherche à l'INRIA Sophia Antipolis, d'avoir examiné avec rigueur ce travail de thèse.

J'adresse un chaleureux merci à Philippe MARTINET, professeur à l'IFMA (Institut Français de Mécanique Avancée), qui a été mon directeur de thèse. Il a su m'accorder sa confiance et me laisser exprimer mes intuitions, tout en recadrant mon travail.

Je souhaite exprimer toute ma gratitude à Nicolas ANDREFF, Maître de Conférences à l'IFMA, pour sa disponibilité durant ces trois années de thèse qu'il a co-encadré avec rigueur, et pour ses conseils indispensables.

Il n'est pas de mots suffisants pour remercier assez mon encadrant principal Youcef MEZOUAR, Maître de Condérence à l'Université Blaise Pascal, pour sa gentillesse, sa bonne humeur et son optimisme inébranlable. Il m'a accordé sa confiance et a toujours été présent pour me soutenir.

Je voudrais enfin remercier tous ceux qui m'ont entouré durant ces trois années : les membres du LASMEA que je ne citerai pas de peur d'en oublier, ma famille, mon cousin Med et sa famille, la famille BOM, et les amis proches.

Enfin, un merci particulier à mes parents et Tanaz qui ont contribué pour moitié à mon travail par leur patience et leur bonne humeur.

Table des matières

1	Introduction	7
2	Modélisation en vision omnidirectionnelle	13
2.1	Espace projectif et transformation homogène	13
2.1.1	Modèle sténopé d'une caméra perspective	15
2.2	Vision omnidirectionnelle	16
2.3	Systèmes catadioptriques	18
2.3.1	Systèmes catadioptriques non centraux	20
2.4	Géométrie des systèmes catadioptriques centraux	22
2.4.1	Contrainte du point central unique	22
2.5	Modélisation de la caméra catadioptrique centrale	34
2.5.1	Modèle de projection des points	34
2.5.2	Modèle unifié avec une sphère virtuelle	37
2.5.3	Transformation projective inverse et image perspective virtuelle	40
2.6	Projection catadioptrique de droites 3D	40
2.6.1	Les droites 2D	41
2.6.2	Les droites 3D - Les coordonnées Plückeriennes	42
2.6.3	Image perspective de droites 3D	42
2.6.4	Image catadioptrique d'une droite 3D	44
2.7	Les droites polaires	46
2.8	Conclusion	50
3	Géométrie projective en vision omnidirectionnelle	51
3.1	Reconstruction projective et euclidienne en vision conventionnelle . .	52
3.1.1	La contrainte épipolaire sous forme matricielle	52
3.1.2	Estimation de la géométrie épipolaire et du déplacement de la caméra	54
3.2	Géométrie épipolaire en vision omnidirectionnelle	56
3.2.1	La contrainte épipolaire	56
3.3	Homographie : cas des points	60
3.4	Homographie : cas des droites	66
3.4.1	Effets des erreurs d'étalonnage	70
3.4.2	Estimation de \mathbf{G}	72

3.4.2.1	Erreur algébrique entre les droites polaires	72
3.4.2.2	Erreur algébrique entre point et droite	73
3.4.2.3	Distance géométrique point-droite	74
3.5	Résultats de simulation	74
3.5.1	Cas d'un ensemble de points coplanaires	75
3.5.2	Cas d'un ensemble de droites coplanaires (droites polaires) . .	79
3.5.3	Application à la planification de trajectoire dans l'espace image	81
3.5.3.1	Résultats	84
3.6	Conclusion	86
4	Asservissement visuel omnidirectionnel	89
4.1	Asservissement visuel	89
4.1.1	La commande en asservissement visuel	91
4.1.2	Formalisme de la fonction de tâche en commande référencée vision	92
4.1.3	Les techniques d'asservissement visuel	97
4.1.3.1	Asservissement visuel 2D	97
4.1.3.2	Asservissement visuel 3D	98
4.1.3.3	Asservissement visuel hybride	99
4.2	Asservissement visuel catadioptrique	100
4.2.1	Quelques travaux récents en commande de robots par vision omnidirectionnelle	101
4.2.2	Cas des points	102
4.2.2.1	Matrice d'interaction d'un point	102
4.2.2.2	Asservissement visuel catadioptrique 2D1/2	104
4.2.2.3	Asservissement visuel catadioptrique découplé	107
4.2.2.4	Analyse de la robustesse vis-à-vis des erreurs d'esti- mation de profondeurs	108
4.2.3	Cas des droites	108
4.2.3.1	Matrice d'interaction des coordonnées de Plücker	109
4.2.3.2	Matrice d'interaction pour les coniques	110
4.2.3.3	Matrice d'interaction pour les droites polaires	112
4.2.3.4	Matrice d'interaction découplée basée homographie	112
4.2.3.5	Analyse de la robustesse vis-à-vis des erreurs d'esti- mation de profondeurs	114
4.3	Conclusion	115
5	Résultats	117
5.1	Résultats de simulation	117
5.1.1	Asservissement visuel catadioptrique à partir de points	118
5.1.1.1	AV2D : Déplacement générique	118
5.1.1.2	AV2D : Rotation pure	119
5.1.1.3	AV2D : Translation pure	119

5.1.1.4	Résumé	120
5.1.1.5	AV2D1/2 : Déplacement générique	129
5.1.1.6	AV2D1/2 : Rotation pure	129
5.1.1.7	AV2D1/2 : Translation pure	129
5.1.1.8	Résumé	130
5.1.1.9	AVDécoup : Déplacement générique	140
5.1.1.10	AVDécoup : Rotation pure	140
5.1.1.11	AVDécoup : Translation pure	140
5.1.1.12	Résumé	140
5.1.2	Effets des bruits de mesure, des erreurs d'étalonnage et d'estimation des profondeurs	141
5.1.2.1	AV2D	141
5.1.2.2	AV2D1/2	146
5.1.2.3	AVDécoup	147
5.1.3	Asservissement visuel catadioptrique à partir des droites	148
5.1.3.1	AV2D : Déplacement générique	148
5.1.3.2	AV2D : Rotation pure	149
5.1.3.3	AV2D : Translation pure	149
5.1.3.4	Résumé	149
5.1.3.5	AVDécoup : Déplacement générique	157
5.1.3.6	AVDécoup : Rotation pure	157
5.1.3.7	AVDécoup : Translation pure	157
5.1.3.8	Résumé	157
5.1.4	Effets des bruits de mesure, d'erreurs d'étalonnage et des paramètres 3D	159
5.1.4.1	AV2D	162
5.1.4.2	AVDécoup	163
5.2	Résultats expérimentaux	164
5.2.1	Conditions expérimentales	164
5.2.2	Asservissement visuel catadioptrique à partir de points	167
5.2.3	Asservissement visuel catadioptrique à partir de droites	167
5.3	Bilan	174
6	Conclusion	177
A	Matrice d'interaction générique pour les points	183
A.1	Modèle de projection générique	183
A.2	Calcul de la matrice d'interaction associée au modèle de projection A.1	183
A.3	Solution exacte de η	190
B	Singularités du modèle de projection	193
B.1	Cas d'une caméra para-catadioptrique	193
B.2	Cas d'un capteur catadioptrique de paramètre $\xi < 1$	193

C	Lissage 3D de conique	195
D	Asservissement visuel avec la représentation (ρ, θ)	197
E	Quelques résultats expérimentaux sur le robot cartésien AFMA	201
E.1	Asservissement visuel catadioptrique à partir de points	201
E.1.1	AV2D	201
E.1.2	AV2D1/2	207
E.1.3	AVDécoup	212
E.2	Asservissement visuel catadioptrique à partir de droites	212
F	Application d'un suivi de droite par un robot mobile non holonome	219
F.0.1	Problématique	219
F.0.2	Formulation du problème dans l'espace image	220
F.0.3	Loi de commande	222
F.0.4	Résultats de simulation	225
F.0.5	Résultats expérimentaux	227
	Publications	247

Chapitre 1

Introduction

La vision panoramique (figure 1.1) a pris un essor considérable ces dernières années. En effet, les caméras conventionnelles fournissent un champ de vue restreint de l'environnement dans lequel elles sont plongées, ce qui peut-être très contraignant. De nombreuses applications comme la surveillance, la téléconférence, la reconstruction 3D ou encore la réalité augmentée peuvent bénéficier d'une vue panoramique [Boult 00, Taylor 02, Sturm 02, Peleg 01].



FIG. 1.1: Image omnidirectionnelle et son développement panoramique.

La vision panoramique peut également être très avantageusement exploitée dans le cadre d'applications robotiques. Il n'est donc pas étonnant que les chercheurs du domaine aient proposé son utilisation, par exemple pour la localisation de robot mobile [Blaer 02, Marhic 00], la navigation [Winter 00], la coopération [Spletzer 01] ou l'évitement d'obstacle [Yamazawa 95].

La figure 1.2 montre clairement l'avantage des caméras panoramiques : une seule image panoramique correspond à une série d'images acquises par une caméra conventionnelle. L'accroissement du champ visuel permet ainsi de réaliser des déplacements



FIG. 1.2: Champ visuel.

dans un espace de travail plus important. Deux stratégies ont été proposées afin d'obtenir un champ de vision important. La première consiste à combiner un ensemble d'images acquises par une ou plusieurs caméras conventionnelles pour construire une mosaïque [Shum 00]. La seconde consiste à utiliser des lentilles spécifiques permettant d'élargir le champ visuel d'une caméra conventionnelle. La troisième, qui nous intéresse plus particulièrement, consiste à combiner des miroirs à un système de capteur d'image classique [Hecht 74]. La caméra résultante est alors dite catadioptrique. Les avantages de cette seconde méthode sont la facilité de mise en oeuvre et le temps nécessaire à l'obtention d'une image panoramique.

Afin de simplifier les traitements (d'un point de vue théorique et pratique), il est souhaitable qu'un capteur catadioptrique ait un point central unique, c'est-à-dire que les droites liant un point de l'espace et sa projection sur le miroir passent toutes par un point unique appelé point central de projection. Sous cette contrainte, chaque pixel sur le plan image mesure la luminance du rayon qui passe par le point central dans une direction particulière et connue. De tels capteurs sont appelés systèmes catadioptriques centraux.

Comme précisé précédemment, les caméras catadioptriques à centre de projection unique combinent deux caractéristiques importantes : un centre de projection unique et un champ de vision important. Cependant la fonction de projection liant les points 3D et leurs projections dans l'image est fortement non-linéaire. La contrainte du point central unique assure que des images perspectives géométriquement correctes peuvent être générées à partir des images panoramiques. Une stratégie pour utiliser ces capteurs en robotique consiste alors à générer et utiliser l'image perspective plutôt que l'image panoramique. Cette stratégie est coûteuse en terme de temps

de calcul et nécessite un étalonnage parfait du capteur. Dans ce document, nous utilisons directement l'image panoramique sans transformation préalable.

Par conséquent, nous pensons que, parmi tous les capteurs d'images panoramiques, un capteur catadioptrique central est le plus adapté à la commande de systèmes robotiques, notamment pour ses propriétés de rapidité qui permettent d'envisager une exploitation des images en temps-réel.

Plus précisément, l'objectif des travaux présentés dans ce document est d'exploiter au mieux le champ de vision des caméras catadioptriques centrales dans le cadre de l'asservissement visuel. En effet, l'asservissement visuel consiste à intégrer des informations issues d'une ou de plusieurs caméras, dans la boucle de commande des systèmes robotiques. L'environnement 3D du robot est ainsi perçu à travers sa projection sur la rétine de l'imageur, ce qui permet un élargissement important de l'efficacité et de la flexibilité du domaine d'application de la robotique, et une amélioration considérable de la précision obtenue. Les approches classiques d'asservissement visuel sont basées sur la régulation à zéro du signal d'erreur entre les informations visuelles courantes et désirées. Cette erreur est régulée, soit dans l'image 2D, soit dans l'espace 3D, soit encore simultanément dans l'image 2D et l'espace 3D. Dans ces trois approches, on suppose qu'il existe un lien entre les images initiale, courante et désirée. En effet, elles requièrent la mise en correspondance de primitives visuelles extraites de l'image initiale avec celles extraites de l'image désirée. Ces primitives sont ensuite suivies lors du mouvement de la caméra (et/ou de l'objet). Si une de ces étapes échoue, la tâche robotique ne pourra pas être réalisée, par exemple, s'il est impossible d'extraire des primitives visuelles communes aux images initiale et désirée ou si les primitives visuelles sortent du champ de vision durant le mouvement de la caméra (et/ou de l'objet) (voir figure 1.3). La perception de l'environnement et donc les déplacements du système robotique contrôlé par asservissement visuel sont donc limités par le champ de vue du capteur.

Quelques travaux se sont intéressés à résoudre ce problème par des techniques de planification de trajectoires [Mezouar 02], de commande réactive [Corke 00, Chesi 03], d'ajustement du zoom [Benhimane 03] ou de considérations géométriques et topologiques [Cowan 02, Thuilot 02b]. Cependant, de telles stratégies sont souvent difficiles à mettre en œuvre.

Comme nous l'avons vu, l'utilisation d'une caméra panoramique permet naturellement d'élargir le domaine de perception de l'environnement. Il s'agit alors de proposer les outils adéquats pour la modélisation géométrique et cinématique des informations extraites de l'image panoramique pour lier les primitives visuelles dans l'image et pour construire des lois de commande efficaces.

Le Chapitre 2 aborde les problèmes de modélisation en vision omnidirectionnelle. Nous y dressons un bref état de l'art en vision omnidirectionnelle focalisé sur les caméras catadioptriques centrales. Nous discutons ensuite les modèles de projection des points et des droites pour de telles caméras. Nous introduisons à la fin de ce chapitre, la notion de droites polaires afin de simplifier les équations de projection relatives aux droites. En effet, cette notion de droite polaire est un outil algébrique

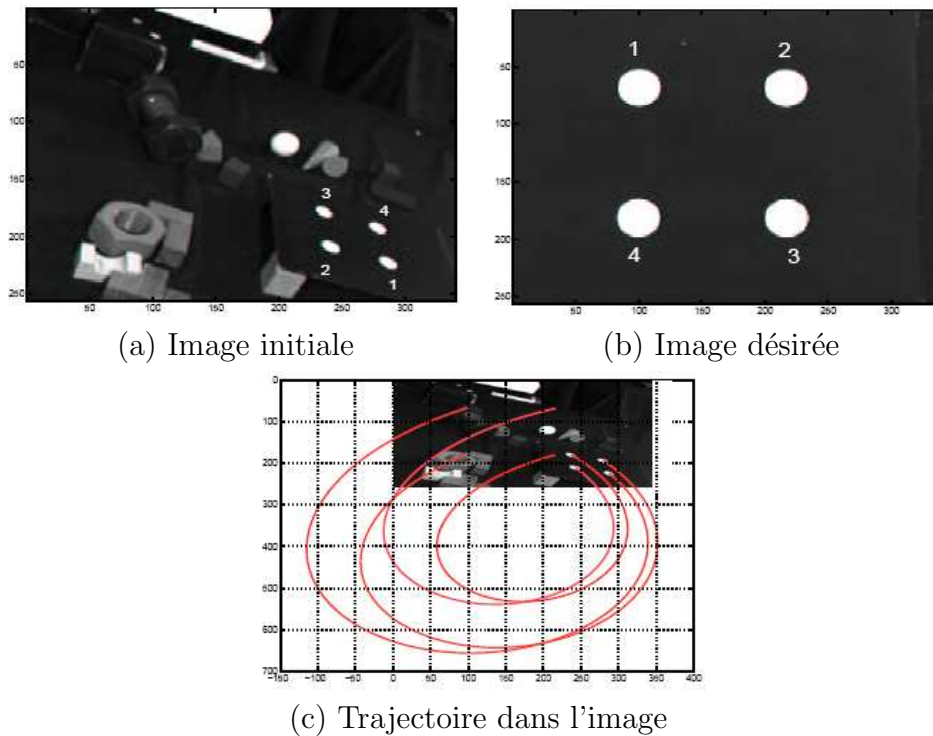


FIG. 1.3: Trajectoire dans l'image : sortie du champ de vision [Mezouar 01].

qui permet de surmonter la non-linéarité du modèle de projection avec une faible connaissance de l'étalonnage de la caméra (seul le point principal doit être connu).

Dans le Chapitre 3, nous décrivons brièvement dans un premier temps, les problèmes de la reconstruction projective et euclidienne lorsqu'une caméra conventionnelle est utilisée. Ensuite, nous présentons les principaux résultats de la littérature sur ce sujet lorsqu'une caméra catadioptrique centrale est utilisée. Nous montrons dans ce chapitre comment la transformation homographique contenant le déplacement du capteur peut être obtenue à partir des images panoramiques d'un ensemble de points ou de droites. Dans le cas des points et sous l'hypothèse incontournable de la connaissance de l'étalonnage de la caméra, une reconstruction euclidienne du déplacement à partir d'une matrice d'homographie liant les coordonnées de points projetés dans les deux images est possible. En revanche, lorsque la cible est composée d'un ensemble de droites, nous proposons d'utiliser les droites polaires associées aux droites projetées. Ceci nous amène d'abord à montrer que sans connaissance préalable sur l'étalonnage de la caméra, il est possible de procéder à une estimation simple du point principal et à partir de là à une reconstruction projective du déplacement entre deux images. Puis, avec la connaissance additionnelle des autres paramètres d'étalonnage, nous remontons de manière classique à une reconstruction euclidienne.

Le Chapitre 4 sera consacré à l'asservissement visuel omnidirectionnel. Dans

une première partie de ce chapitre, nous présentons un bref état de l'art sur les différentes techniques d'asservissement visuel. Ensuite, la seconde partie sera focalisée sur le couplage vision omnidirectionnelle et asservissement visuel. Nous traitons dans ce cadre deux types de primitives visuelles : points et droites. Pour ce faire, il est nécessaire de modéliser l'effet d'un mouvement dans l'espace sur la variation dans l'image, ce qui passe par la définition d'une matrice dite d'interaction. Dans le cas des points, nous reformulons la matrice d'interaction associée aux coordonnées d'un point dans une image catadioptrique centrale. Puis, nous étendons la méthode d'asservissement visuel 2D 1/2, connue dans le cas d'une caméra perspective conventionnelle, au cas plus général d'une caméra catadioptrique centrale (incluant le cas perspectif). Cette méthode permet ainsi de découpler partiellement la commande en rotation de la commande en translation : un mouvement de translation n'a pas d'effet sur la mesure de l'erreur d'orientation. De manière plus originale, nous proposons une méthode d'asservissement visuel omnidirectionnel découplant complètement les commandes de rotation et de translation. Dans le cas des droites, nous proposons un paramétrage minimal de la projection d'une droite dans une image catadioptrique centrale, sur laquelle nous construisons une commande inédite. Puis, en utilisant la notion de droite polaire, nous montrons qu'il est immédiat de ramener l'asservissement visuel omnidirectionnel de droites à l'asservissement visuel perspectif de droites. Enfin, comme pour les points, nous proposons également un schéma de commande découplant complètement les commandes en rotation et en translation.

Enfin, le dernier chapitre sera consacré aux résultats de simulation et aux résultats expérimentaux sur la plate-forme robotique du LASMEA.

Chapitre 2

Modélisation en vision omnidirectionnelle

Dans ce chapitre, quelques résultats de géométrie projective permettant de caractériser de manière simple les transformations rigides de l'espace Cartésien et les transformations projectives réalisées par la caméra sont présentés. Nous rappelons également quelques éléments permettant la description d'une caméra réalisant une projection perspective. Un bref état de l'art concernant la vision omnidirectionnelle et plus particulièrement les systèmes catadioptriques est dressé. La géométrie caractérisant les caméras catadioptriques à centre de projection unique est ensuite décrite. La projection des points et des droites de l'espace est étudiée en détail. Nous verrons qu'une droite se projette en une conique dans l'image obtenue avec une caméra catadioptrique à centre de projection unique. Afin de simplifier le modèle de projection de droite 3D, la notion de droites polaires associées à une conique est finalement introduite. Nous aurons recours à de nombreuses reprises aux résultats de ce chapitre dans toute la suite du document.

2.1 Espace projectif et transformation homogène

La géométrie projective constitue un outil puissant de modélisation en vision par ordinateur et est de ce fait très utilisée dans ce domaine. Elle permet une résolution élégante de problèmes primordiaux en vision, citons par exemple :

- l'estimation du déplacement partiel de la caméra entre deux prises de vue et la reconstruction de scène à partir de plusieurs images [Faugeras 87], [Faugeras 88], [Hartley 92], [Huang 89], [Vieille 96],
- l'estimation des paramètres de la caméra [Zhang 96],
- l'indexation d'images par utilisation d'invariants projectifs [Schmid 97],
- le positionnement d'un robot relativement à une scène inconnue [Malis 99].

La caméra est un capteur qui réalise une projection d'un ensemble d'entités géométriques d'une scène tridimensionnelle dans un espace à deux dimensions : le plan image. Le cadre naturel pour étudier de manière simple de telles transforma-

tions est la géométrie projective. L'extension de l'espace cartésien \mathbb{R}^n , de dimension n , en l'espace projectif \mathbb{P}^n de dimension $n + 1$ permet de manipuler simplement les transformations affines agissant sur \mathbb{R}^n . En effet, cette opération va permettre de formuler linéairement ce type de transformation mais aussi de manipuler des entités géométriques à l'infini.

Soit $\mathbf{X} = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_n]^\top \in \mathbb{R}^n$ le vecteur des coordonnées cartésiennes d'un point \mathcal{X} de l'espace euclidien de dimension n . Ce point peut être décrit, à un facteur d'échelle près λ non nul ($\lambda \in \mathbb{R}^*$) dans l'espace projectif \mathbb{P}^n par ces coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{X}} = [\lambda X_1 \ \lambda X_2 \ \dots \ \lambda X_n \ \lambda]^\top \in \mathbb{R}^{n+1}$. Les coordonnées du point \mathcal{X} dans l'espace euclidien peuvent être obtenues en divisant toutes les coordonnées par la dernière coordonnée projective. Le vecteur $\underline{\mathbf{X}} = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_n \ 0]^\top$ représente une direction dans l'espace euclidien, ce qui correspond à un point à l'infini.

Plaçons-nous maintenant dans l'espace euclidien de dimension 3 et fixons, sans perte de généralité la dernière coordonnée de $\underline{\mathbf{X}}$ à 1. Soit \mathcal{F}_a et \mathcal{F}_b deux repères de cet espace. La matrice de transformation homogène entre \mathcal{F}_a et \mathcal{F}_b est :

$${}^a\mathbf{T}_b = \begin{pmatrix} {}^a\mathbf{R}_b & {}^a\mathbf{t}_b \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

où ${}^a\mathbf{R}_b$ et ${}^a\mathbf{t}_b$ sont respectivement la matrice de rotation et le vecteur de translation entre les repères \mathcal{F}_a et \mathcal{F}_b (les indices a à gauche et b à droite signifiant que le repère \mathcal{F}_b est exprimé dans le repère \mathcal{F}_a). La transformation inverse est donnée par :

$${}^b\mathbf{T}_a = \begin{pmatrix} {}^b\mathbf{R}_a & {}^b\mathbf{t}_a \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^a\mathbf{R}_b^\top & -{}^a\mathbf{R}_b^\top {}^a\mathbf{t}_b \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Ces matrices de transformation homogène permettent d'exprimer, de manière très simple, le changement de coordonnées homogènes des points et des plans dans l'espace cartésien.

- Un point \mathcal{X} de coordonnées homogènes ${}^a\underline{\mathbf{X}}$ dans \mathcal{F}_a aura pour coordonnées homogènes ${}^b\underline{\mathbf{X}}$ dans \mathcal{F}_b :

$${}^b\underline{\mathbf{X}} = {}^b\mathbf{T}_a {}^a\underline{\mathbf{X}} \quad (2.3)$$

- Un plan (Π) représenté par le vecteur ${}^a\boldsymbol{\pi} = [{}^a\underline{\mathbf{n}}^\top \ {}^ad]^\top$ dans \mathcal{F}_a , où ${}^a\underline{\mathbf{n}}$ et ad sont respectivement son vecteur normal unitaire et sa distance à l'origine de \mathcal{F}_a , est exprimé dans \mathcal{F}_b par le vecteur ${}^b\boldsymbol{\pi} = [{}^b\underline{\mathbf{n}}^\top \ {}^bd]^\top$ avec :

$${}^b\boldsymbol{\pi} = {}^b\mathbf{T}_a^{-\top} {}^a\boldsymbol{\pi} \quad (2.4)$$

La situation d'un solide, auquel on a attaché un repère \mathcal{F}_b peut être représentée dans un second repère \mathcal{F}_a par la matrice homogène ${}^a\mathbf{T}_b$. Toutefois, une telle représentation est redondante car seulement trois variables indépendantes suffisent pour identifier une matrice de rotation dans le groupe SO_3 . Différentes représentations de la rotation sont possibles, comme par exemple les angles d'Euler ou les quaternions (quatre variables dépendantes). Par la suite, nous utiliserons la représentation $\mathbf{u}\theta$,

où \mathbf{u} représente le vecteur unitaire porté par l'axe de la rotation et θ représente l'angle de la rotation autour de cet axe.

Enfin dans la suite du document, nous utiliserons un certain nombre de repères définis comme suit :

- $\mathcal{F}_c(C, {}^cX, {}^cY, {}^cZ)$ est le repère lié à la caméra perspective (ou conventionnelle) où :
 - C est le centre de projection de la caméra,
 - cZ est confondu avec l'axe optique de la caméra,
 - cX et cY sont, respectivement, parallèles aux lignes et aux colonnes de l'image.
- $\mathcal{F}_m(M, {}^mX, {}^mY, {}^mZ)$ est le repère lié au miroir de révolution que nous définirons un peu plus loin.
- $\mathcal{F}_o(O, {}^oX, {}^oY, {}^oZ)$ est le repère dans lequel est défini la structure 3D (ou modèle géométrique 3D) de l'objet observé, lorsque ce modèle est disponible.

2.1.1 Modèle sténopé d'une caméra perspective

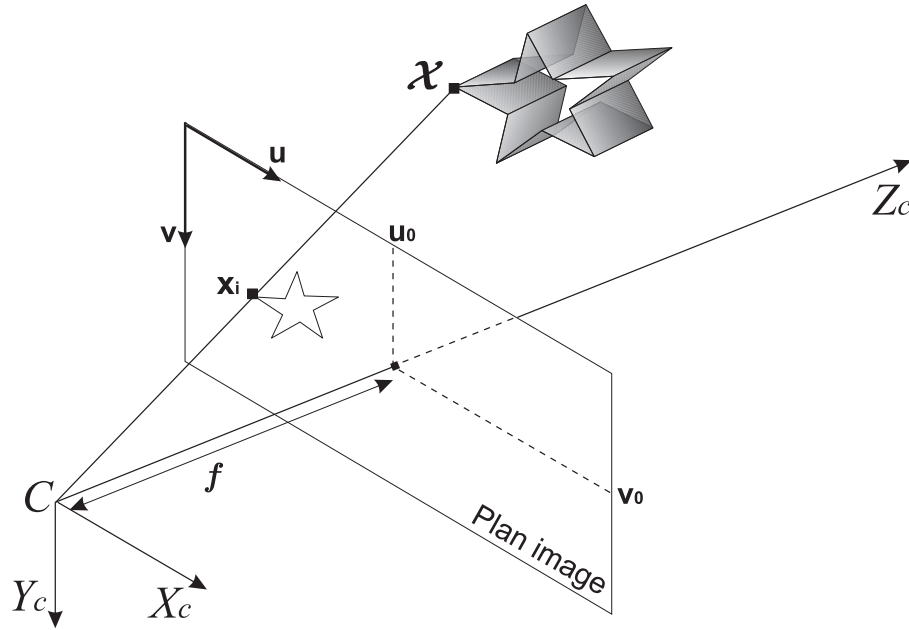


FIG. 2.1: Modélisation de la caméra perspective.

Une caméra perspective est décrite par le modèle projectif dit sténopé. En effet, la caméra réalise une projection perspective, de centre C (centre optique et origine de \mathcal{F}_c), des points de \mathbb{P}^3 sur le plan image \mathcal{I} en des points de \mathbb{P}^2 . La distance entre le centre optique C et le plan image \mathcal{I} est donnée par f , appelée distance focale. Cette transformation peut être présentée en trois étapes :

- étape 1 : Soit \mathcal{X} un point de \mathbb{P}^3 de coordonnées homogènes ${}^o\mathbf{X}$ dans le repère objet \mathcal{F}_o . Ce point est représenté dans le repère caméra \mathcal{F}_c par :

$${}^c\mathbf{X} = \begin{bmatrix} {}^cX & {}^cY & {}^cZ & 1 \end{bmatrix}^\top = {}^c\mathbf{T}_o {}^o\mathbf{X} \quad (2.5)$$

- étape 2 : Le point \mathcal{X} exprimé dans le repère caméra est projeté sur le plan image en un point de coordonnées projectives $\mathbf{x} = [fx \ fy \ f]^\top \in \mathbb{P}^2$ tel que :

$$\frac{{}^cZ}{f} \mathbf{x} = {}^c\mathbf{P} {}^c\mathbf{T}_o {}^o\mathbf{X} = {}^o\mathbf{P} {}^o\mathbf{X} \quad (2.6)$$

où ${}^c\mathbf{P} = [\mathbf{I}_3 \ 0]$ et ${}^o\mathbf{P} = [{}^c\mathbf{R}_o \ {}^c\mathbf{t}_o]$ sont respectivement les matrices de projection exprimées dans \mathcal{F}_c et \mathcal{F}_o . La distance focale f peut être fixée à $f = 1$, sans perte de généralité, car les coordonnées d'un point dans l'espace projectif sont définies à un facteur d'échelle près.

- étape 3 : La caméra effectue également une transformation projective des coordonnées homogènes métriques $\mathbf{x} = [x \ y \ 1]^\top$ en coordonnées homogènes exprimées en pixel $\mathbf{x}_i = [x_i \ y_i \ 1]^\top$ avec :

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{K}_c \mathbf{x} \quad (2.7)$$

où \mathbf{K}_c est la matrice 3×3 des paramètres intrinsèques de la caméra qui réalise le changement de coordonnées projectives dans \mathbb{P}^2 . Elle s'écrit :

$$\mathbf{K}_c = \begin{pmatrix} fk_u & fk_u \cot \phi & u_0 \\ 0 & \frac{fk_v}{\sin \phi} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_u & \alpha_{uv} & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

où k_u et k_v sont les facteurs d'échelles horizontal et vertical des pixels, u_0 et v_0 sont les coordonnées en pixel du point principal (défini par l'intersection entre l'axe optique et le plan image), et ϕ est l'angle entre les axes du repère image.

La transformation réalisée par la caméra perspective d'un point de \mathbb{P}^3 , exprimé dans le repère objet \mathcal{F}_o , en un point de \mathbb{P}^2 du plan image \mathcal{I} , est obtenue à partir des équations (2.6) et (2.7) et est donnée par :

$$\frac{{}^cZ}{f} \mathbf{x}_i = \mathbf{K}_c {}^o\mathbf{P} {}^o\mathbf{X} \quad (2.9)$$

Notons que le modèle projectif d'une caméra perspective est linéaire car la caméra est supposée être sans distortion.

2.2 Vision omnidirectionnelle

Les systèmes de vision artificielle à base de caméras dites conventionnelles et leurs applications connaissent depuis quelques décennies un important développement.



FIG. 2.2: Lentille Fisheye : (a) Lentille Nikon FC-E9 Fisheye Converter. (b) Image panoramique des étudiants de Biologie de l'université de Montréal, acquise par un capteur panoramique équipé d'une lentille Fisheye.

Cependant, ces types de caméra souffrent, pour certaines applications et en particulier dans le cadre de la robotique, d'un champ de vision restreint, qui ne dépasse pas les 60 degrés pour la plupart des caméras du commerce. Il existe d'autres caméras conventionnelles dont le champ de vision peut atteindre les 115 degrés mais avec de forte distortion. Ces dernières années, plusieurs équipes de recherche se sont intéressées aux problèmes de la conception et de la fabrication de capteurs de vision capables de fournir des images dites panoramiques (pouvant atteindre les 360 degrés en azimut). Ces capteurs de vision sont appelés caméras omnidirectionnelles.

Il existe trois techniques principales pour accroître le champ de vision d'une caméra. La première technique est basée sur l'utilisation de lentilles spécifiques permettant d'élargir le champ visuel d'une caméra conventionnelle. Les systèmes à jeu de lentilles sont en général encombrants, complexes et coûteux à concevoir. Les objectifs fish-eyes font partie de ces systèmes (voir Figure 2.2(a)). Leurs distances focales courtes permettent l'observation d'une demi-sphère environ. Un exemple d'image acquise par une caméra équipée d'une optique fish-eye est donné dans la Figure 2.2(b).

La seconde solution est basée sur la génération d'une mosaïque à partir d'une série d'images issues d'une ou de plusieurs caméras conventionnelles. Cette solution a l'avantage de fournir des images panoramiques avec une très grande résolution. La mosaïque peut être obtenue à partir d'images acquises par une caméra pivotant autour d'un axe perpendiculaire à son axe optique. Un exemple de ce type de caméra et l'image panoramique obtenue sont donnés dans la Figure 2.3. Plusieurs caméras peuvent également être utilisées. Ainsi, Cutler et al. proposent un arrangement de plusieurs caméras perspectives sur un plan suivant la Figure 2.4(a). Les images acquises par les caméras sont traitées en temps réel afin de générer une image panoramique (voir Figure 2.4(c)). Ce capteur a été conçu pour des réunions en vidéo conférence. Une version équipée d'un microphone est donnée par la Figure

2.4(b). Fermuller et al. proposent un système de vision omnidirectionnelle composé de plusieurs caméras conventionnelles orientées dans des directions différentes [Fermuller 00]. Les caméras sont réparties sur une surface sphérique et leurs axes optiques s'intersectent au centre de la sphère. En général, l'obtention des mosaïques composées à partir de plusieurs images est très coûteuse en temps de calcul.

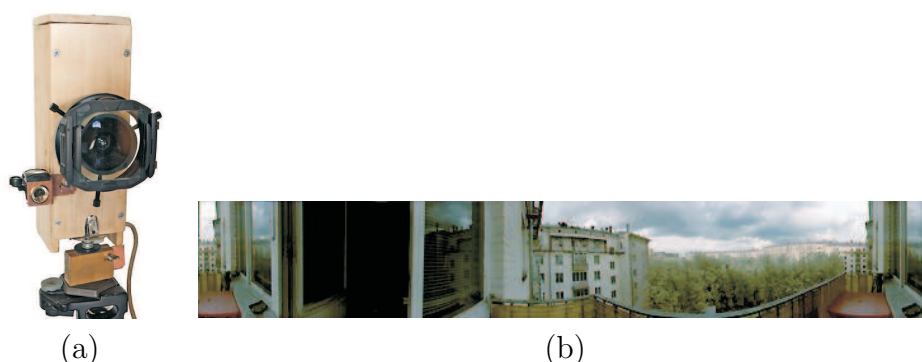


FIG. 2.3: Caméra panoramique à rotation (<http://www.ixbt.com/>) : (a) Caméra conventionnelle fixée sur un système de rotation. (b) Image panoramique.

Enfin, la troisième solution consiste à coupler des miroirs à des imageurs conventionnels. Il s'agit alors d'observer la projection de l'espace sur le miroir par l'intermédiaire de l'imageur. Cette solution est la plus couramment utilisée. Dans la suite de ce document, nous nous intéresserons uniquement à cette dernière classe de capteurs omnidirectionnels (systèmes catadioptriques).

2.3 Systèmes catadioptriques

La combinaison de miroirs et de caméras conventionnelles est référencée dans la littérature comme systèmes catadioptriques. En photographie, la lentille catadioptrique est connue sous le nom de lentille à miroir. Le mot *Dioptris* renvoie aux éléments de réfraction, et le mot *catoptrics* aux surfaces de réflexion (miroir). La combinaison de réfraction et réflexion permet d'obtenir des systèmes dits *catadioptrics*.

Observer une scène à travers une surface réfléchissante n'est pas une idée nouvelle. Ainsi, l'artiste Escher (1898-1972) en 1935 nous présente un exemple concret de système catadioptrique à travers l'illustration 2.5. La scène y est observée à travers un miroir de forme sphérique. Les yeux de l'artiste jouent ici le rôle de la caméra que l'on retrouve dans un système catadioptrique. Le premier capteur catadioptrique a été présenté en 1970 par Rees [Rees. 71]. Il propose un montage combinant une caméra conventionnelle et un miroir hyperbolique. Vingt ans plus tard, les chercheurs ont commencé à réfléchir sur les avantages des systèmes catadioptriques, spécialement dans les applications de la vision pour la robotique. Les

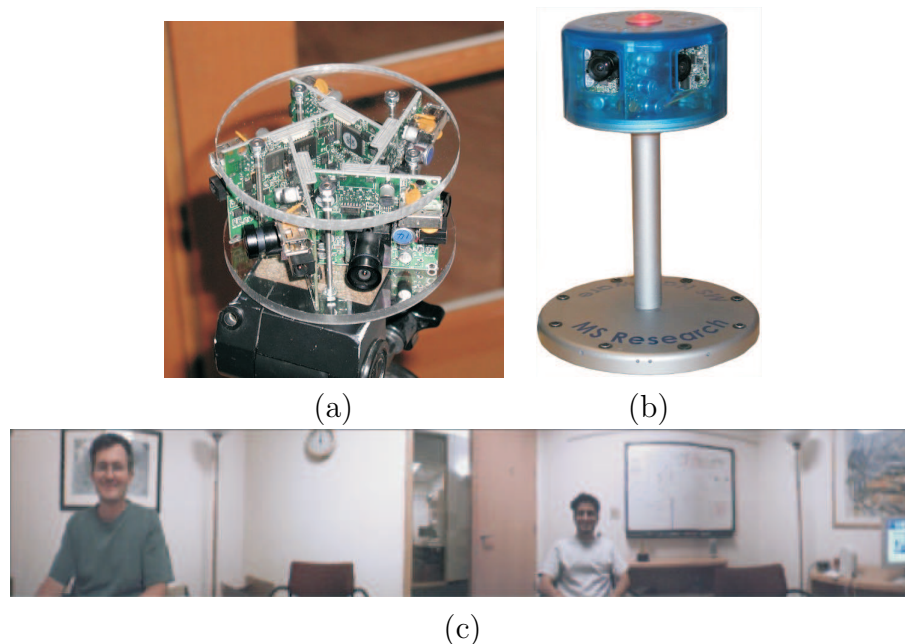


FIG. 2.4: Capteur panoramique RingCam (<http://research.microsoft.com/rcutler/ringcam/ringcam.htm>) : (a) Configuration des caméras pour couvrir les 360° en azimuth. (b) Nouvelle version de la caméra RingCam. (c) Image panoramique acquise par la caméra RingCam.

premières applications dans le cadre de la robotique en utilisant un capteur catadioptrique combinant un miroir conique avec une caméra conventionnelle ont été développées par Yagi et al. [Yagi 90] [Yagi 94]. Le miroir conique a été utilisé un peu plus tard par Pegard et al, en 1995 pour la navigation et la localisation 3D d'un robot mobile [Pillard 96]. Ces travaux ont été complétés par les contributions de Baker et Nayar en 1998 [Baker 99]. Ils décrivent une analyse complète des propriétés géométriques de miroirs vérifiant la contrainte dite du point central unique. L'unicité du centre de projection simplifie le processus de formation de l'image et offre des avantages très intéressants d'un point de vue théorique pour la modélisation et l'analyse de ces systèmes. Cependant, cette contrainte impose des conditions particulières et difficiles à satisfaire lors de la conception du capteur (un positionnement précis des composants miroir et caméra). Pour de plus amples détails sur les capteurs panoramiques centraux et leurs applications, le lecteur pourra se reporter au livre de Benosman et Kang [Benosman 00].

Les systèmes catadioptriques peuvent être classifiés suivant l'unicité ou non du centre de projection, la combinaison d'un ou de plusieurs miroirs face à une ou plusieurs caméras conventionnelles. Dans [Orhidan 05], une classification des différentes caméras omnidirectionnelles est présentée.



FIG. 2.5: Le dessin de l'image réfléchie par une sphère par l'artiste M.C. Escher - 1953.

2.3.1 Systèmes catadioptriques non centraux

Les capteurs catadioptriques non centraux ont, par définition, plus d'un centre de projection (plusieurs points de vue). L'ensemble de ces points de vue définit un lieu particulier de l'espace, délimité par une surface 3D appelée surface caustique. D'un point de vue géométrique, cette surface est formée par l'ensemble des points d'intersection des rayons réfléchis par le miroir. D'un point de vue physique, c'est l'ensemble des foyers du miroir qui résume ses propriétés optiques. La surface caustique des systèmes dioptriques, par exemple une lentille *fish-eye*, est appelée *diacaustique*. Dans le cas des systèmes catadioptriques, elle est appelée *catacaustique*. Les surfaces caustiques sont des phénomènes optiques visibles dans la vie quotidienne. Par exemple, les centres de projection, formés par un anneau métallique à surface réfléchissante, représentent des surfaces caustiques. La Figure 2.6 montre l'intersection de cette surface avec un plan présenté par le motif brillant.

Il est clair que chaque pixel du plan image correspond à un point de la surface caustique défini par l'intersection de cette dernière avec le rayon réfléchi. Un système catadioptrique peut être défini complètement par sa surface caustique. Par conséquent, un capteur catadioptrique peut être réalisé pour une surface caustique donnée. Par exemple, un capteur catadioptrique central est un système qui contraint la surface caustique à un point unique. Les modèles de projection des capteurs non centraux sont complexes car les images obtenues ne vérifient pas les propriétés

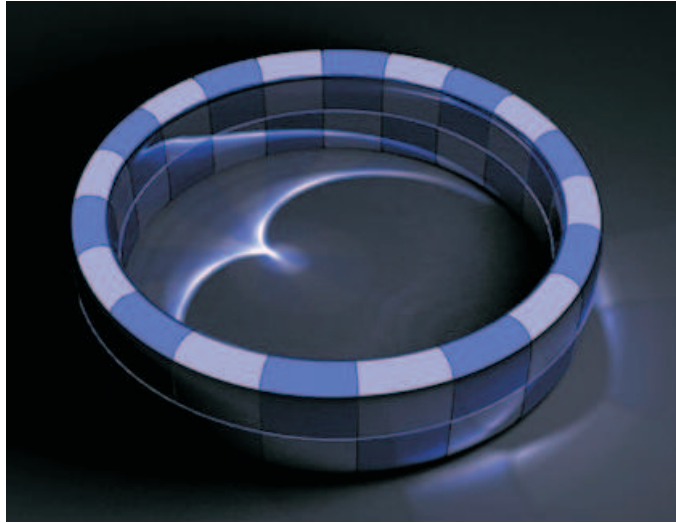


FIG. 2.6: Surface caustique en coupe 2D : la courbe lumineuse représente l'intersection de la surface caustique avec le plan où la bague est posée.

de la projection perspective. Il est donc difficile d'adapter les techniques de vision traditionnelles aux cas des caméras catadioptriques non centrales. Cependant, la résolution des images, la taille et le prix du capteur favorisent l'utilisation des capteurs non centraux [Fiala 02] [Hicks 00].

Hicks et al. décrivent dans [Hicks 00] la conception de miroirs possédant une résolution spatiale constante et isotrope. La forme du miroir est obtenue en considérant des paramètres de distortion linéaire. Dans la figure 2.7, l'image de gauche représente le miroir résultant et l'image de droite donne une image acquise avec le capteur à miroir de Hicks.



FIG. 2.7: Le miroir de Hicks.

Le miroir conique satisfait la contrainte du point central unique avec un point principal se situant au sommet du cône [Baker 99]. Cependant, lorsqu'une caméra conventionnelle est combinée avec ce type de miroir de façon à obtenir une caméra à centre de projection unique (le centre optique de la caméra coïncide alors avec le point principal du miroir), l'imageur ne reçoit que les rayons tangents à la surface du miroir. Afin de palier ce problème, Yagi et al dans [Yagi 90] proposent un capteur catadioptrique non central à miroir conique, appelé COPIS (COnic Projection Image Sensor) pour des tâches de navigation d'un robot mobile. Pégard et al. utilise un système similaire (miroir conique combiné à une caméra perspective) pour la localisation d'un robot mobile [Piard 96]. Hong et al. présentent dans [Hong 91] une stratégie de navigation de robot mobile en environnement intérieur, en utilisant un capteur catadioptrique à miroir sphérique. Des travaux similaires sont également présentés dans [Zhang 91].

Pour de plus amples détails sur les surfaces caustiques, la géométrie et l'étalonnage des capteurs catadioptriques non centraux, le lecteur pourra se reporter aux travaux de thèse de Ieng [Ieng 05]. Dans la suite de ce document, nous nous focaliserons sur les capteurs catadioptriques centraux.

2.4 Géométrie des systèmes catadioptriques centraux

Les capteurs catadioptriques centraux, combinant des miroirs de révolution avec des caméras conventionnelles, constituent la majorité des systèmes utilisés en vision omnidirectionnelle. La contrainte du point central implique que les droites liant un point de l'espace et sa projection sur le miroir passent par un point unique. Sous cette contrainte, chaque pixel sur le plan image mesure la luminance du rayon réfléchi par le miroir passant par le point central dans une direction particulière et connue. L'intérêt de tels capteurs est de générer une géométrie perspective correcte ce qui permet une simplification des modèles de projection et donc une simplification des traitements théoriques et pratiques. En effet, les outils développés dans le cadre des caméras perspectives sont alors souvent adaptables à l'ensemble des capteurs centraux. Cependant, cette condition n'est satisfaite que pour des surfaces réfléchissantes bien particulières. Baker et Nayar dans [Baker 99] ont déterminé la classe de tous les systèmes catadioptriques centraux. Dans la suite, nous décrivons plus en détail cette classe de capteurs.

2.4.1 Contrainte du point central unique

La contrainte du point central unique implique que pour tous les points de l'espace, leurs rayons incidents sur la surface du miroir passent par un seul point (centre de projection) et que les rayons réfléchis correspondants passent également par un seul point (centre optique). Une caméra conventionnelle dont le centre optique est

placé sur le second foyer d'un miroir peut constituer un capteur catadioptrique central. Nous étudions dans la suite les combinaisons satisfaisantes en nous basant sur les travaux décrits dans [Baker 99].

Afin de modéliser les différentes surfaces miroirs qui répondent à cette contrainte, nous simplifierons quelques entités géométriques. Sans perte de généralité, nous fixons le point central effectif M (appelé également point principal), du système catadioptrique à étudier, à l'origine du repère associé au miroir noté \mathcal{F}_m . De même, le centre optique C de la caméra conventionnelle est placé à l'origine du repère caméra noté \mathcal{F}_c . La symétrie des surfaces de révolution autour de l'axe Z permet de réduire l'espace 3D des coordonnées cartésiennes définies par les axes $\{X, Y, Z\}$ à des coordonnées de dimension 2 définies par les axes $\{R, Z\}$ où R est un axe défini par le vecteur unitaire résultant de la combinaison linéaire des deux vecteurs unitaires définissant les axes X et Y . Nous supposons également que les deux repères \mathcal{F}_m et \mathcal{F}_c attachés au miroir et à la caméra conventionnelle respectivement, sont liés par une simple translation le long de l'axe Z (c'est-à-dire les deux axes de symétries des deux repères sont confondus).

Soit un point \mathcal{P} de l'espace 3D de coordonnées $[X \ Y \ Z]^\top$ dans le repère \mathcal{F}_m , et de coordonnées $[R \ Z]^\top$ dans le repère réduit de dimension de 2 avec $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$. Notons θ l'angle entre l'axe R et le rayon $\mathcal{P}M$ issu du point \mathcal{P} qui passe par le centre de projection M du miroir. Pour une surface élémentaire du miroir $ds = [dr \ dz]^\top$ dans le repère \mathcal{F}_m , le rayon $\mathcal{P}M$ intersecte la surface du miroir en un point de coordonnées $\mathbf{p} = [r \ z]^\top$ (voir figure 2.8). Géométriquement on a :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{z}{r} \quad (2.10)$$

Le rayon incident du point \mathcal{P} et réfléchi par la surface du miroir passe par le point C en formant un angle α par rapport à l'axe R du repère miroir réduit en utilisant les coordonnées $[r \ z]^\top$. Cet angle vérifie la contrainte suivante :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{d - z}{r} \quad (2.11)$$

où d est la distance du centre optique de la caméra conventionnelle C au centre de projection M du miroir. En notant β l'angle entre l'axe Z de \mathcal{F}_m et la normale à la surface ds au point \mathbf{p} , on a :

$$\frac{dz}{dr} = -\operatorname{tg}\beta \quad (2.12)$$

Sous l'hypothèse d'une surface de miroir spéculaire, l'angle du rayon incident est égal à l'angle du rayon réfléchi. En notant δ l'angle entre le rayon réfléchi et l'axe Z du repère miroir, on a :

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \alpha \quad (2.13)$$

En remplaçant la valeur de δ dans l'égalité $\theta + \alpha + 2\beta + 2\delta = \pi$, on obtient l'égalité suivante :

$$2\beta = \alpha - \theta \quad (2.14)$$

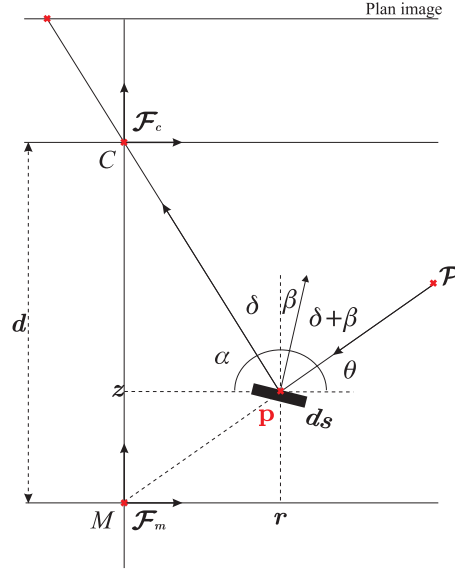


FIG. 2.8: Miroir élémentaire avec les contraintes du centre de projection unique.

En utilisant la relation trigonométrique

$$\operatorname{tg}(a + b) = \frac{\operatorname{tga} + \operatorname{tgb}}{1 - \operatorname{tgatgb}}$$

on peut donc écrire :

$$\frac{2\operatorname{tg}(\beta)}{1 - \operatorname{tg}^2(\beta)} = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\theta}{1 + \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\theta} \quad (2.15)$$

En introduisant les relations (2.10), (2.11) et (2.12) dans (2.15), on obtient la contrainte du point central unique sous la forme d'une équation différentielle quadratique de premier ordre :

$$r(d - 2z)\left(\frac{dz^2}{dr}\right) - 2(r^2 + dz - z^2)\frac{dz}{dr} + r(2z - d) = 0 \quad (2.16)$$

Après des changements de variables et quelques simplifications, on obtient les deux solutions générales de l'équation (2.16) :

$$\begin{aligned} (z - \frac{d}{2})^2 + r^2(\frac{k}{2} - 1) &= \frac{d^2}{4}(\frac{k-2}{k}) \quad \text{avec } k \geq 2 : (1) \\ (z - \frac{d}{2})^2 + r^2(1 + \frac{d}{2k}) &= \frac{2k+d}{4} \quad \text{avec } k > 0 : (2) \end{aligned} \quad (2.17)$$

où k est une constante strictement positive. Notons que dans l'équation (2.17(1)), les solutions pour $0 < k < 2$ sont complexes. Nous ne nous intéressons qu'aux solutions réelles des équations (2.17(1)) et (2.17(2)) qui définissent la classe géométrique complète des surfaces de miroir satisfaisant la contrainte du point central unique.

Ces surfaces appartiennent à la famille des sections coniques. Les deux paramètres k et d les définissent plus précisément : plan, cône, sphère, ellipsoïde, hyperboloïde et enfin parabololoïde.

–**Miroir plan** : La solution de l'équation 2.17(1) pour $k = 2$ et $d > 0$ est un plan défini par l'équation $z = \frac{d}{2}$. Le miroir plan est situé au milieu du segment $[MC]$ et est perpendiculaire à l'axe Z du repère miroir. Le capteur catadioptrique plan est obtenu en plaçant une caméra perspective face au miroir plan de façon à ce que le centre optique de la caméra coïncide avec le point C et que son axe optique soit perpendiculaire au miroir (voir Figure 2.9). Cette solution satisfait la contrainte du point central unique mais n'a pas d'intérêt en pratique car elle ne permet pas d'accroître le champ visuel. Cependant, un champ visuel plus large peut être obtenu en plaçant soigneusement plusieurs miroirs plans face à une (ou plusieurs) caméra perspective.

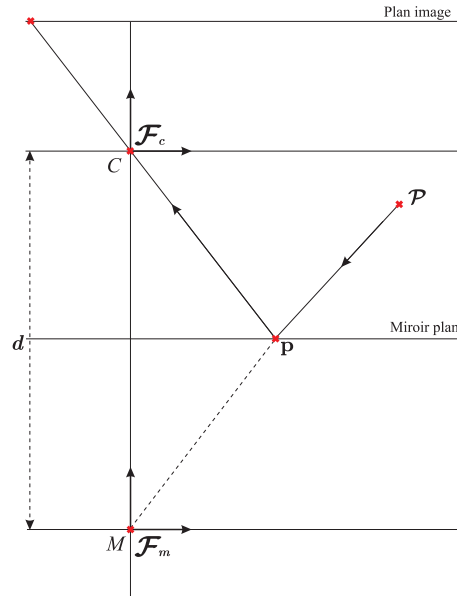


FIG. 2.9: Projection catadioptrique avec un miroir plan.

En 1996, Nalwa [Nalwa 96] a utilisé une structure pyramidale de miroirs placée face à un ensemble de caméras, où chaque caméra reçoit l'image de chaque facette réfléchissante (voir Figure 2.10(a)). Un positionnement correct des caméras par rapport aux facettes associées permet de générer des images omnidirectionnelles à point central unique et à haute résolution. Un exemple d'une image acquise par une caméra omnidirectionnelle FC-1005 de FullView (voir figure 2.10(b)) est donné par la figure 2.10(c). Une approche similaire à celle de Nalwa a été proposée par Kawanishi et son équipe. Ils proposent un capteur permettant d'obtenir des images omnidirectionnelles stéréoscopiques de haute résolution en plaçant dos-à-dos deux structures

hexagonales pyramidales de miroirs plans et douze caméras [Kawanishi 98]. Ces caméras sont placées de façon à ce que chacune d'elles acquière l'image réfléchiée par chaque facette du miroir plan. Le positionnement de ces caméras par rapport aux facettes conditionne l'unicité ou non du centre de projection. La stéréo-vision est obtenue par un recouvrement du champ de vision des deux structures dos-à-dos. Des séquences vidéo peuvent également être obtenues en synchronisant soigneusement les caméras. Hua et Ahuja dans [Hua 01] proposent une structure quasi identique en plaçant les caméras horizontalement face aux miroirs plans afin d'accroître le champ visuel vertical. Dans [Tan 04], une méthode de construction des caméras panoramiques multi-vues à base des miroirs en pyramide combinés avec des caméras perspectives est proposée. Ils proposent, dans ce travail, une configuration pyramidale de miroirs à deux centres de projection en utilisant au total quatre caméras conventionnelles (deux caméras pour chaque point central).

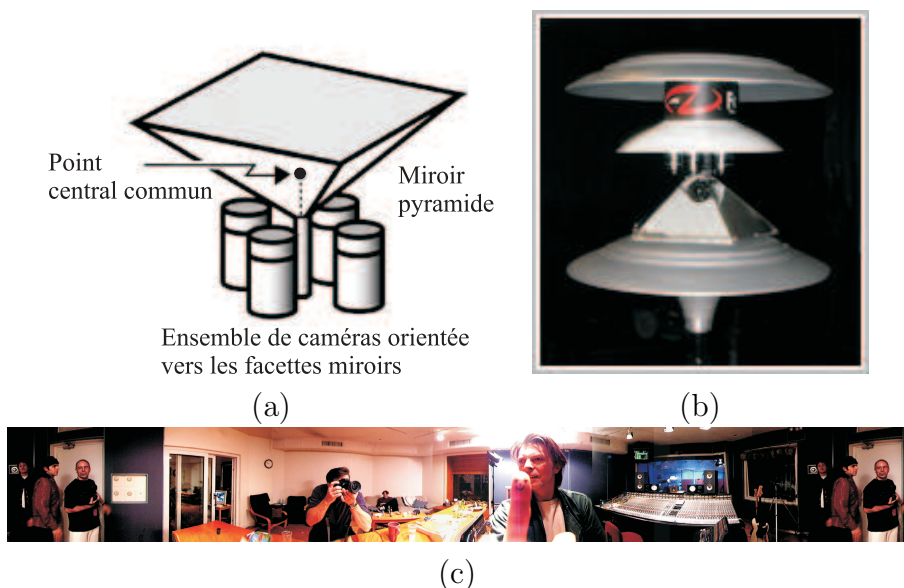


FIG. 2.10: Capteur panoramique de Nalwa (www.fullview.com). (a) arrangement du miroir pyramidal et des caméras. (b) La caméra FC-1005 de FullView Technology. (c) image acquise par la caméra FC-1005.

En 1990, Gluckman et Nayar ont étudiée la mise en correspondance d'images catadioptriques stéréos en utilisant une caméra et des miroirs plans (voir Figure 2.11) [Gluckman 99]. Ils ont montré qu'il est possible de reconstruire la profondeur avec une bonne précision. Un an après, ils se sont intéressés à la rectification d'image pour les capteurs catadioptriques stéréoscopiques [Gluckman 02]. La rectification d'une paire d'images stéréoscopiques consiste à aligner les droites épipolaires avec les lignes des images. Elle doit être réalisée avant le processus de mise en correspondance pour accélérer ce dernier. La géométrie du capteur doit satisfaire plusieurs contraintes afin d'assurer la rectification.



FIG. 2.11: Capteur catadioptrique stéréo de Gluckman et Nayar.

–**Miroir conique** : La solution de l'équation 2.17(1) pour $k \geq 2$ et $d = 0$ est un cône. L'équation simplifiée est :

$$z = \sqrt{\frac{k-2}{2}} r^2$$

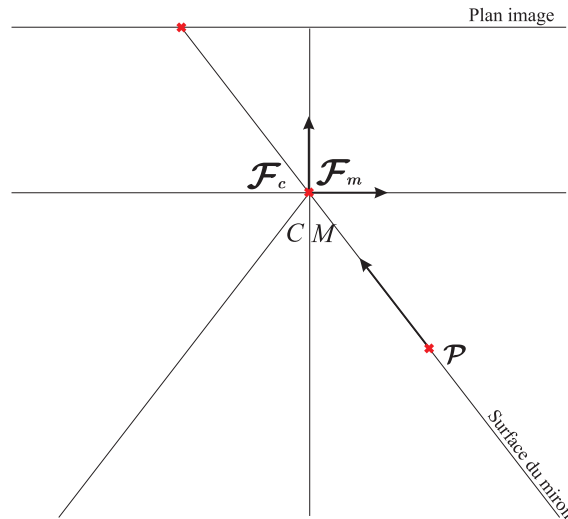


FIG. 2.12: Projection catadioptrique avec un miroir conique.

Le point central de projection se trouve au sommet du cône. Seuls les rayons tangents à la surface du cône s'intersectent au point central M (voir Figure 2.12). Le miroir conique est donc une solution dégénérée pour un système catadioptrique central. Des capteurs catadioptriques non centraux, à base de miroirs coniques ont

été décrits précédemment.

–**Miroir sphérique** : La surface sphérique est la solution de l'équation 2.17(2) avec $k > 2$ et $d = 0$. Après simplification, la solution est donnée par $z^2 + r^2 = \frac{k}{2}$. Dans cette configuration, le point central de projection coïncide avec le centre optique et le centre de la sphère (voir Figure 2.13). En effet, la caméra conventionnelle est placée à l'intérieur de la sphère et observe sa forme interne. La surface sphérique du miroir est donc une solution dégénérée pour un capteur catadioptrique central. Elle est cependant utilisée pour concevoir des capteurs catadioptriques non centraux.

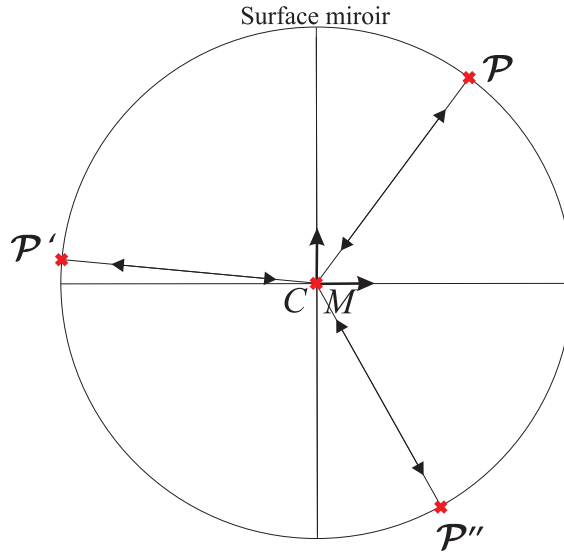


FIG. 2.13: Projection catadioptrique avec un miroir sphérique.

–**Miroir elliptique** : La solution à 2.17(2) avec $k > 0$ et $d > 0$ donne une surface elliptique. Son équation canonique est :

$$\frac{1}{a_e}(z - \frac{d}{2})^2 + \frac{1}{b_e^2}r^2 = 1$$

avec $a_e = \sqrt{\frac{2k+d^2}{4}}$ et $b_e = \sqrt{\frac{k}{2}}$. Il est donc possible de combiner un miroir ellipsoïdal avec une caméra perspective pour réaliser un capteur catadioptrique central. La caméra perspective doit être positionnée de façon à ce que son centre optique coïncide avec un des deux foyers de l'ellipsoïde et qu'elle soit orientée vers l'autre foyer (le point central) (voir Figure 2.14). Ce type de miroir n'est pas utilisé en pratique. En effet, la caméra perspective et la surface réfléchissante sont à l'intérieur de l'ellipsoïde, l'accroissement du champ visuel est donc faible (le champ visuel est inférieur à une demi-sphère). En stéréo-vision, Nene et Nayar ont proposé un système stéréoscopique en utilisant des miroirs ellipsoïdaux [Nene 98]. Comme on

peut le constater sur la Figure 2.15, les rayons lumineux de la scène 3D, réfléchis par les deux miroirs ellipsoïdaux à travers les centres $M1$ et $M2$, sont projetés sur le plan de la caméra perspective via le centre optique commun des deux ellipsoïdes qui se trouve au deuxième foyer des deux miroirs elliptiques.

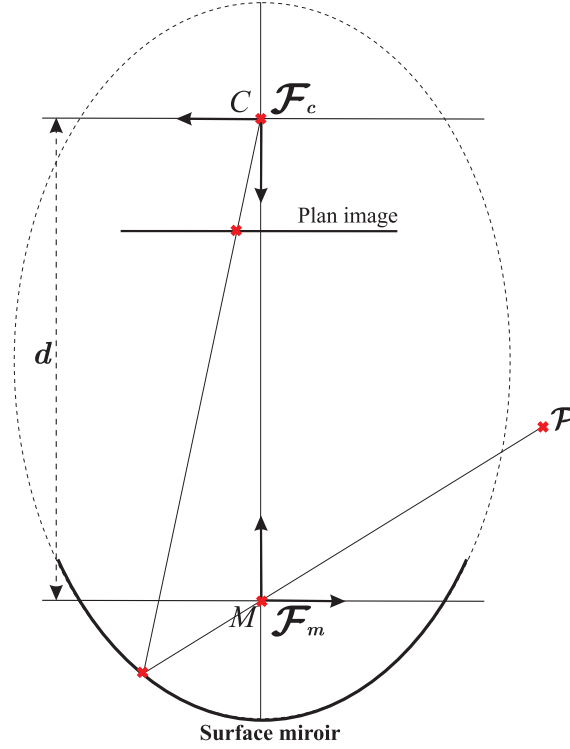


FIG. 2.14: Projection catadioptrique avec un miroir elliptique.

–**Miroir hyperbolique** : Le miroir hyperbolique est une solution de l'équation 2.17(1) pour $k > 0$ et $d > 0$. La réécriture de cette dernière est donnée par :

$$\frac{1}{a_h^2} \left(z - \frac{d}{2} \right)^2 - \frac{1}{b_h^2} r^2 = 1$$

avec $a_h = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{k-2}{k}}$ et $b_h = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{2}{k}}$. Dans le cas d'un capteur catadioptrique central à miroir hyperbolique, le point central et le centre optique coïncident avec les deux foyers de l'hyperboloïde (voir Figure 2.16). Par conséquent, la conception de ce type de capteurs est délicate. La caméra perspective doit être placée soigneusement par rapport au miroir afin que son centre optique soit confondu avec l'un des foyers et que son axe optique passe par l'autre foyer.

Rees fut le premier à concevoir un système catadioptrique à miroir hyperbolique en 1970 lorsque il a breveté un prototype de système vidéo panoramique [Rees. 71].

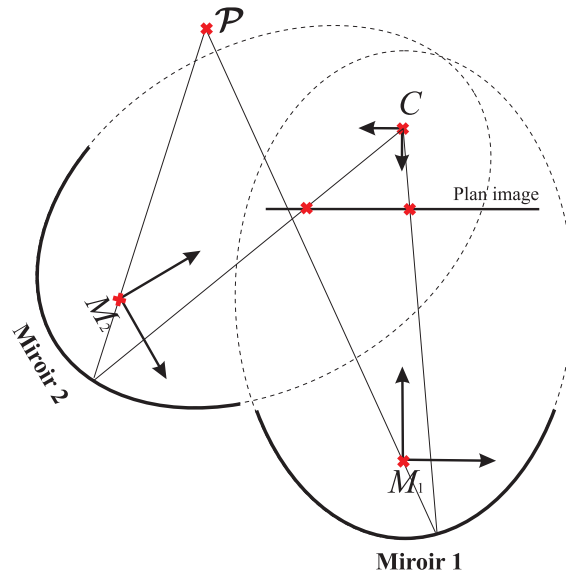
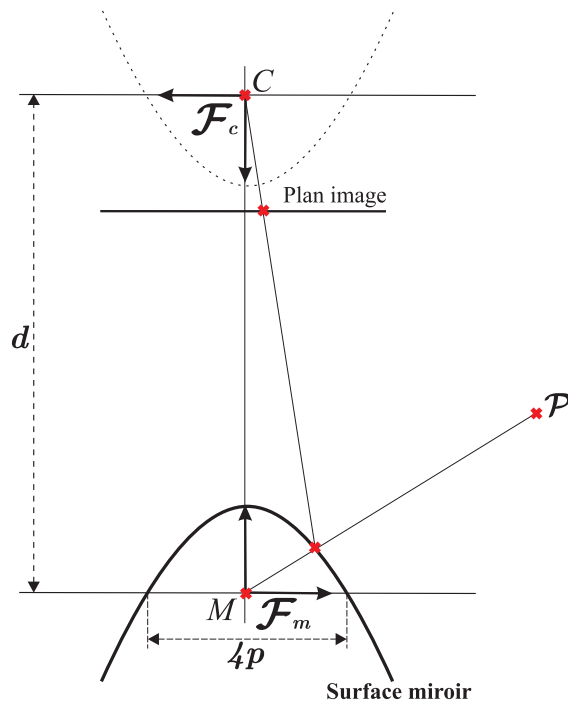


FIG. 2.15: Stéréo vision avec deux miroirs elliptiques.

FIG. 2.16: Projection catadioptrique avec miroir hyperbolique (p : paramètre du miroir).

En 1993, Yamazawa et son équipe ont proposé un prototype de capteur de vision omnidirectionnelle composé d'un miroir hyperbolique faisant face à une caméra pers-

pective. Son capteur appelé *HyperOmni* est présenté par la Figure 2.17. Ils ont utilisé leur capteur, dans des applications robotiques comme la localisation [Yamazawa 93] et la détection d'obstacles [Yamazawa 95]. Ils calculent le flot optique omnidirectionnel pour l'estimation du mouvement d'un robot mobile en exploitant le fait que la composante radiale du flot optique, généré par le miroir hyperbolique, est symétrique. Le capteur *HyperOmni* a été utilisé également par Shih-Cheih et son équipe avec un capteur ultrason dans des applications de cartographie [Wei 98].



FIG. 2.17: Capteur catadioptrique HyperOmni (<http://w3.sys.es.osaka-u.ac.jp/projects/robot/index-e.html>) : Miroir hyperbolique combiné avec une caméra perspective.

Ollis dans [Ollis 99] a analysé une série de configurations stéréos en utilisant deux miroirs hyperboliques combinés avec une ou deux caméras perspectives. La mesure de profondeur est obtenue par triangulation. Le problème de la mise en correspondance est résolue par un algorithme de corrélation tenant compte de la courbure du miroir.

En 2002, Yagi et Yachida utilisent un capteur catadioptrique à miroir hyperbolique (pour une vision globale) et deux caméras Pan-Tilt-Zoom (pour une vision locale) dans un système robotique multi-capteurs [Yagi 02]. Les mouvements dans la scène sont détectés en temps réel par la caméra catadioptrique. La résolution faible de cette dernière ne permet pas l'analyse des détails de la scène observée. Ce problème est surmonté par un système stéréo de deux caméras conventionnelles à haute résolution. Ce système hybride est capable de surveiller l'environnement et d'acquérir simultanément des images à haute résolution.

–**Miroir parabolique** : Le miroir parabolique est une solution de l'équation 2.17(1) pour $k \rightarrow \infty$, $d \rightarrow \infty$ et $\frac{d}{k}$ est une constante. L'équation du paraboloïde est

donnée par :

$$z = -\frac{x^2 + y^2}{4p} - p$$

où p est un paramètre du paraboloïde. Le miroir parabolique est une solution particulière des systèmes catadioptriques à point central unique. En effet, les conditions limites de cette solution placent le centre optique à l'infini ($d \rightarrow \infty$). Le principe des miroirs paraboliques est le même que celui des antennes paraboliques. Les rayons incidents passent par un seul point (centre de projection) et ensuite, ils sont réfléchis parallèlement à l'axe de symétrie du miroir (l'axe Z du repère miroir, voir Figure 2.18). Par conséquent, les miroirs paraboliques sont combinés avec des caméras orthographiques. Des caméras perspectives peuvent également être combinées avec des miroirs paraboliques en plaçant la caméra perspective face au miroir à une distance suffisamment grande afin que les rayons réfléchis soient approximativement parallèles à l'axe de symétrie du miroir. La résolution des images en utilisant cette solution est très faible.

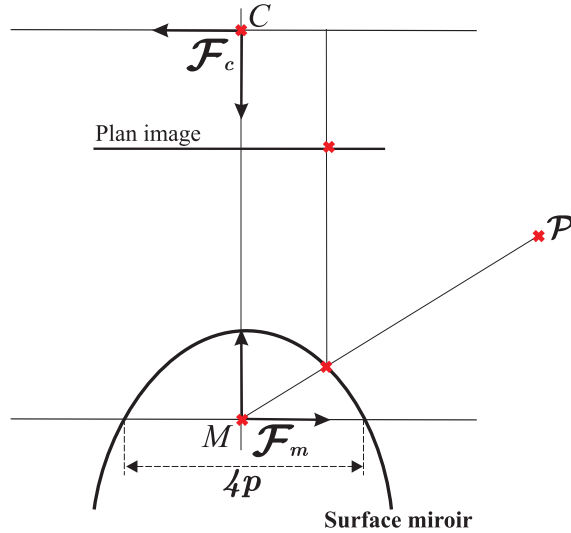


FIG. 2.18: Projection catadioptrique avec miroir parabolique.

Nayar est un des premiers à avoir utilisé un miroir parabolique. En 1997, il a présenté un prototype de caméra catadioptrique à miroir parabolique (voir Figure 2.19) avec un champ de vision égale à une demi sphère [Nayar 97]. En 1998, Gluckman et Nayar dans [Gluckman 98a] utilisent un capteur catadioptrique à miroir parabolique pour estimer le mouvement. En effet, ils ont adapté les algorithmes d'estimation de mouvement valide pour une caméra conventionnelle à la vision omnidirectionnelle en définissant le flot optique sur une sphère. Ensuite, Gluckman et al. ont développé dans [Gluckman 98b] un capteur stéréo panoramique en alignant deux miroirs paraboliques et leurs caméras orthographiques associées suivant l'axe de symétrie. Le système complet a été étalonné par une

méthode itérative [Gluckman 98b]. Un calcul de profondeur est réalisé en utilisant la géométrie épipolaire.

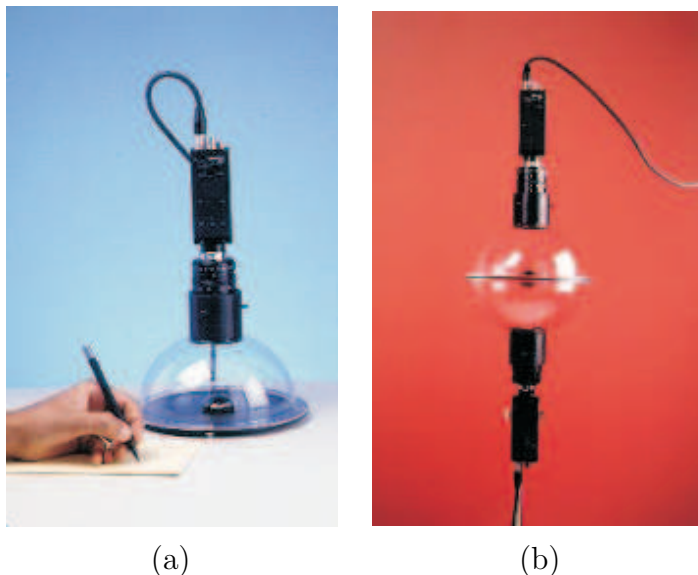


FIG. 2.19: Capteur catadioptrique à miroir parabolique réalisé par Nayar. (a) un champ de vision qui couvre une demi-sphère. (b) un champ de vision qui engendre toute une sphère.

Nayar et Peri ont utilisé, en 1999 des miroirs paraboliques pour construire des caméras catadioptriques à point central unique dites croisées [Nayar 99]. Ils soulignent en particulier que l'utilisation d'optique croisée permet la réduction de la taille du capteur et l'élimination d'effets optiques non souhaités en raison de la courbure importante des miroirs. Ils ont également montré que tous les capteurs catadioptriques multi miroirs, dont la génératrice est une conique, sont géométriquement équivalents aux systèmes catadioptriques mono miroir. En 2000, une méthode de reconstruction 3D à partir d'une seule image panoramique, issue d'un capteur catadioptrique central à miroir parabolique, a été proposée par Sturm [Sturm 00]. La méthode de reconstruction prend en compte les contraintes de la structure 3D (la coplanarité, le parallélisme et la perpendicularité des objets dans l'image) fournies par l'utilisateur. L'auteur décrit une méthode d'étalonnage simple à partir d'un lissage de cercle au bord de l'image. Il utilise, dans l'algorithme de reconstruction proposé, la propriété de la contrainte du point central unique qui permet de recalculer le rayon de projection de chaque point 2D de l'image. Cette méthode de reconstruction peut facilement être adaptée à d'autres formes de miroir (miroir hyperbolique par exemple).

Il est clair que la seule contrainte sur le positionnement d'une caméra orthographique par rapport au miroir parabolique, est que l'axe optique de la caméra soit parallèle à l'axe de symétrie du miroir. Dans le cas où un miroir hyperbolique est combiné avec une caméra perspective, la contrainte du point central unique

est vérifiée si et seulement si le centre optique de la caméra perspective coïncide avec le deuxième foyer de l'hyperbole. Cette contrainte est difficile à satisfaire lors de la conception du capteur. Cependant, les objectifs télécentriques, utilisés avec une caméra conventionnelle pour obtenir une projection orthographique, rendent la caméra orthographique plus volumineuse et coûteuse que les caméras perspectives.

Après avoir analysé les différentes formes de miroirs satisfaisant la contrainte du point central unique, nous présentons leur modèle de projection catadioptrique unifié.

2.5 Modélisation de la caméra catadioptrique centrale

Comme évoqué précédemment, un centre de projection unique est une propriété intéressante pour un capteur de vision. Cela implique que les rayons de projection de points 3D de l'espace sur le miroir passent par un point 3D unique appelé point central. Les caméras perspectives conventionnelles sont des capteurs de vision à centre unique (centre optique). Comme nous l'avons présenté ci-dessus, un système catadioptrique central peut être obtenu en combinant un miroir plan, sphérique, conique, hyperbolique ou elliptique avec une caméra perspective et un miroir parabolique avec une caméra orthographique. Cependant, comme nous l'avons vu précédemment et comme précisé dans [Pajdla 01], seuls les miroirs hyperbolique et parabolique sont utilisés pour concevoir des caméras catadioptriques à point central unique. En effet, le miroir plan n'apporte aucun accroissement du champ de vision. Les miroirs conique et sphérique sont des solutions dégénérées pour un système catadioptrique central. Le miroir elliptique n'est pas utilisé en pratique car, comme nous l'avons déjà évoqué précédemment, leur champ de vision est inférieur à une demi-sphère de l'espace.

Nous décrivons, par la suite, le modèle de projection unifié d'un capteur catadioptrique central, où le modèle sténopé d'une caméra conventionnelle apparaît comme un cas particulier. Afin de simplifier les équations de projection, nous associons les entités géométriques (points, droites, ...etc) de l'objet 3D au repère miroir \mathcal{F}_m . Ainsi, nous écrivons les vecteurs de coordonnées, associés au repère miroir, sans indice supérieure gauche (par exemple, le vecteur ${}^m\mathbf{A}$ exprimé dans le repère miroir est écrit \mathbf{A}).

2.5.1 Modèle de projection des points

Soit \mathcal{X} un point de \mathbb{P}^3 de coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{X}} = [\mathbf{X}^\top \ 1]^\top = [X \ Y \ Z \ 1]^\top$ exprimées dans le repère miroir \mathcal{F}_m (voir Figures 2.20 et 2.21). Le modèle de projection des points 3D de \mathbb{P}^3 sur le plan image catadioptrique en des points de \mathbb{P}^2 peut être présenté en quatre étapes :

miroir	équation	λ	\mathbf{P}_c
Parabolique	$Z = -\frac{X^2+Y^2}{4p} + p$	$\frac{2p}{Z+p}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Hyperbolique	$\frac{1}{a_h^2}(Z - \frac{d}{2})^2 - \frac{1}{b_h^2}(X^2 + Y^2) = 1$	$\frac{2dp}{Z(\sqrt{d^2+4p^2}+2p)+d\rho}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{pmatrix}$
Elliptique	$\frac{1}{a_e^2}(Z - \frac{d}{2})^2 + \frac{1}{b_e^2}(X^2 + Y^2) = 1$	$-\frac{2dp}{Z(\sqrt{d^2+4p^2}-2p)+d\rho}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{pmatrix}$
Plan	$Z = \frac{d}{2}$	$\frac{d}{2Z}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{pmatrix}$

TAB. 2.1: Paramètres de projection, avec $a_h = \frac{1}{2}(\sqrt{d^2+4p^2} - 2p)$, $b_h = \sqrt{p\sqrt{d^2+4p^2} - 2p^2}$, $a_e = \frac{1}{2}(\sqrt{d^2+4p^2} + 2p)$ et $b_e = \sqrt{p\sqrt{d^2+4p^2} + 2p^2}$. $4p$ et d sont respectivement le latus rectum et la distance entre les deux foyers dans le cas des miroirs hyperbolique, elliptique et plan.

- étape 1 : Le point \mathcal{X} est projeté sur la surface du miroir en un point \mathcal{X}_m défini par l'intersection du rayon incident $\chi = \lambda\mathbf{X}$ avec le miroir. Il est clair que l'intersection est donnée par deux points. Le premier point, en partant de l'origine M vers le point 3D \mathcal{X} correspond à $\lambda > 0$, et le deuxième point dans le sens opposé correspond à $\lambda < 0$. En travaillant dans un espace projectif orienté, le point projectif réel correspond à $\lambda > 0$. La valeur de λ qui définit donc le point \mathcal{X}_m vérifie l'équation du miroir. En résolvant cette équation, on obtient la valeur de λ associée au miroir et au point \mathcal{X} (voir Tableau 2.1 pour les valeurs de λ associées aux différents miroirs). D'une manière générale, le point 3D \mathcal{X} est projeté sur la surface du miroir en un point \mathcal{X}_m de coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{X}}_m = [\lambda\mathbf{X}^\top \ 1]^\top$. Notons que λ dépend du point 3D projeté et des paramètres du miroir.
- étape 2 : Les miroirs hyperbolique, elliptique et plan sont combinés avec une caméra perspective. Son centre optique C coïncide avec le deuxième foyer du miroir. La transformation homogène entre le repère miroir \mathcal{F}_m et le repère caméra perspective \mathcal{F}_c est donnée par :

$${}^c\mathbf{T}_m = \begin{pmatrix} & & 0 \\ & \text{rot}(x, \pi) & 0 \\ & & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

où d est la distance entre les deux foyers du miroir et la rotation de π entre les deux repères miroir et caméra permet de placer la caméra face au miroir. Les

coordonnées du point projeté sur la surface miroir \mathcal{X}_m dans le repère caméra \mathcal{F}_c sont données par :

$${}^c\mathbf{X}_m \propto {}^c\mathbf{P} {}^c\mathbf{T}_m \underline{\mathbf{X}}_m \quad (2.19)$$

où ${}^c\mathbf{P} = [\mathbf{I}_3 \ \mathbf{0}]$ est la matrice de projection exprimée dans \mathcal{F}_c et \propto est une égalité à un facteur d'échelle près. Dans le cas d'un capteur catadioptrique à miroir parabolique, une caméra orthographique est utilisée. Le centre optique de la caméra se trouve à l'infini et donc, la matrice de projection ${}^c\mathbf{P}$ d'une caméra perspective doit être remplacée par le modèle orthographique. Dans ce cas, les coordonnées du point \mathcal{X}_m dans le repère caméra \mathcal{F}_c sont données par :

$${}^c\mathbf{X}_m \propto \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} {}^c\mathbf{T}_m \underline{\mathbf{X}}_m \quad (2.20)$$

Les équations de projection (2.19) et (2.20) peuvent être réécrites simplement :

$${}^c\mathbf{X}_m \propto \mathbf{P}_c \underline{\mathbf{X}}_m \quad (2.21)$$

où les matrices de projection \mathbf{P}_c associées aux miroirs sont données dans le tableau 2.1.

- étape 3 : En choisissant comme plan image normalisé, le plan (XY) du repère miroir, le point ${}^c\mathbf{X}_m$ est projeté en un point de \mathbb{P}^2 de coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{x}} = [x \ y \ 1]^\top$. Dans le cas des miroirs hyperbolique, elliptique et plan, $\underline{\mathbf{x}}$ est issu de la projection perspective de ${}^c\mathbf{X}_m$ sur le plan image normalisé situé à une distance d du centre optique de la caméra perspective. Dans le cas d'un capteur catadioptrique à miroir parabolique, le point image normalisé $\underline{\mathbf{x}}$ est obtenu par une projection orthographique. Après quelques manipulations algébriques, le point 2D normalisé peut être écrit en fonction des paramètres du miroir et des coordonnées du point 3D \mathcal{X} :

$$\underline{\mathbf{x}} \propto \left[(\psi - \xi) \frac{X}{Z + \xi\rho} \quad (\xi - \psi) \frac{Y}{Z + \xi\rho} \quad 1 \right]^\top \quad (2.22)$$

où ψ et ξ sont fonctions des paramètres de miroir p et d (voir Tableau 2.2), et $\rho = \|\mathbf{X}\| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$. L'équation de projection (2.22) peut être réécrite en affectant la non linéarité à une fonction non linéaire homogène $\mathbf{f}(\mathbf{X}, \xi)$, comme suit :

$$\underline{\mathbf{x}} \propto \mathbf{M} \mathbf{f}(\mathbf{X}, \xi) \quad (2.23)$$

avec

$$\mathbf{f}(\mathbf{X}, \xi) = \left[\frac{X}{Z + \xi\rho} \quad \frac{Y}{Z + \xi\rho} \quad 1 \right]^\top \quad (2.24)$$

et :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \psi - \xi & 0 & 0 \\ 0 & \xi - \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

capteur	ξ	ψ
Parabolique	1	$1 + 2p$
Hyperbolique	$\frac{d}{\sqrt{d^2+4p^2}}$	$\frac{d+2p}{\sqrt{d^2+4p^2}}$
Elliptique	$\frac{d}{\sqrt{d^2+4p^2}}$	$\frac{d-2p}{\sqrt{d^2+4p^2}}$
Plan	0	1
Conventionnelle	0	1

TAB. 2.2: Les paramètres de projection ξ et ψ en fonction des paramètres de miroir

\mathbf{M} est une matrice associée au miroir, c'est-à-dire que les éléments de la matrice dépendent seulement des paramètres du miroir.

Notons que dans un espace projectif, la fonction \mathbf{f} peut être donnée, à un facteur d'échelle près, par :

$$\mathbf{f}(\mathbf{X}, \xi) \propto \begin{bmatrix} \frac{X}{\rho} & \frac{Y}{\rho} & \frac{Z}{\rho} + \xi \end{bmatrix}^\top \quad (2.26)$$

- étape 4 : Le point image exprimé en pixel est obtenu par une transformation projective de la caméra conventionnelle (perspective ou orthographique) en utilisant l'équation suivante :

$$\underline{\mathbf{x}}_i = \mathbf{K}_c \underline{\mathbf{x}} \propto \mathbf{K}_c \mathbf{M} \mathbf{f}(\mathbf{X}, \xi) \quad (2.27)$$

Nous présentons par la suite le modèle générique de projection en utilisant une sphère unitaire virtuelle permettant de modéliser tous les capteurs à projection centrale.

2.5.2 Modèle unifié avec une sphère virtuelle

Geyer et al. dans [Geyer 00] proposent un modèle unifié de projection pour toute caméra catadioptrique centrale. Ils montrent que les modèles des systèmes catadioptriques centraux sont isomorphes à une transformation projective de la sphère à un plan. En effet, le modèle des systèmes catadioptriques centraux est équivalent à deux projections successives, une première projection centrale sur une sphère virtuelle suivi d'une seconde projection perspective sur le plan image. Une version modifiée de ce modèle unifié a été proposée par Barreto [Barreto 03b].

Soit \mathcal{S} un ensemble de points appartenant à une sphère de centre M et de rayon $2p$ (voir Figures 2.20 et 2.21). Nous attacherons le miroir sphérique au repère miroir \mathcal{F}_m et la caméra perspective associée au miroir sphérique au repère \mathcal{F}_c . Sans perte de généralité, en normalisant la dimension du capteur catadioptrique par une grandeur $2p$, la sphère virtuelle est donc de rayon unitaire. Le repère \mathcal{F}_c est lié au repère miroir \mathcal{F}_m par une simple translation de ξ (voir Tableau 2.2) le long de l'axe Z de \mathcal{F}_m . La transformation projective de l'espace 3D à l'image pixelique peut être décomposée en trois étapes comme suit :

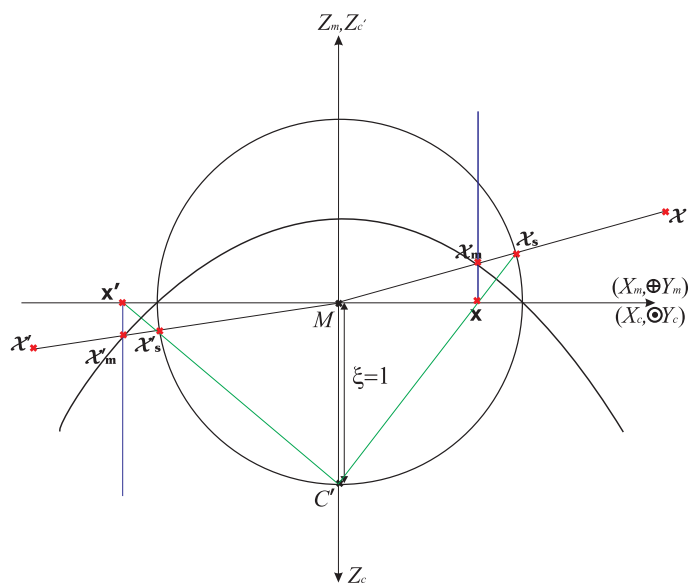


FIG. 2.20: Modèle de projection avec un miroir parabolique.

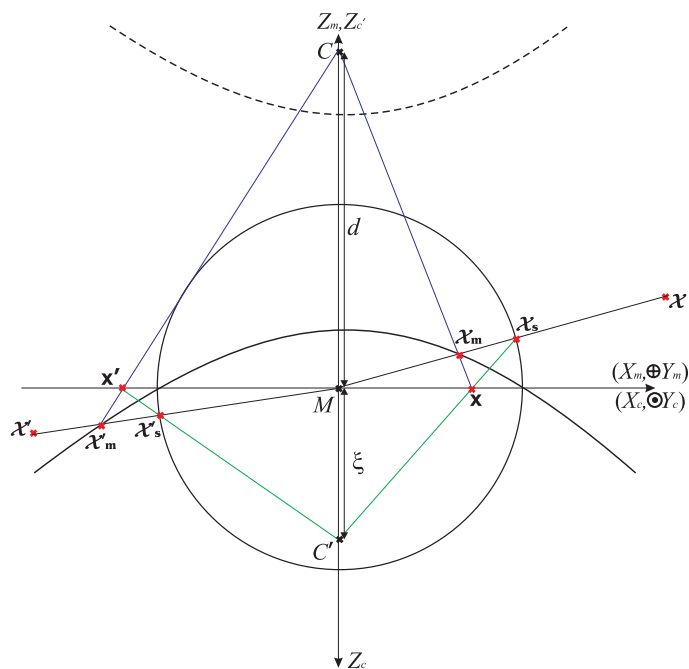


FIG. 2.21: Modèle de projection avec un miroir hyperbolique.

- étape 1 : Le point \mathcal{X} de \mathbb{P}^3 est, dans un premier temps, projeté sur la surface de la sphère unitaire en un point \mathcal{X}_s dont les coordonnées dans \mathcal{F}_m sont :

$$\mathbf{X}_s = \frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}^\top \quad (2.28)$$

où $\rho = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$. Notons que le rayon de projection \mathbf{X}_s passe par le point M et le point 3D \mathcal{X} .

- étape 2 : Le point \mathcal{X}_s sur la sphère est projeté sur le plan (XY) du repère miroir \mathcal{F}_m par une projection perspective de centre C'' en un point de coordonnées homogènes :

$$\underline{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \xi) = \begin{bmatrix} \frac{X}{Z+\xi\rho} & \frac{Y}{Z+\xi\rho} & 1 \end{bmatrix}^\top \quad (2.29)$$

Notons qu'en multipliant la composante Z par un paramètre supplémentaire ε_s qui prendra la valeur 1 dans le cas général, il est possible d'intégrer la projection sphérique au modèle unifié proposé par Geyer en attribuant la valeur 0 et 1 aux paramètres ε_s et ξ respectivement (voir annexe A.1). Dans les chapitres suivants, nous utiliserons le modèle (2.29) afin de simplifier les équations que nous présenterons par la suite.

- étape 3 : Les coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{x}}_i$ du point image exprimé en pixel sont obtenues après une transformation affine plan-à-plan du point 2D normalisé $\underline{\mathbf{x}}$:

$$\underline{\mathbf{x}}_i = \mathbf{K} \underline{\mathbf{x}} \quad (2.30)$$

avec

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_c \mathbf{M} \quad (2.31)$$

Rappelons que \mathbf{K}_c est la matrice triangulaire supérieure contenant les paramètres intrinsèques de la caméra conventionnelle, et \mathbf{M} est la matrice diagonale contenant les paramètres intrinsèques du miroir. Notons que $\xi = 0$ est un cas dégénéré des systèmes catadioptriques centraux où le modèle (2.30) devient linéaire et la projection est alors équivalente au modèle sténopé conventionnelle (2.9).

Les figures 2.20 et 2.21 montrent respectivement l'équivalence géométrique entre la projection catadioptrique des deux systèmes à miroir hyperbolique combiné avec une caméra perspective et à miroir parabolique combiné avec une caméra orthographique, et la projection stéréographique unifiée.

Comme tout modèle, il existe des configurations singulières. Les singularités du modèle de projection unifié présenté ci-dessus sont observables dans l'équation (2.29). Nous montrons dans l'annexe B que ces singularités ne sont pas observables en pratique de la même façon que pour la projection sténopé lorsque la profondeur du point 3D est nulle.



FIG. 2.22: Image perspective d'une image omnidirectionnelle : (a) image omnidirectionnelle d'un damier, (b) l'image perspective reconstruite du damier.

2.5.3 Transformation projective inverse et image perspective virtuelle

La transformation inverse permet de trouver le rayon 3D correspondant à chaque pixel de l'image catadioptrique. Dans [Barreto 03b], Barreto a montré que la fonction non linéaire \mathbf{f} est injective et son inverse est donnée par :

$$\mathbf{f}^{-1}(\bar{\mathbf{x}}, \xi) = \begin{bmatrix} \lambda_i \bar{x} & \lambda_i \bar{y} & \lambda_i \bar{z} - \xi \end{bmatrix}^T \quad (2.32)$$

avec $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{x}_i$ et $\lambda_i = \frac{\xi \bar{z} + \sqrt{\bar{z}^2 + (1 - \xi^2)(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)}}{\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2}$. La fonction $\mathbf{f}^{-1}(\bar{\mathbf{x}}, \xi)$ est le vecteur directeur du rayon 3D correspondant au point image \mathbf{x}_i . Notons que la transformation inverse nécessite l'étalonnage du capteur catadioptrique. Dans le cas où l'étalonnage \mathbf{K} est connu et en supposant que le centre de projection est unique, l'image perspective peut être générée à partir de l'image catadioptrique. Soit une caméra perspective virtuelle définie par sa matrice d'étalonnage \mathbf{K}_v et par la matrice de rotation \mathbf{R}_v entre le repère miroir \mathcal{F}_m et un repère qui lui est attaché \mathcal{F}_v (caméra virtuelle). En plaçant le centre optique de la caméra virtuelle au point principal M , les coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{x}}_v$ d'un pixel dans l'image de la caméra perspective virtuelle est obtenue par :

$$\underline{\mathbf{x}}_v = \mathbf{K}_v \mathbf{R}_v \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{K}^{-1} \mathbf{x}_i, \xi) \quad (2.33)$$

Notons que le choix des matrices \mathbf{K}_v et \mathbf{R}_v est arbitraire. Un exemple d'une image perspective virtuelle générée à partir d'une image omnidirectionnelle acquise par un capteur catadioptrique central à miroir parabolique est donné par la Figure 2.22.

2.6 Projection catadioptrique de droites 3D

Lorsque des environnements intérieurs, urbains ou industriels sont considérés, le choix de droites comme primitives visuelles est naturel. Afin d'utiliser ce type de

primitives géométriques dans une boucle de commande par vision, il est nécessaire de choisir une représentation dans leur espace d'appartenance. Dans ce paragraphe, nous donnerons les représentations les plus courantes de droites du plan et de l'espace 3D. Nous justifierons, par la suite, notre choix qui portera sur les coordonnées de Plücker. Enfin, nous décrirons leur projection dans une image catadioptrique en utilisant le modèle unifié décrit précédemment.

2.6.1 Les droites 2D

Une droite (l) du plan est définie par l'équation :

$$a x + b y + c = 0 \quad (2.34)$$

où a , b et c sont les coefficients de la droite (l), et (x, y) sont les coordonnées d'un point du plan appartenant à la droite (l).

A partir de l'équation (2.34), quatre représentations peuvent être déduites :

- La première représentation consiste à identifier la droite (l) à un vecteur $\mathbf{l} = [a \ b \ c]^\top$ contenant les trois coefficients de son équation. Pour chaque point du plan appartenant à la droite (l) et de coordonnées homogène $\underline{\mathbf{x}} = [x \ y \ 1]^\top$, l'équation (2.34) peut être exprimée comme suit :

$$\underline{\mathbf{x}}^\top \mathbf{l} = 0 \quad (2.35)$$

Cette représentation n'est pas unique car le vecteur \mathbf{l} est défini à un facteur multiplicatif près.

- La deuxième représentation est déduite de la première en imposant une norme euclidienne unitaire au vecteur \mathbf{l} . Le nouveau vecteur \mathbf{l} est donc donné par :

$$\mathbf{l} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

- Une seconde façon de normaliser la première représentation consiste à diviser les coefficients de la droite (l) par $\sqrt{a^2 + b^2}$. Cela implique que la droite (l) est définie par le sinus et le cosinus de sa tangente θ_l et sa distance ρ_l à l'origine du repère de définition. En effet, la nouvelle représentation est donnée par :

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} \cos \theta_l \\ \sin \theta_l \\ -\rho_l \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Notons qu'aucune de ces trois représentations n'est minimale.

- enfin, une représentation minimale peut être déduite de la précédente. Dans ce cas, seul l'angle θ_l et la distance ρ_l peuvent définir la droite 2D. Le vecteur \mathbf{l} normalisé et minimal est donc donné par :

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} \theta_l \\ \rho_l \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

L'équation de la droite (l) est dans ce cas $\cos(\theta_l) x + \sin(\theta_l) y - \rho_l = 0$. Notons qu'une ambiguïté de signe (l'orientation de la droite) est intrinsèque à toutes les représentations.

2.6.2 Les droites 3D - Les coordonnées Plückeriennes

Une droite de l'espace 3D peut être définie de plusieurs manières. Les lecteurs intéressés par la représentation de droites 3D peuvent se référer à [Boukir 93], [Faugeras 93], [Plücker 65].

Soit \mathcal{X} un point 3D appartenant à la droite 2D \mathcal{L} . La droite \mathcal{L} peut être définie par le point de référence \mathcal{X} et le vecteur directeur unitaire $\underline{\mathbf{u}}$ de la droite. On peut donc écrire :

$$(\mathcal{L}) : \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \underline{\mathbf{u}} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

où \mathbf{X} est le vecteur des coordonnées du point \mathcal{X} . Notons que cette représentation n'est pas unique car n'importe quel point \mathcal{X} , appartenant à la droite \mathcal{L} , peut être choisi comme point de référence.

Par définition, les coordonnées de Plücker sont définies soit dans un espace euclidien, on parle alors des coordonnées de Plücker euclidiennes, soit dans un espace projectif, on parle alors des coordonnées de Plücker projectives. La différence entre les deux représentations est due au fait que l'espace euclidien est muni d'un produit scalaire et par conséquent d'une norme. Les coordonnées de Plücker projectives sont définies à un facteur d'échelle près mais peuvent être normées pour obtenir les coordonnées de Plücker euclidiennes. Comme nous utilisons des droites 3D de l'espace euclidien, nous choisirons les coordonnées euclidiennes de Plücker.

Dans un espace euclidien, une droite 3D peut être définie par un couple de vecteurs, appelé coordonnées de Plücker, comme :

$$(\mathcal{L}) : \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}} \\ \mathbf{h} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

où $\mathbf{h} = \mathbf{X} \times \underline{\mathbf{u}}$. Notons que le vecteur \mathbf{h} est indépendant du choix du point \mathcal{X} . Par conséquent, cette représentation dépend de l'orientation $\underline{\mathbf{u}}$ à un signe près. Géométriquement, le vecteur \mathbf{h} est le vecteur normal au plan, appelé plan d'interprétation, passant par l'origine du repère de définition et contenant la droite \mathcal{L} (voir Figure 2.23).

2.6.3 Image perspective de droites 3D

Dans [Andreff 00], Andreff propose une représentation de droites qui est à la fois homogène dans l'espace euclidien et projectif (image). Soit \mathcal{L} une droite de l'espace de coordonnées de Plücker $[\underline{\mathbf{u}}^\top \ \mathbf{h}^\top]^\top$ exprimées dans le repère caméra \mathcal{F}_c (voir Figure 2.23). Soit \mathcal{P} un point de \mathcal{L} le plus proche de l'origine C du repère \mathcal{F}_c . Sachant que $\mathbf{h} = \mathbf{P} \times \underline{\mathbf{u}}$, la profondeur h de la droite \mathcal{L} est donc donnée par

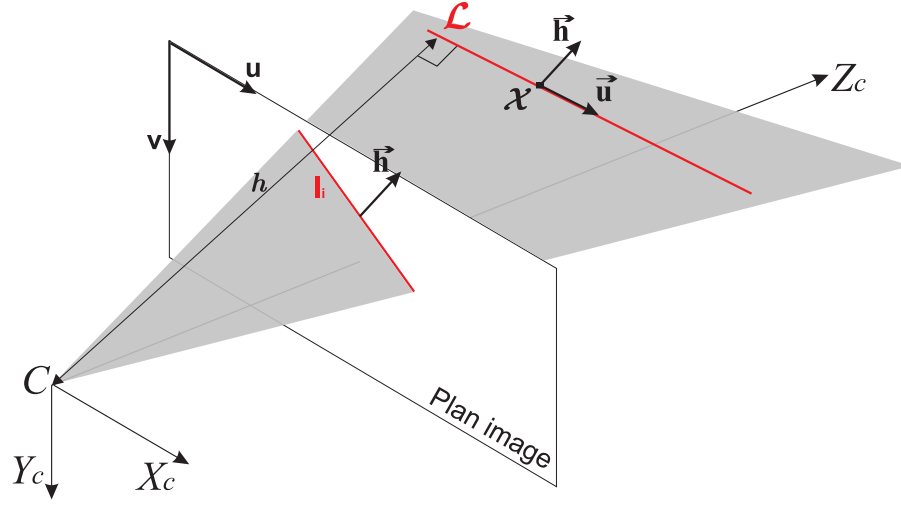


FIG. 2.23: Interprétation géométrique et projection perspective de droites 3D.

$h = \|\mathbf{h}\|$. Par conséquent, le vecteur définissant le plan d'interprétation peut être écrit $\mathbf{h} = h\mathbf{\underline{h}}$ où $\mathbf{\underline{h}}$ est un vecteur unitaire. Dorénavant, nous séparons la profondeur h et le vecteur unitaire $\mathbf{\underline{h}}$ et nous représentons la droite \mathcal{L} par :

$$(\mathcal{L}) : \begin{bmatrix} \mathbf{\underline{u}} \\ \mathbf{\underline{h}} \\ h \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Notons que cette représentation est redondante, elle est de rang 4 sous les contraintes $\|\mathbf{\underline{u}}\| = 1$, $\|\mathbf{\underline{h}}\| = 1$ et $\mathbf{\underline{u}}^\top \mathbf{\underline{h}} = 0$.

La projection perspective de la droite \mathcal{L} sur le plan image est définie par l'intersection du plan d'interprétation, contenant la droite et passant par le centre optique C , et le plan image (voir Figure 2.23). Il est clair que la projection de \mathcal{L} est complètement définie par son plan d'interprétation. Donc, l'image de \mathcal{L} peut être définie par le vecteur unitaire $\mathbf{\underline{h}}$. En effet, tout point du plan image, de coordonnées homogènes $\mathbf{\underline{x}}$, appartenant à l'image de la droite \mathcal{L} vérifie l'équation du plan d'interprétation suivante :

$$\mathbf{\underline{x}}^\top \mathbf{\underline{h}} = 0 \quad (2.42)$$

En combinant les équations (2.7) et (2.42), on obtient l'équation de la droite \mathbf{l}_i dans l'image en pixel :

$$\mathbf{\underline{x}}_i^\top \mathbf{l}_i = 0 \quad (2.43)$$

où $\mathbf{l}_i = \mathbf{K}_c^{-\top} \mathbf{\underline{h}}$.

Notons aussi que la projection de la droite 3D dans l'image perspective est dégénérée lorsque la profondeur $h = 0$. Ce qui implique que l'image de la droite 3D passant par le centre de projection (cas dégénéré) est un point.

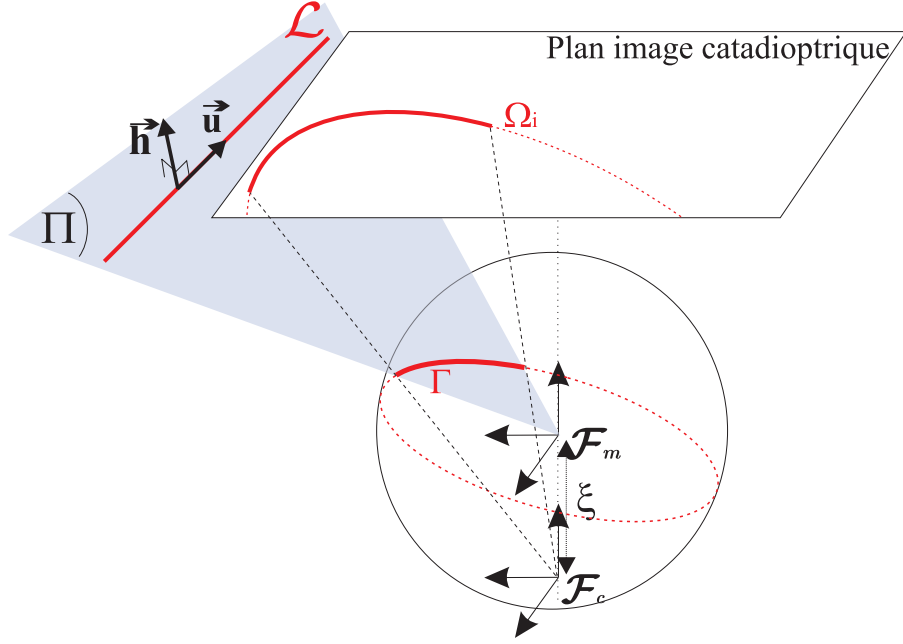


FIG. 2.24: Projection catadioptrique unifiée de droites 3D.

En gardant la même représentation de droites 3D par ses coordonnées de Plücker, nous présenterons dans la suite la formation de la conique représentant l'image d'une droite 3D dans un capteur catadioptrique. Nous montrerons ensuite comment représenter l'image catadioptrique d'une droite 3D par une droite 2D au lieu d'une conique.

2.6.4 Image catadioptrique d'une droite 3D

Afin de modéliser la projection catadioptrique de droite dans l'image, nous utiliserons les coordonnées de Plücker présentées précédemment dans (2.41). Nous utilisons le modèle unifié d'un capteur catadioptrique central (une sphère unitaire virtuelle + une caméra perspective). La projection catadioptrique d'une droite de l'espace peut alors être présentée en trois étapes :

- étape 1 : Soit \mathcal{L} une droite 3D définie par les coordonnées de Plücker $[\underline{\mathbf{u}}^\top \ \underline{\mathbf{h}}^\top \ h]^\top$ exprimées dans le repère miroir \mathcal{F}_m , et Γ l'ensemble des points d'intersection de son plan d'interprétation Π avec la surface du miroir (voir Figure 2.24). Notons que Γ définit la projection de toutes les droites du plan d'interprétation Π sur le miroir. Cela implique que Γ est complètement définie par le vecteur $\underline{\mathbf{h}}$. Soit \mathcal{X} un point 3D de \mathcal{L} , défini par ses coordonnées $\mathbf{X} = [X \ Y \ Z]^\top$. La projection de \mathcal{X} sur la sphère unitaire est le point \mathcal{X}_s de l'ensemble Γ , de coordonnées $\mathbf{X}_s = \frac{1}{\|\mathbf{X}\|} [X \ Y \ Z]^\top$ et vérifie l'équation du plan

d'interprétation Π , soit :

$$\mathbf{X}_s^\top \underline{\mathbf{h}} = 0 \quad (2.44)$$

- étape 2 : L'ensemble de points de Γ est ensuite projeté perspectivement sur le plan image normalisé. En effet, la transformation projective du point \mathcal{X}_s en un point image de coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{x}}$ est réalisée à travers la fonction non linéaire \mathbf{f} (se référer à l'équation (2.29)). En appliquant la transformation inverse $\mathbf{X}_s \propto \mathbf{f}^{-1}(\underline{\mathbf{x}}, \xi)$ dans l'égalité (2.44), on obtient :

$$\underline{\mathbf{h}}^\top \mathbf{f}^{-1}(\underline{\mathbf{x}}, \xi) = 0 \quad (2.45)$$

Après quelques manipulations algébriques et en définissant les composantes du vecteur unitaire $\underline{\mathbf{h}} = [h_x \ h_y \ h_z]^\top$, (2.45) peut être écrite sous forme quadratique :

$$\underline{\mathbf{x}}^\top \boldsymbol{\Omega} \underline{\mathbf{x}} = 0 \quad (2.46)$$

où $\boldsymbol{\Omega}$ est la forme matricielle d'une conique donnée par :

$$\boldsymbol{\Omega} \propto \begin{pmatrix} h_x^2 - \xi^2(1 - h_y^2) & h_x h_y(1 - \xi^2) & h_x h_z \\ h_x h_y(1 - \xi^2) & h_y^2 - \xi^2(1 - h_x^2) & h_y h_z \\ h_x h_z & h_y h_z & h_z^2 \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

Notons que la fonction non linéaire \mathbf{f} transforme les droites du plan défini par $\underline{\mathbf{h}}$ en une conique $\boldsymbol{\Omega}$.

- étape 3 : La transformation projective d'une conique est une conique [Spain 57, Hartley 00]. Par conséquent, la conique exprimée en pixel est donnée par $\boldsymbol{\Omega}_i = \mathbf{K}^{-\top} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{K}^{-1}$. L'équation quadratique dans le plan image en pixel est donc :

$$\underline{\mathbf{x}}_i^\top \boldsymbol{\Omega}_i \underline{\mathbf{x}}_i = 0 \quad (2.48)$$

Notons que l'équation (2.48) peut être écrite comme suit :

$$A_0 x_i^2 + A_1 y_i^2 + 2A_2 x_i y_i + 2A_3 x_i + 2A_4 y_i + A_5 = 0 \quad (2.49)$$

avec

$$\begin{cases} A_0 = h_x^2 - \xi^2(1 - h_y^2) \\ A_1 = h_y^2 - \xi^2(1 - h_x^2) \\ A_2 = h_x h_y(1 - \xi^2) \\ A_3 = h_x h_z \\ A_4 = h_y h_z \\ A_5 = h_z^2 \end{cases} \quad (2.50)$$

Nous pouvons constater que l'équation (2.49) est définie à un facteur d'échelle près. Cette ambiguïté peut être levée en normalisant cette équation par un des coefficients A_i ou encore une combinaison linéaire, non linéaire ou mixte entre les coefficients de la quadratique. Afin de réduire l'espace dégénéré issu de la normalisation, nous

avons choisi le coefficient A_5 pour cette normalisation. L'équation quadratique (2.49) s'écrit alors :

$$B_0x_i^2 + B_1y_i^2 + 2B_2x_iy_i + 2B_3x_i + 2B_4y_i + 1 = 0 \quad (2.51)$$

avec $B_k = \frac{A_k}{A_5}$. Le cas $A_5 = 0$ correspond à des configurations dégénérées pour cette représentation, où l'axe optique de la caméra catadioptrique est co-planaire avec la droite 3D \mathcal{L} ($h_z = 0$). Dans ce cas, la projection de la droite 3D dans l'image catadioptrique est une droite qui passe par le centre de l'image. Dans la suite, nous considérerons les cas non dégénérés (c-à-d $h_z \neq 0$).

Notons que l'image catadioptrique d'une droite 3D est définie par cinq coefficients B_j , $j = 0 \dots 4$. Cependant, cette conique dans l'image a seulement deux degrés de liberté. Dans la suite, nous présentons une représentation minimale en utilisant les droites polaires.

2.7 Les droites polaires

Les propriétés géométriques des droites polaires associées aux points par rapport à une conique peuvent être exploitées en vision. Citons par exemple les travaux de Barreto et al dans [Barreto 02a] qui utilisent les propriétés géométriques des droites polaires pour l'étalonnage des caméras catadioptriques centrales. Nous montrerons dans la suite que ces droites polaires peuvent également être utilisées pour mieux représenter les images catadioptriques de droites. Nous donnerons dans un premier temps quelques définitions géométriques qui vont être utiles à la définition de la droite polaire associée à un point par rapport à une conique. Pour une étude plus détaillée sur les propriétés des polaires et des coniques, le lecteur peut se référer à [Spain 57, Spain 60].

Définition 1 Formule de Joachimsthal. Soient A et B deux points 2D de coordonnées $\mathbf{a} = [x_a \ y_a]^\top$ et $\mathbf{b} = [x_b \ y_b]^\top$ respectivement. Les coordonnées du point P divisant le segment $[AB]$ en un rapport de $\frac{\lambda}{\mu}$ avec $\mu \neq 0$, sont données par :

$$\mathbf{p} = \left[\frac{\mu x_a + \lambda x_b}{\mu + \lambda} \quad \frac{\mu y_a + \lambda y_b}{\mu + \lambda} \right]^\top \quad (2.52)$$

Soit Φ une conique 2D définie par l'équation quadratique suivante :

$$ax^2 + by^2 + 2cxy + 2dx + 2ey + f = 0 \quad (2.53)$$

où a, b, c, d, e et f sont des coefficients réels. Soient les points A , B et P , définis précédemment, appartenant au plan de définition de la conique Φ (voir Figure 2.25). Les coordonnées du point P divisant le segment $[AB]$ en un rapport de $\frac{\lambda}{\mu}$

sont données par (2.52). Notons que le point P appartient à la conique Φ si les coordonnées données dans (2.52) vérifient l'équation (2.53) :

$$a(\mu x_a + \lambda x_b)^2 + b(\mu y_a + \lambda y_b)^2 + 2c(\mu x_a + \lambda x_b)(\mu y_a + \lambda y_b) + 2d(\mu x_a + \lambda x_b)(\mu + \lambda) + 2e(\mu y_a + \lambda y_b)(\mu + \lambda) + f(\mu + \lambda)^2 = 0 \quad (2.54)$$

Après le développement de l'équation (2.54) et en notant Φ_A (respectivement Φ_B) la distance du point A (resp. le point B) à la conique Φ , on obtient :

$$\mu^2 \Phi_A + 2\mu\lambda T_{AB} + \lambda^2 \Phi_B = 0 \quad (2.55)$$

où

$$\begin{aligned} T_{AB} &= x_a(ax_b + cy_b + d) + y_a(cx_b + by_b + e) + dx_b + ey_b + f \\ &= x_b(ax_a + cy_a + d) + y_b(cx_a + by_a + e) + dx_a + ey_a + f \\ &= T_{BA} \end{aligned}$$

Définition 2 *Equation quadratique de Joachimsthal.* L'équation (2.55) est appelée l'équation quadratique de Joachimsthal.

L'équation quadratique de Joachimsthal admet deux solutions en $\frac{\lambda}{\mu}$ qui correspondent aux deux points d'intersection entre la droite AB et la conique Φ .

Définition 3 *Conjugué de point par rapport à une conique.* Les deux points A et B sont conjugués par rapport à la conique Φ si les deux points d'intersection P et Q divisent harmoniquement A et B , c-à-d $\frac{AP}{PB} = -\frac{AQ}{QB}$.

Les deux solutions de l'équation (2.55) sont donc égales en valeur absolue et de signes différents. La condition nécessaire et suffisante pour que les deux points A et B soit conjugués par rapport à la conique Φ est $T_{AB} = 0$.

Définition 4 *Droite polaire* Soit Φ une conique 2D, et A un point appartenant au plan de définition de la conique Φ . La polaire du point A par rapport à la conique Φ est définie par l'ensemble de tous les points du plan qui sont conjugués du point A par rapport à Φ . Les coordonnées $[x \ y]^\top$ de cet ensemble de points sont solutions de l'équation suivante :

$$T_A = (ax_a + cy_a + d)x + (cx_a + by_a + e)y + dx_a + ey_a + f = 0 \quad (2.56)$$

L'équation (2.56) est linéaire en x et y et donc représente une droite 2D. Cette droite est appelée la droite polaire associée au point A par rapport à la conique Φ . Elle peut être définie par $\mathbf{l}_A \propto \Phi \tilde{\mathbf{a}}$ (où $\tilde{\mathbf{a}} = [\mathbf{a}^\top 1]^\top$ sont les coordonnées homogènes du point A).

Considérons la conique Ω_i issue de la projection catadioptrique d'une droite 3D dans le plan image. Il existe donc une infinité de droites polaires associées à une infinité de points de l'image par rapport à la conique Ω_i . Nous allons montrer qu'il

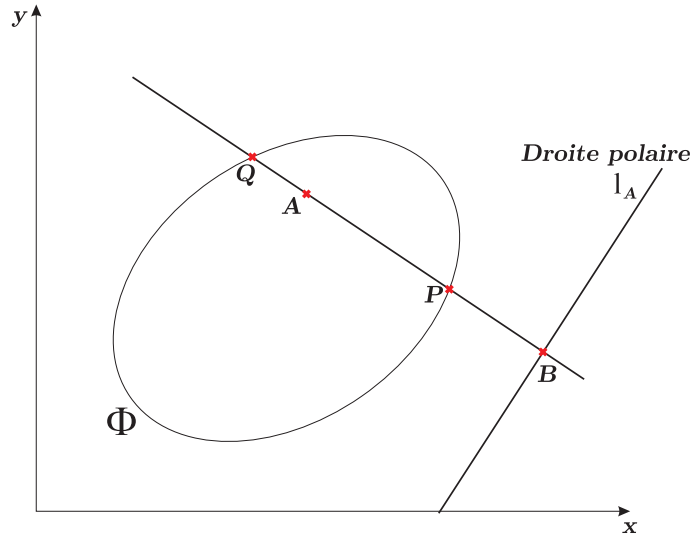


FIG. 2.25: Droite polaire.

existe un point particulier de l'image pour lequel la droite polaire associée fournit des propriétés géométriques intéressantes. Soit $\mathbf{l}_i \propto \mathbf{\Omega}_i \mathbf{O}_i$ la droite polaire associée au point principal de l'image ($\mathbf{O}_i = [u_0 \ v_0 \ 1]^T$) par rapport à la conique $\mathbf{\Omega}_i$. L'équation de cette droite polaire est donnée par :

$$\mathbf{l}_i^\top \underline{\mathbf{x}}_i = 0 \quad \text{où} \quad l_x x_i + l_y y_i + l_z = 0 \quad (2.57)$$

En utilisant l'égalité $\mathbf{O}_i = \mathbf{K} [0 \ 0 \ 1]^\top$, la droite polaire s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_i &\propto \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{\Omega} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{O}_i = \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{\Omega} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{K} [0 \ 0 \ 1]^\top \\ &\propto \mathbf{K}^{-\top} \underline{\mathbf{h}} \end{aligned} \quad (2.58)$$

Ce résultat est intéressant car le vecteur normal au plan d'interprétation apparaît explicitement dans l'équation de projection. Rappelons que l'image catadioptrique d'une droite 3D est complètement définie par son plan d'interprétation. Dans la cas d'une caméra conventionnelle, $\mathbf{l}_i \propto \mathbf{K}_c^{-\top} \underline{\mathbf{h}}$ n'est rien d'autre que l'image d'une droite 3D appartenant au plan d'interprétation défini par $\underline{\mathbf{h}}$.

Par ailleurs, l'équation (2.58) donne :

$$\underline{\mathbf{h}} = \frac{\mathbf{K}^\top \mathbf{l}_i}{\|\mathbf{K}^\top \mathbf{l}_i\|} \quad (2.59)$$

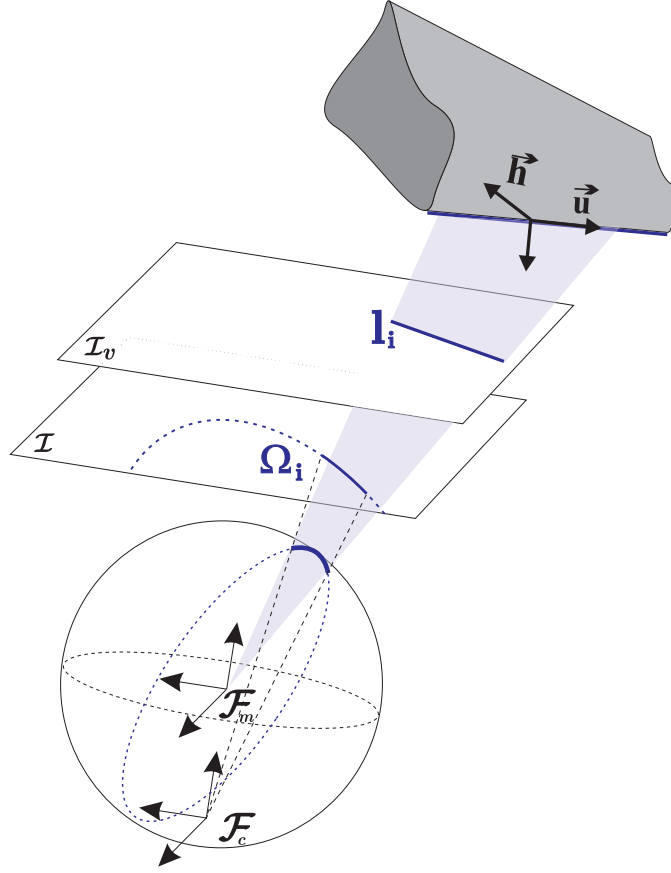


FIG. 2.26: Droite polaire comme image virtuelle.

Proposition 1 *Considérons une caméra perspective virtuelle définie par la matrice de calibrage \mathbf{K}_v et attachée au repère $\mathcal{F}_v = \mathcal{F}_m$ (voir figure 2.26). Si les paramètres intrinsèques de la caméra virtuelle sont choisis de même valeurs que les paramètres intrinsèques de la caméra catadioptrique (c'est-à-dire $\mathbf{K}_v = \mathbf{K}$), alors la projection perspective de la droite 3D \mathcal{L} dans le plan image \mathcal{I}_v de la caméra virtuelle est une droite 2D :*

$$\mathbf{l}_v^\top \mathbf{x}_{iv} = 0 \quad \text{et} \quad \mathbf{l}_v \propto \mathbf{K}^{-\top} \underline{\mathbf{h}} \quad (2.60)$$

où \mathbf{x}_{iv} est un point exprimé en pixel dans l'image virtuelle \mathcal{I}_v .

Corollaire 1 *La droite polaire \mathbf{l}_i associée au point principal de l'image catadioptrique par rapport à la conique (image catadioptrique de la droite \mathcal{L}), est la projection perspective de \mathcal{L} dans l'image d'une caméra virtuelle définie par \mathbf{K} .*

Ce corollaire est fondamental puisqu'il nous permet de représenter la projection d'une droite 3D dans l'image d'une caméra catadioptrique par une simple droite (polaire) au lieu d'une conique.

Connaissant uniquement le point principal \mathbf{O}_i de l'image catadioptrique, il est donc possible d'utiliser le modèle linéaire (modèle sténopé) pour la projection des droites 3D au lieu du modèle non-linéaire décrit précédemment.

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, des outils permettant de modéliser l'environnement et le capteur caméra dans des espaces projectifs ont été présentés. Nous avons également dressé un état de l'art en nous focalisant sur les caméras omnidirectionnelles à miroir et à point central unique. Les modèles de projection pour ces capteurs ont ensuite été discutés. La projection des points et des droites de l'espace a plus particulièrement été étudiée. Nous avons vu que les droites de l'espace se projettent en des coniques dans l'image acquise par une caméra catadioptrique. Afin de simplifier les équations de projection relatives aux droites, la notion de droites polaires a été introduite. Il est particulièrement intéressant de noter que cet outil algébrique permet de surmonter la non-linéarité du modèle de projection avec une connaissance faible de l'étalonnage (uniquement le point principal). Ce dernier point permettra, comme nous le verrons dans la suite, de proposer des algorithmes d'estimation du mouvement et des lois de commande simples et efficaces.

Chapitre 3

Géométrie projective en vision omnidirectionnelle

Le problème de la localisation tridimensionnelle de la caméra dans la scène qu'elle observe peut classiquement être traité de deux manières différentes selon le degré de connaissance a priori sur la caméra et la scène observée. Le premier type de méthodes utilise une mise en correspondance entre des points de l'espace Cartésien et leur projection dans l'image de la caméra pour obtenir la position et l'orientation de l'objet d'intérêt dans un repère rigidement lié à la caméra. Ce type de méthode implique que l'on dispose d'un modèle de la scène ou tout du moins d'un certain nombre de primitives de celle-ci. Le déplacement de la caméra peut ensuite être obtenu par composition de changements de repère entre deux poses successives.

Le principe du second groupe de méthodes, qui nous intéresse plus particulièrement ici, est de retrouver à partir de la mise en correspondance de primitives géométriques dans plusieurs images, le déplacement de la caméra et la géométrie de la scène observée. Dans ce cas, le modèle de la scène n'est pas nécessaire. Si l'étalonnage du capteur est connu, on parlera de reconstruction euclidienne ; sinon la reconstruction sera dite projective. Dans le cas d'une reconstruction euclidienne, le déplacement en translation de la caméra entre les prises de vue ne pourra être obtenu qu'à un facteur d'échelle près ; on parlera alors de reconstruction du déplacement partiel de la caméra. Ces techniques de reconstruction du déplacement partiel ont été exploitées avec succès dans le cadre de l'asservissement visuel (en particulier pour les techniques hybrides). L'objectif de ce chapitre est de proposer des méthodes adaptées aux capteurs qui nous intéressent : les caméras catadioptriques à centre de projection unique et à notre application : l'asservissement visuel.

La première partie de ce chapitre décrit brièvement le problème dans le cas où une caméra conventionnelle (modèle pinhole) est utilisée. Dans la seconde partie, les principaux résultats de la littérature sur ce sujet lorsqu'une caméra catadioptrique est utilisée, sont présentés. Les contributions du chapitre sont ensuite exposées. La première concerne la reconstruction euclidienne du déplacement partiel de la caméra via une transformation homographique liant des coordonnées étendues de

523.1 Reconstruction projective et euclidienne en vision conventionnelle

la projection d'un ensemble de points dans deux images. La seconde contribution concerne l'utilisation de droites projetées pour la reconstruction projective et euclidienne. Nous proposons d'utiliser les droites polaires associées aux droites projetées (coniques) pour surmonter les non-linéarités de la fonction de projection. Des algorithmes d'estimation des matrices d'homographie normalisée ou non sont présentés.

Nous validons nos approches à travers deux applications. La première concerne l'estimation du déplacement partiel de la caméra catadioptrique entre deux prises de vues et la seconde concerne la planification de trajectoires de points et de droites dans l'image catadioptrique.

3.1 Reconstruction projective et euclidienne en vision conventionnelle

La géométrie des systèmes à deux prises de vue, référencée dans la littérature comme la géométrie épipolaire, conduit à des résultats importants tels que la reconstruction du déplacement d'une caméra. En effet, il existe une contrainte liant des primitives visuelles (des points, des droites) entre deux images, appelée contrainte épipolaire. Considérons un point \mathcal{X} de l'espace 3D, qui se projette en \mathbf{x} dans l'image \mathcal{I} de la caméra de centre optique C et attachée au repère \mathcal{F}_c , et en \mathbf{x}^* dans l'image \mathcal{I}^* de la caméra conventionnelle de centre optique C^* et attachée au repère \mathcal{F}_c^* (se référer à la Figure 3.1). Le triplet de point $\{C, C^*, \mathcal{X}\}$ forme le plan (π_1) , appelé plan épipolaire. Il intersecte les deux plans images \mathcal{I} et \mathcal{I}^* en deux droites \mathbf{l}_e et \mathbf{l}_e^* respectivement. Les droites \mathbf{l}_e et \mathbf{l}_e^* sont appelées respectivement droite épipolaire de \mathcal{I} associée à \mathbf{x}^* et droite épipolaire de \mathcal{I}^* associée à \mathbf{x} . La projection du centre optique C dans l'image \mathcal{I}^* est un point particulier appelé l'épipole et est noté \mathbf{e}^* . En effet, l'ensemble des droites épipolaires de \mathcal{I}^* s'intersecte en un seul point qui est l'épipole \mathbf{e}^* . De même pour l'image \mathcal{I} , l'intersection de l'ensemble des droites épipolaires est le point issu de la projection du centre optique C^* dans l'image \mathcal{I} et est l'épipole noté \mathbf{e} . Cette contrainte géométrique, appelée contrainte épipolaire peut être représentée sous sa forme matricielle ce qui permet de construire des méthodes d'estimation du déplacement de la caméra et de la structure de la scène.

3.1.1 La contrainte épipolaire sous forme matricielle

Dans ce paragraphe, nous allons brièvement décrire les relations matricielles de la contrainte épipolaire en vision conventionnelle. Pour une description plus complète dans le cas perspectif, le lecteur pourra se reporter à [Faugeras 93].

Considérons \mathcal{X} un point 3D de la scène de coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{X}} = [\mathbf{X}^\top W]^\top = [X \ Y \ Z \ W]^\top$ dans \mathcal{F}_c et $\underline{\mathbf{X}}^* = [\mathbf{X}^{*\top} W^*]^\top = [X^* \ Y^* \ Z^* \ W^*]^\top$ dans \mathcal{F}_c^* . Le point \mathcal{X} se projette dans les images courante et désirée en deux points de coordonnées homogènes normalisées $\underline{\mathbf{x}}$ et $\underline{\mathbf{x}}^*$ respectivement. Leurs coordonnées

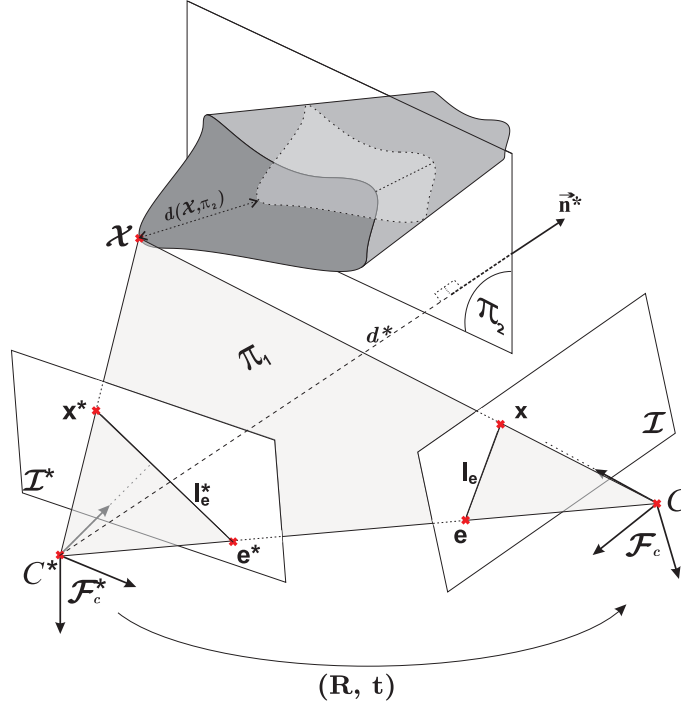


FIG. 3.1: Contrainte et géométrie épipolaire entre deux caméras perspectives.

homogènes exprimées en pixel sont données par $\underline{\mathbf{x}}_i$ et $\underline{\mathbf{x}}_i^*$ respectivement.

En utilisant l'équation de projection (2.9), les coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{x}}_i$ et $\underline{\mathbf{x}}_i^*$ exprimées en pixel peuvent donc être réécrites :

$$\begin{cases} \underline{\mathbf{x}}_i \propto \mathbf{K}^c \mathbf{P} \underline{\mathbf{X}} = \mathbf{K}^* \mathbf{P}^* \underline{\mathbf{X}} \\ \underline{\mathbf{x}}_i^* \propto \mathbf{K}^c \mathbf{P}^* \underline{\mathbf{X}} \end{cases} \quad (3.1)$$

où ${}^c\mathbf{P} = [\mathbf{I}_3 \mathbf{0}]$ et ${}^*\mathbf{P} = [\mathbf{R} \mathbf{t}]$. En éliminant le vecteur $\underline{\mathbf{X}}^*$ des deux équations précédentes, on obtient :

$$\underline{\mathbf{x}}_i^\top \mathbf{F} \underline{\mathbf{x}}_i^* = 0 \quad (3.2)$$

où

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}^{-\top} [\mathbf{t}]_\times \mathbf{R} \mathbf{K} = [\mathbf{e}]_\times \mathbf{G} \quad (3.3)$$

La matrice \mathbf{F} est de dimension 3×3 et est appelée matrice fondamentale. La matrice \mathbf{G} est une matrice inversible de dimension 3×3 . Elle sera appelée dans la suite matrice de colinéation (la matrice d'homographie exprimée en pixel). Celle-ci sera étudiée plus en détail dans la suite du document. La matrice fondamentale \mathbf{F} est en général de rang 2 et son déterminant est nul. Cela implique une contrainte non linéaire sur ses éléments. Géométriquement, la matrice fondamentale \mathbf{F} définit l'ensemble des droites dans l'image \mathcal{I} passant par \mathbf{e} . Le vecteur $\underline{\mathbf{x}}_i^{*\top} \mathbf{F}^\top$ représente, donc

la droite épipolaire dans l'image \mathcal{I} . Zhang, dans [Zhang 94] utilise cette contrainte forte pour simplifier les opérations de mise en correspondance entre les images. Notons également que les deux épipoles \mathbf{e} et \mathbf{e}^* vérifient respectivement $\mathbf{e}^\top \mathbf{F} = 0$ et $\mathbf{F} \mathbf{e}^* = 0$. Ils engendrent donc respectivement les noyaux gauche et droit de la matrice \mathbf{F} .

En utilisant les équations (2.7) et (3.2), une matrice similaire à la matrice fondamentale, appelée matrice essentielle vérifie la relation suivante entre les points de l'image normalisée :

$$\underline{\mathbf{x}}^\top \mathbf{E} \underline{\mathbf{x}}^* = 0 \quad (3.4)$$

où

$$\mathbf{E} = [\mathbf{t}]_{\times} \mathbf{R} \quad (3.5)$$

3.1.2 Estimation de la géométrie épipolaire et du déplacement de la caméra

L'estimation du déplacement rigide d'une caméra entre deux prises de vues nécessite en aval une estimation de la géométrie épipolaire. Les méthodes permettant d'estimer cette géométrie sont nombreuses. Nous ne présentons ici qu'un bref aperçu de ces méthodes et invitons les lecteurs à se reporter à [Luong 93, Zhang 98, Malis 00] pour de plus amples détails.

Le problème de l'estimation de la géométrie épipolaire est, par sa propre nature, non linéaire. En effet, la matrice fondamentale doit être de rang 2 et la matrice essentielle doit satisfaire les conditions de Huang-Faugeras [Huang 89]. Ces deux conditions sont des contraintes non linéaires qui seront imposées a posteriori, après une estimation linéaire. Par conséquent, l'approche classique pour estimer cette géométrie est en général composée de deux étapes :

- étape 1 : Trouver une solution initiale en utilisant un algorithme linéaire connu sous le nom d'algorithme des huit points [LonguetHiggins 81, LonguetHiggins 84, Hartley 97].
- étape 2 : Affiner la solution obtenue dans la première étape par un algorithme de minimisation [Jerian 91] en introduisant les contraintes non linéaires [Deriche 94, Luong 96].

Il est possible de simplifier l'estimation de la matrice fondamentale en utilisant la relation (3.3). L'estimation de \mathbf{F} peut alors être déduite de celles de l'épipole \mathbf{e} et de la matrice de colinéation \mathbf{G} . Boufama et al. dans [Boufama 95] ont proposé d'estimer simultanément la matrice de colinéation et l'épipole en effectuant un changement de repère judicieux dans l'image. Cependant, il existe des cas singuliers où l'estimation de la matrice de colinéation est impossible. Shashua et al. proposent d'estimer dans un premier temps l'épipole et ensuite, à partir de 3

correspondances et de l'épipole, de calculer de manière linéaire la matrice de colinéation [Shashua 94]. Il est également possible d'estimer la matrice de colinéation, sans avoir besoin d'estimer l'épipole, en utilisant les algorithmes proposés dans [Couapel 95, Malis 00]. Lorsqu'on dispose de plus de 2 images d'un même objet, les algorithmes proposés dans [Irani 96, Irani 98, Vieille 96] peuvent être utilisés. Notons finalement que le problème d'estimation de la matrice de colinéation se résume à une simple résolution d'équation linéaire lorsque 4 points ou 4 droites coplanaires sont disponibles [Criminisi 98].

Il existe certaines configurations qui entraînent la réduction de rang de la matrice fondamentale. Ces configurations sont décrites dans [Torr 98]. Entre autres, les configurations les plus fréquentes sont :

- une rotation pure de la caméra,
- la scène observée est un plan,
- les points dans l'image sont colinéaires.

Or, dans le contexte de l'asservissement visuel, ces configurations dégénérées peuvent entraîner un échec de la boucle de commande. Contrairement à la matrice fondamentale (ou essentielle), la matrice de colinéation (ou d'homographie) est toujours définie. C'est pour cette raison fondamentale que nous étudierons uniquement l'estimation de la colinéation et/ou de l'homographie. Notons que la matrice de colinéation peut être estimée à partir d'une mise en correspondance dans les deux images d'un ensemble de droites [Faugeras 87] ou de contours [Chesi 00].

Si le mouvement entre les deux prises de vue est une rotation pure, la matrice de colinéation correspond à la colinéation relative à un plan à l'infini, notée \mathbf{G}_∞ . Pour estimer cette dernière, il faut au moins quatre images de la scène ou une connaissance supplémentaire sur la scène (trois points situés à l'infini, le plan de référence parallèle au plan image) [Robert 95, Vieille 96]. Lorsque le mouvement est une translation pure, la matrice \mathbf{G}_∞ est proportionnelle à la matrice identité ($\mathbf{G}_\infty \propto \mathbf{I}$).

A partir de la géométrie épipolaire, il est possible de déterminer le déplacement partiel entre les deux positions de la caméra, ainsi que la structure de la scène observée. On parle alors du problème de "*structure from motion*". En effet, la rotation de la caméra et sa translation à un facteur d'échelle près peuvent être estimées. Pour cela, il est nécessaire d'estimer la matrice essentielle \mathbf{E} (respectivement d'homographie \mathbf{H}) à partir de la matrice fondamentale \mathbf{F} (respectivement de la colinéation \mathbf{G}). Ces matrices peuvent être obtenues en utilisant les relations suivantes :

$$\hat{\mathbf{E}} = \mathbf{K}^\top \mathbf{F} \mathbf{K} \quad (3.6)$$

et

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{K} \quad (3.7)$$

Il est clair que l'estimation des matrices essentielle \mathbf{E} et d'homographie \mathbf{H} nécessite la connaissance de l'étalonnage (la matrice \mathbf{K}) de la caméra. Par conséquent, l'estimation du déplacement de la caméra et de la structure de la scène est affectée par d'éventuelle erreurs sur les paramètres intrinsèques.

A partir de la matrice essentielle estimée $\hat{\mathbf{E}}$ et en utilisant la méthode décrite dans [Hartley 92] basée sur la décomposition SVD de $\hat{\mathbf{E}}$, il est possible d'estimer la matrice de rotation et la translation à un facteur d'échelle près.

Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéressons essentiellement aux matrices d'homographies. Après un bref aperçu sur quelques résultats fondamentaux de la géométrie épipolaire pour la vision omnidirectionnelle, nous montrons l'existence d'une matrice d'homographie relative à un plan, définie pour n'importe quel capteur catadioptrique central y compris les caméras perspectives.

3.2 Géométrie épipolaire en vision omnidirectionnelle

La contrainte épipolaire est une propriété de la projection centrale jouant un rôle primordial dans la reconstruction euclidienne d'un déplacement d'une caméra entre deux prises de vue. Cette contrainte géométrique peut également être appliquée aux capteurs catadioptriques centraux. Svoboda et Pajdla sont les premiers à avoir étudié la géométrie épipolaire pour les capteurs catadioptriques centraux à miroirs hyperbolique [Svoboda 98] et parabolique [Pajdla 01]. Une formulation générale de cette géométrie pour tous capteurs catadioptriques centraux est présentée dans [Svoboda 02a]. Les capteurs catadioptriques à point central unique admettent une géométrie épipolaire similaire à celles des caméras conventionnelles [Svoboda 98]. Ce résultat est important car les algorithmes d'estimation des géométries projective et euclidienne conçus pour les caméras conventionnelles, peuvent être utilisés pour des capteurs catadioptriques centraux.

3.2.1 La contrainte épipolaire

Considérons deux prises de vue d'un objet 3D par un capteur catadioptrique central. Nous distinguons les deux positions des prises de vue par les positions courante et désirée. Soit \mathcal{X} un point appartenant à l'objet 3D, qui se projette, dans un premier temps, en un point de coordonnées \mathbf{X}_s sur le premier miroir sphérique unitaire centré en M et attaché au repère courant \mathcal{F}_m , et en un point de coordonnées \mathbf{X}_s^* sur le second miroir centrée en M^* et attachée au repère désiré \mathcal{F}_m^* (voir Figure 3.2). Les points \mathbf{X}_s et \mathbf{X}_s^* se projettent respectivement en \mathbf{x}_1 dans l'image \mathcal{I} et en \mathbf{x}_1^* dans l'image \mathcal{I}^* . Le plan épipolaire noté (π) , est formé par les centres de projection M et M^* et le point 3D \mathcal{X} . Il est clair que les points \mathbf{X}_s et \mathbf{X}_s^* appartiennent aussi

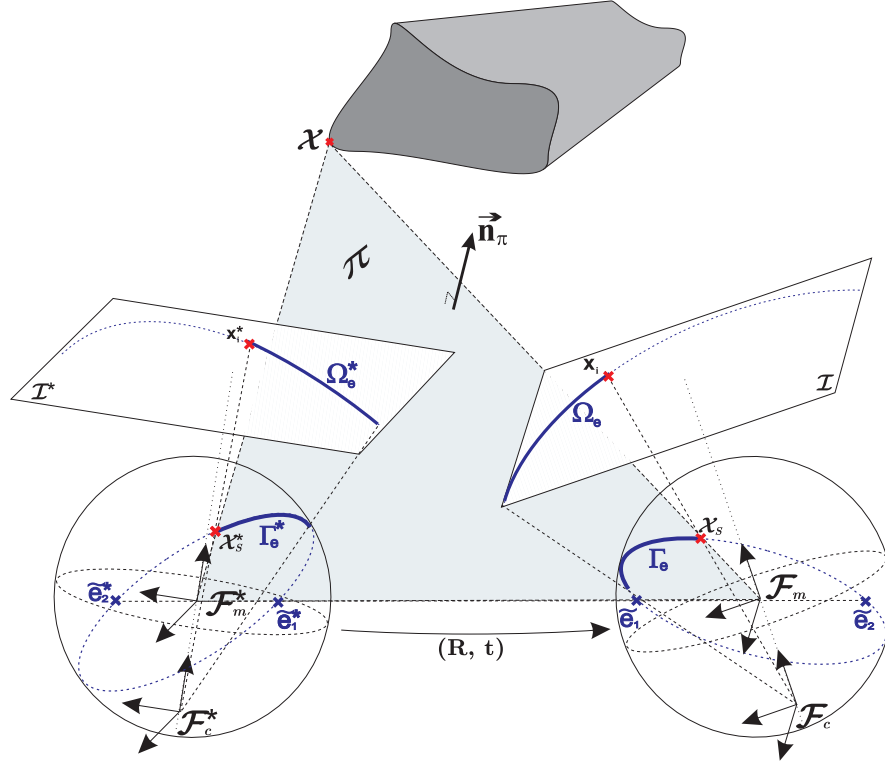


FIG. 3.2: Contrainte et géométrie épipolaire entre deux capteurs catadioptriques centraux.

à ce plan. La coplanarité de ces points se traduit par :

$$\mathbf{X}_s^\top \mathbf{R}(\mathbf{t} \times \mathbf{X}_s^*) = \mathbf{X}_s^\top \mathbf{R}[\mathbf{t}]_\times \mathbf{X}_s^* = 0 \quad (3.8)$$

où \mathbf{R} et \mathbf{t} sont respectivement la matrice de rotation et le vecteur de translation entre les repères miroir courant et désiré. L'écriture matricielle de la coplanarité (3.8) peut donc se formuler de la même manière que dans le cas conventionnel. On obtient :

$$\mathbf{X}_s^\top \mathbf{E} \mathbf{X}_s^* = 0 \quad (3.9)$$

où

$$\mathbf{E} = \mathbf{R}[\mathbf{t}]_\times \quad (3.10)$$

est la matrice essentielle catadioptrique [Svoboda 98]. Le vecteur \mathbf{n}_π^* normal au plan épipolaire (π) s'écrit dans le repère miroir désiré \mathcal{F}_m^* :

$$\mathbf{n}_\pi^* = \mathbf{t} \times \mathbf{X}_s^* = [\mathbf{t}]_\times \mathbf{X}_s^* \quad (3.11)$$

Le même vecteur s'écrit dans le repère miroir courant \mathcal{F}_m :

$$\mathbf{n}_\pi = \mathbf{R}\mathbf{n}_\pi^* = \mathbf{E}\mathbf{X}_s^* \quad (3.12)$$

Le plan épipolaire (π) intersecte les deux surfaces du miroir sphérique unitaire aux positions courante et désirée, en deux grands cercles Γ_e et Γ_e^* . La droite liant les deux centres de projection M et M^* intersecte les surfaces miroirs en deux paires de points, $\tilde{\mathbf{E}}_1$ et $\tilde{\mathbf{E}}_2$ sur le miroir courant et $\tilde{\mathbf{E}}_1^*$ et $\tilde{\mathbf{E}}_2^*$ sur le miroir désiré. Les deux grands cercles Γ_e et Γ_e^* se projettent ensuite sur les plans images normalisés courant et désiré en deux coniques Ω_e et Ω_e^* appelées coniques épipolaires. Ces coniques sont complètement définies par la matrice essentielle \mathbf{E} , les points images \mathbf{x}_i et \mathbf{x}_i^* représentant la projection du point \mathcal{X} sur le plan image des deux capteurs catadioptriques et exprimés en pixel, et les paramètres d'échelle du capteur.

La forme quadratique des ces coniques peut être obtenue en utilisant les équations de projection de droites (2.47). Les images des deux paires de points $(\tilde{\mathbf{E}}_1, \tilde{\mathbf{E}}_2)$ et $(\tilde{\mathbf{E}}_1^*, \tilde{\mathbf{E}}_2^*)$ sont respectivement les points épipolaires $(\tilde{\mathbf{e}}_1, \tilde{\mathbf{e}}_2)$ dans l'image normalisée de \mathcal{I} et $(\tilde{\mathbf{e}}_1^*, \tilde{\mathbf{e}}_2^*)$ dans l'image normalisée de \mathcal{I}^* . Notons que l'expression algébrique de la matrice fondamentale liant les coordonnées homogènes exprimées en pixel, des points de chaque image est difficile à obtenir, voir même impossible en raison de la non linéarité du modèle de projection.

Toutefois, dans [Geyer 03], Geyer et Danilidis représentent les primitives visuelles, d'une image prise par un capteur para-catadioptrique (miroir parabolique combiné avec une caméra orthographique), dans un espace augmenté. En effet, le plan projectif essentiellement utilisé pour représenter des primitives dans une image perspective, n'est pas nécessairement l'espace le plus adapté pour représenter ces primitives lorsqu'un capteur catadioptrique est utilisé. Lorsque le capteur est un para-catadioptrique, l'image catadioptrique d'une droite 3D est une ellipse ou un cercle lorsque les pixels de l'imageur sont carrés, Geyer et al. montrent que la projection stéréo-graphique inverse d'un cercle o dans l'image para-catadioptrique, sur une sphère unitaire est un cercle. Ce cercle peut être défini par l'intersection entre la sphère unitaire et un plan π . Un point \tilde{o} appelé pôle du plan π peut être obtenu en construisant le cône tangent à la sphère unitaire et contenant l'image du cercle o sur la sphère. Le pôle \tilde{o} est le sommet du cône (se référer à la Figure 3.3). Le pôle \tilde{o} représente alors le cercle o . L'espace des points pôles est donc l'espace représentant les cercles, appelé l'espace des cercles.

Ce espace représente non seulement l'image para-catadioptrique de droites 3D mais aussi l'image para-catadioptrique de points 3D. En effet, la projection stéréo-graphique inverse d'un point de l'image para-catadioptrique est un point unique. Cela peut être interprété par un cercle de rayon égal à zéro. Par contraste au plan projectif où \mathbb{P}^2 consiste en les points images et où il faut construire un plan projectif dual \mathbb{P}^{2*} pour représenter les droites dans l'image, l'espace des cercles représente à la fois les points et les droites images dans le même espace.

Les auteurs montrent par analogie au groupe de transformations d'un plan projectif que le groupe de Lorentz projectif est le seul ensemble des transformations linéaires dans l'espace des cercles préservant les relations entre les rayons de projec-

tion incidents. Malheureusement, le groupe de Lorentz n'est pas entièrement analogue au groupe projectif linéaire. Ses propriétés sont plus proches de celles du groupe des rotations $O(3)$. A partir d'une transformation linéaire entre le point image paracatadioptrique exprimé dans l'espace des cercles et le point image perspective, la matrice fondamentale est obtenue.

Des méthodes d'estimation de la matrice fondamentale, d'auto-étalonnage et de reconstruction sont présentées dans [Geyer 03].

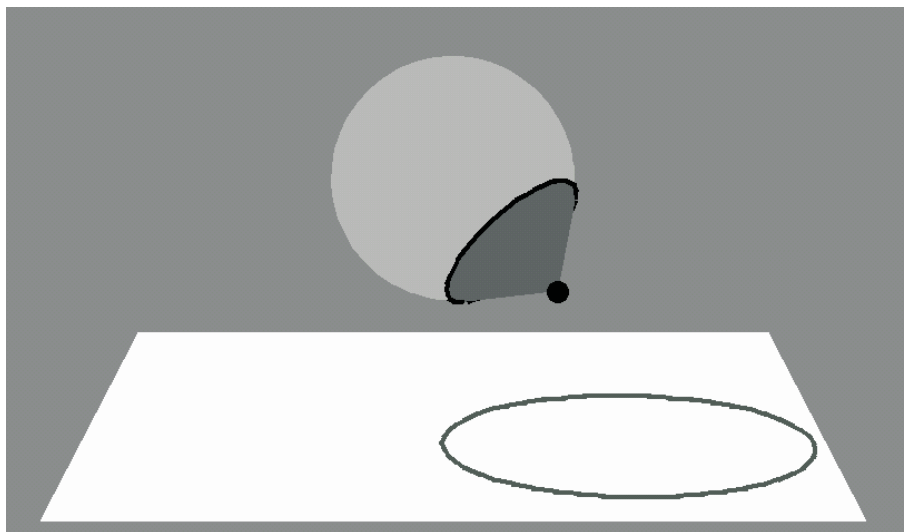


FIG. 3.3: Représentation des cercles [Geyer 03].

Cependant, comme ces transformations ne sont valides que dans le cas des capteurs para-catadioptriques sous l'hypothèse que les pixels de leurs imageurs sont carrés, seule la contrainte fondamentale assignant à chaque point \underline{x}_i de l'image \mathcal{I} (respectivement un point \underline{x}_i^* de l'image \mathcal{I}^*) la correspondance par l'ensemble des points définissant la conique épipolaire donnée par Ω_e^* dans l'image \mathcal{I}^* (respectivement Ω_e dans l'image \mathcal{I}), peut être exprimée dans le cas général des capteurs catadioptriques centraux :

$$\underline{x}_i^\top \Omega_{ei}(\mathbf{E}, \underline{x}_i^*, \mathbf{K}) \underline{x}_i = 0 \quad \text{et} \quad \underline{x}_i^{*\top} \Omega_{ei}^*(\mathbf{E}, \underline{x}_i, \mathbf{K}) \underline{x}_i^* = 0 \quad (3.13)$$

où Ω_{ei} et Ω_{ei}^* sont les coniques épipolaires dans l'image catadioptrique exprimées en pixel. Les algorithmes d'estimation de la géométrie épipolaire des caméras conventionnelles peuvent être utilisés. Seule la phase de normalisation des données utilisées lors de l'estimation est différente [Svoboda 02b].

Dans la suite, nous montrons comment une matrice d'homographie entre deux images catadioptriques peut être estimée. Nous traitons les cas de primitives visuelles points et droites.

3.3 Homographie : cas des points

Considérons un point \mathcal{X} , appartenant à un objet 3D, de coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{X}} = [\mathbf{X}^\top W] = [X \ Y \ Z \ W]^\top$ exprimées dans le repère courant \mathcal{F}_m et $\underline{\mathbf{X}}^* = [\mathbf{X}^{*\top} W^*] = [X^* \ Y^* \ Z^* \ W^*]^\top$ exprimées dans le repère désiré \mathcal{F}_m^* . Le point \mathcal{X} se projette dans les images courante et désirée en deux points images de coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{x}}_i$ et $\underline{\mathbf{x}}_i^*$ respectivement. Leurs coordonnées homogènes normalisées $\underline{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^\top 1]^\top$ et $\underline{\mathbf{x}}^* = [\mathbf{x}^{*\top} 1]^\top$ sont obtenues en utilisant l'équation (2.30).

Nous supposons dans un premier temps que $Z \neq 0$ et nous définissons :

$$\eta = s\|\mathbf{X}\|/|Z| = s\sqrt{1 + X^2/Z^2 + Y^2/Z^2} \quad (3.14)$$

où le facteur s est le signe de la composante Z . En utilisant la fonction non linéaire \mathbf{f} de projection donnée par l'équation (2.29), les composantes du vecteur $\mathbf{x} = [x \ y]^\top$ peuvent être réécrites :

$$x = \frac{X/Z}{1+\xi\eta} \quad \text{et} \quad y = \frac{Y/Z}{1+\xi\eta} \quad (3.15)$$

En substituant les composantes x et y , par leurs expressions données par (3.15) dans la relation (3.14), nous obtenons :

$$\eta^2 - (x^2 + y^2)(1 + \xi\eta)^2 - 1 = 0 \quad (3.16)$$

Les deux solutions de (3.16) sont :

$$\eta = \frac{\pm\gamma - \xi(x^2 + y^2)}{\xi^2(x^2 + y^2) - 1} \quad (3.17)$$

où $\gamma = \sqrt{1 + (1 - \xi^2)(x^2 + y^2)}$. Sachant que η est du signe s de Z , il est facile de montrer que la solution exacte de η est donnée par (voir Annexe A.3 pour la démonstration) :

$$\eta = \frac{-\gamma - \xi(x^2 + y^2)}{\xi^2(x^2 + y^2) - 1} \quad (3.18)$$

Notons qu'il est possible de calculer la valeur de η à partir des coordonnées $\underline{\mathbf{x}}$ et du paramètre ξ de la surface miroir. En faisant apparaître les éléments de (3.15) dans l'expression du vecteur \mathbf{X}_s de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_s &= \frac{1}{\rho}[X \ Y \ Z]^\top \\ &= \frac{Z}{\rho}[X/Z \ Y/Z \ 1]^\top \\ &= \frac{1}{\eta}[(1 + \xi\eta)x \ (1 + \xi\eta)y \ 1]^\top \\ &= \frac{1+\xi\eta}{\eta}[x \ y \ (1 + \xi\eta)^{-1}]^\top \\ &= (\eta^{-1} + \xi)[x \ y \ (1 + \xi\eta)^{-1}]^\top \end{aligned} \quad (3.19)$$

avec ρ est la norme du point \mathcal{X} .

Les coordonnées de la projection du point \mathcal{X} sur les surfaces des miroirs sphériques unitaires courant et désiré peuvent être calculées par :

$$\mathbf{X}_s = (\eta^{-1} + \xi)\tilde{\mathbf{x}} \quad \text{et} \quad \mathbf{X}_s^* = (\eta^{*-1} + \xi)\tilde{\mathbf{x}}^* \quad (3.20)$$

avec

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}} &= [\mathbf{x}^\top \frac{1}{1+\xi\eta}]^\top \\ \tilde{\mathbf{x}}^* &= [\mathbf{x}^{*\top} \frac{1}{1+\xi\eta^*}]^\top \end{cases} \quad (3.21)$$

Notons que l'équation (3.20) est vérifiée pour tout $Z \neq 0$. Nous gardons pour l'instant cette représentation afin de faire apparaître le cas des caméras conventionnelles.

Dans la suite, nous appelons $\tilde{\mathbf{x}}$ le vecteur augmenté contenant les coordonnées normalisées \mathbf{x} du point image et la troisième composante fonction de \mathbf{x} et du paramètre miroir ξ , donnée dans (3.21).

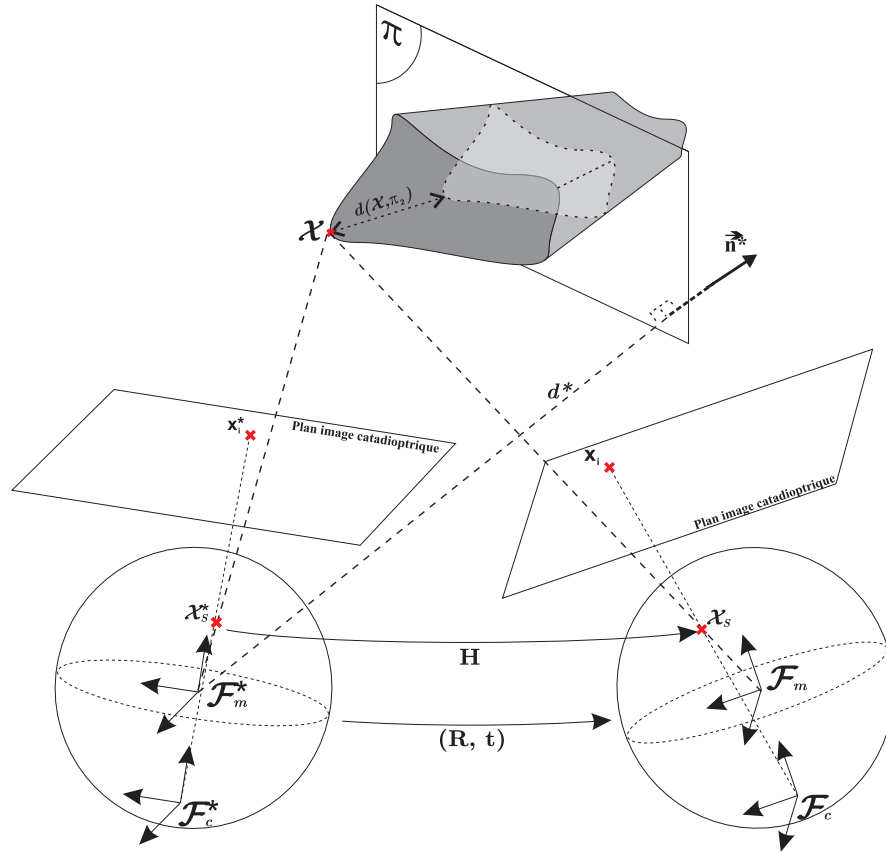


FIG. 3.4: Géométrie de deux vues catadioptriques cas des points.

Considérons maintenant un plan de référence attaché à l'objet 3D (se référer à la Figure 3.4) défini par le vecteur $\boldsymbol{\pi}^* = [\underline{\mathbf{n}}^{*\top} \ -d^*]^\top$ exprimé dans le repère miroir désiré \mathcal{F}_m^* . $\underline{\mathbf{n}}^*$ est le vecteur normal au plan de référence π et d^* sa distance à l'origine M^* du repère \mathcal{F}_m^* . La distance signée entre le point \mathcal{X} et le plan π est indépendante du choix du repère définissant le point et le plan. En choisissant le repère miroir désiré, cette distance est donnée par :

$$d(\mathcal{X}, \pi) = \boldsymbol{\pi}^{*\top} \underline{\mathbf{X}}^* \quad (3.22)$$

En remplaçant l'expression de $\mathbf{X}_s = \frac{1}{\rho}[X \ Y \ Z]^\top$ (donnée par l'expression (2.28)) dans (3.20), nous écrivons :

$$\rho(\eta^{-1} + \xi)\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{X}}^* \quad (3.23)$$

En développant la formule de la distance $d(\mathcal{X}, \pi)$, nous obtenons :

$$d(\mathcal{X}, \pi) = \rho^*(\eta^{*-1} + \xi)\underline{\mathbf{n}}^{*\top} \tilde{\mathbf{x}}^* - d^*W^* \quad (3.24)$$

Par conséquent, la coordonnée homogène W^* du vecteur $\underline{\mathbf{X}}^*$ peut s'écrire :

$$W^* = \frac{\rho^*(\eta^{*-1} + \xi)}{d^*} \underline{\mathbf{n}}^{*\top} \tilde{\mathbf{x}}^* - \frac{d(\mathcal{X}, \pi)}{d^*} \quad (3.25)$$

Le vecteur des coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{X}}^*$ peut s'écrire en séparant la composante homogène W^* comme suit :

$$\underline{\mathbf{X}}^* = \rho^*(\eta^{*-1} + \xi) \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & 0 \end{bmatrix}^\top \tilde{\mathbf{x}}^* + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 3} & W^* \end{bmatrix}^\top \quad (3.26)$$

A partir de (3.25), l'équation (3.26) peut s'écrire :

$$\underline{\mathbf{X}}^* = \rho^*(\eta^{*-1} + \xi) \mathbf{A}_\pi^* \tilde{\mathbf{x}}^* + \mathbf{b}_\pi^* \quad (3.27)$$

où $\mathbf{A}_\pi^* = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \frac{\underline{\mathbf{n}}^*}{d^*} \end{bmatrix}^\top$ et $\mathbf{b}_\pi^* = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 3} & -\frac{d(\mathcal{X}, \pi)}{d^*} \end{bmatrix}$. En remplaçant (3.27) dans l'équation (3.23), la relation entre les deux vecteurs augmentés $\tilde{\mathbf{x}}$ et $\tilde{\mathbf{x}}^*$ est donc :

$$\rho(\eta^{-1} + \xi)\tilde{\mathbf{x}} = \rho^*(\eta^{*-1} + \xi) \mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}}^* + \varepsilon \mathbf{t} \quad (3.28)$$

où

$$\mathbf{H} = \mathbf{R} + \frac{\mathbf{t}}{d^*} \underline{\mathbf{n}}^{*\top} \quad (3.29)$$

et $\varepsilon = -\frac{d(\mathcal{X}, \pi)}{d^*}$.

\mathbf{H} est une matrice 3×3 non singulière appelée matrice d'homographie euclidienne relative au plan de référence (π). En effet, elle réalise une transformation linéaire de \mathcal{S}^2 dans \mathcal{S}^2 des points images relatifs à la projection catadioptrique des

points de la scène appartenant au plan de référence, sur la sphère unitaire.

Notons que lorsqu'on considère une caméra conventionnelle ($\xi = 0$), on retrouve la relation classique :

$$Z\underline{\mathbf{x}} = Z^*\mathbf{H}\underline{\mathbf{x}}^* + \varepsilon\mathbf{t} \quad (3.30)$$

où $\underline{\mathbf{x}}$ et $\underline{\mathbf{x}}^*$ sont les coordonnées homogènes normalisées dans l'image perspective du point 3D \mathcal{X} , et Z et Z^* sont ses profondeurs le long de l'axe optique de la caméra conventionnelle dans ses positions courante et désirée. Dans ce cas, la sphère unitaire devient le plan image normalisé et la matrice d'homographie réalise une transformation linéaire de \mathbb{P}^2 dans \mathbb{P}^2 des points images relatifs à la projection perspective des points de la scène appartenant au plan de référence (π).

La matrice d'homographie \mathbf{H} joue un rôle primordial dans l'estimation du déplacement de la caméra et de la géométrie de la scène observée. En effet, elle est décomposable en une matrice de rotation \mathbf{R} entre les repères \mathcal{F}_m et \mathcal{F}_m^* , et d'une matrice de rang 1 qui dépend du vecteur $\underline{\mathbf{n}}^*$ (le vecteur normal au plan de référence π) et du vecteur de translation \mathbf{t} entre les repères courant et désiré.

Notons que si le plan de référence se situe à l'infini (π_∞) alors la division $\underline{\mathbf{n}}^{*\top}/d^*$ vaut 0 et le scalaire ε vaut 1. Dans ce cas, la relation (3.29) se simplifie en $\mathbf{H}_\infty = \mathbf{R}$ et l'équation (3.28) s'écrit :

$$\rho(\eta^{-1} + \xi)\tilde{\mathbf{x}} = \rho^*(\eta^{*-1} + \xi)\mathbf{R}\tilde{\mathbf{x}}^* + \mathbf{t} \quad (3.31)$$

Il est clair que lorsqu'une caméra conventionnelle est utilisée, le lien entre le vecteur des coordonnées normalisées augmenté $\tilde{\mathbf{x}}$ et le vecteur des coordonnées pixeliques est linéaire. Cela implique que la relation (3.30) peut aisément être écrite dans le système des coordonnées en pixel :

$$Z\underline{\mathbf{x}}_i = Z^*\mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{K}^{-1}\underline{\mathbf{x}}_i^* + \varepsilon\mathbf{K}\mathbf{t} \quad (3.32)$$

Une forme plus compacte de l'équation (3.32) est donnée par :

$$\underline{\mathbf{x}}_i \propto \mathbf{G}\underline{\mathbf{x}}_i^* + \beta\mathbf{e} \quad (3.33)$$

où $\mathbf{G} = \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{K}^{-1}$ est la matrice d'homographie exprimée en pixel appelée dans la suite matrice de colinéation afin de la différencier de la matrice \mathbf{H} . Le vecteur $\mathbf{e} = \mathbf{K}\mathbf{t}$ est l'épipole dans l'image courante \mathcal{I} , le scalaire β est nul si le point \mathcal{X} de la scène appartient au plan de référence π .

En revanche, la non linéarité de la fonction de projection lorsque le capteur catadioptrique est composé d'un miroir de forme non linéaire, ne permet pas d'exprimer la matrice de colinéation équivalente pour tout capteur catadioptrique central. Nous verrons un peu plus loin une solution à cet obstacle en utilisant des

droites.

Notons que le vecteur augmenté $\tilde{\mathbf{x}}$ n'est pas défini lorsque la composante Z est nulle. Afin de surmonter cette ambiguïté, nous utilisons la fonction de projection inverse \mathbf{f}^{-1} définie dans la section 2.5.3. Les rayons de projection \mathbf{X}_s et \mathbf{X}_s^* correspondant aux points images $\underline{\mathbf{x}}_i$ et $\underline{\mathbf{x}}_i^*$ sont donc donnés par :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_s &= \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{K}^{-1} \underline{\mathbf{x}}_i, \xi) = \begin{bmatrix} \lambda_i x & \lambda_i y & \lambda_i - \xi \end{bmatrix} \\ \text{et} & \\ \mathbf{X}_s^* &= \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{K}^{-1} \underline{\mathbf{x}}_i^*, \xi) = \begin{bmatrix} \lambda_i^* x^* & \lambda_i^* y^* & \lambda_i^* - \xi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.34)$$

où

$$\begin{cases} \lambda_i &= \frac{\xi + \gamma}{x^2 + y^2 + 1} \\ \lambda_i^* &= \frac{\xi + \gamma^*}{x^{*2} + y^{*2} + 1} \end{cases} \quad (3.35)$$

sont calculés à partir des coordonnées $\underline{\mathbf{x}}$ et $\underline{\mathbf{x}}^*$ et du paramètre ξ (rappelons que $\gamma = \sqrt{1 + (1 - \xi^2)(x^2 + y^2)}$).

En définissant les nouveaux vecteurs augmentés $\check{\mathbf{x}} = [x \ y \ 1 - \xi \lambda_i^{-1}]^\top$ et $\check{\mathbf{x}}^* = [x^* \ y^* \ 1 - \xi \lambda_i^{*-1}]^\top$, nous écrivons :

$$\mathbf{X}_s = \lambda_i \check{\mathbf{x}} \quad \text{et} \quad \mathbf{X}_s^* = \lambda_i^* \check{\mathbf{x}}^* \quad (3.36)$$

En procédant de la même manière que précédemment (lorsque les vecteurs $\tilde{\mathbf{x}}$ et $\tilde{\mathbf{x}}^*$ ont été utilisés), nous obtenons :

$$\rho(1 - \xi \lambda^{-1}) \check{\mathbf{x}} = \rho^*(1 - \xi \lambda_i^{*-1}) \mathbf{H} \check{\mathbf{x}}^* + \varepsilon \mathbf{t} \quad (3.37)$$

Dans cette nouvelle représentation, l'égalité (3.37) est toujours définie même quand Z est nul (ou Z^* est nul). Le calcul de la matrice d'homographie peut donc être effectué sans ambiguïté.

Si le point \mathcal{X} appartient au plan de référence, ce qui implique que $\varepsilon = 0$, l'équation (3.37) s'écrit :

$$\check{\mathbf{x}} \propto \mathbf{H} \check{\mathbf{x}}^* \quad (3.38)$$

Si l'on dispose de points coplanaires, une méthode purement linéaire peut être utilisée pour estimer la matrice d'homographie \mathbf{H} à un facteur d'échelle près. En écrivant (3.38) sous la forme d'une équation homogène linéaire :

$$\check{\mathbf{x}} \times \mathbf{H} \check{\mathbf{x}}^* = 0 \quad (3.39)$$

on obtient alors un système de $3n$ équations linéaires avec $n + 8$ inconnues. On peut donc résoudre ce système si l'on dispose d'au moins 4 points coplanaires. Si seuls 3 points appartenant au plan de référence sont disponibles, alors au moins 5 points supplémentaires sont nécessaires pour estimer la matrice d'homographie \mathbf{H} en utilisant par exemple l'algorithme linéaire proposé par Malis dans [Malis 00].

A partir de la matrice d'homographie $\hat{\mathbf{H}} = k\mathbf{H}$ estimée, il est possible de retrouver \mathbf{R} , \mathbf{t}_{d^*} et \mathbf{n}^* en utilisant les algorithmes proposés dans [Faugeras 88] ou [Zhang 95] basés sur la décomposition (3.29). Dans le cas général, il existe deux solutions différentes. Cependant, cette indétermination peut être éliminée si l'on dispose d'informations additionnelles (par exemple le vecteur normal \mathbf{n}^* au plan de référence) lorsque la cible est planaire, ou en considérant un second plan de référence et en choisissant la solution commune lorsque la cible n'est pas planaire [Faugeras 88].

En plus du mouvement partiel de la caméra (catadioptrique ou perspective) entre les deux prises de vue, la matrice d'homographie \mathbf{H} peut nous informer sur la structure de la scène, notamment sur :

- le rapport r entre les distances d et d^* des centres de projection C et C^* au plan de référence π_2 :

$$r = \frac{d}{d^*} = \det(\mathbf{H}) = 1 + \mathbf{n}^{*\top} \mathbf{R} \frac{\mathbf{t}}{d^*} \quad (3.40)$$

- le rapport ζ entre les profondeurs Z et Z^* d'un point 3D \mathcal{X} lorsque $\xi = 0$ (caméra conventionnelle) :

$$\begin{cases} \zeta = \frac{Z}{Z^*} = \frac{\mathbf{n}^{*\top} \mathbf{x}^*}{\mathbf{n}^\top \mathbf{x}} r & \text{si } \mathcal{X} \in \pi \\ \zeta = \frac{Z}{Z^*} = \frac{\|[\mathbf{t}] \times \mathbf{R} \mathbf{x}^*\|}{\|[\mathbf{t}] \times \mathbf{x}\|} & \text{si } \mathcal{X} \notin \pi \end{cases} \quad (3.41)$$

- le rapport entre la profondeur Z et la distance d^* lorsque $\xi = 0$ (caméra conventionnelle) :

$$\begin{cases} \frac{Z}{d^*} = \frac{r}{\mathbf{n}^\top \mathbf{x}} & \text{si } \mathcal{X} \in \pi \\ \frac{Z}{d^*} = \zeta \frac{\|\mathbf{t}/d^*\|}{\|\mathbf{t}/Z^*\|} & \text{si } \mathcal{X} \notin \pi \end{cases} \quad (3.42)$$

avec :

$$\frac{\mathbf{t}}{Z^*} = \zeta \mathbf{x} - \mathbf{R} \mathbf{x} \quad (3.43)$$

- le rapport σ entre les deux normes ρ et ρ^* du point \mathcal{X} lorsque $\xi \neq 0$ (capteur omnidirectionnel catadioptrique central) :

$$\begin{cases} \sigma = \frac{\rho}{\rho^*} = r \frac{(1-\xi\lambda_i^{*-1}) \mathbf{n}^{*\top} \mathbf{x}^*}{(1-\xi\lambda_i^{-1}) \mathbf{n}^{*\top} \mathbf{R}^\top \mathbf{x}} & \text{si } \mathcal{X} \in \pi \\ \sigma = \frac{\rho}{\rho^*} = \frac{(1-\xi\lambda_i^{*-1}) \|[\mathbf{t}] \times \mathbf{R} \mathbf{x}^*\|}{(1-\xi\lambda_i^{-1}) \|[\mathbf{t}] \times \mathbf{x}\|} & \text{si } \mathcal{X} \notin \pi \end{cases} \quad (3.44)$$

Naturellement, les paramètres présentés ci-dessus peuvent être reconstruits à partir de la matrice essentielle estimée. Néanmoins, il est montré, dans [Malis 98] que l'estimation de certains de ces ratios est plus robuste à partir de la matrice d'homographie.

3.4 Homographie : cas des droites

La matrice d'homographie liant les coordonnées en pixels des points de deux prises de vue (matrice de colinéation) est difficile à modéliser du fait de la non linéarité du modèle de projection. En revanche, nous allons montrer que grâce aux droites polaires du point principal dans l'image associée aux coniques issues de la projection catadioptrique des droites 3D, la non linéarité peut être contournée et la matrice de colinéation être obtenue. Rappelons que nous rattachons les entités géométriques aux repères miroirs courant \mathcal{F}_m et désiré \mathcal{F}_m^* .

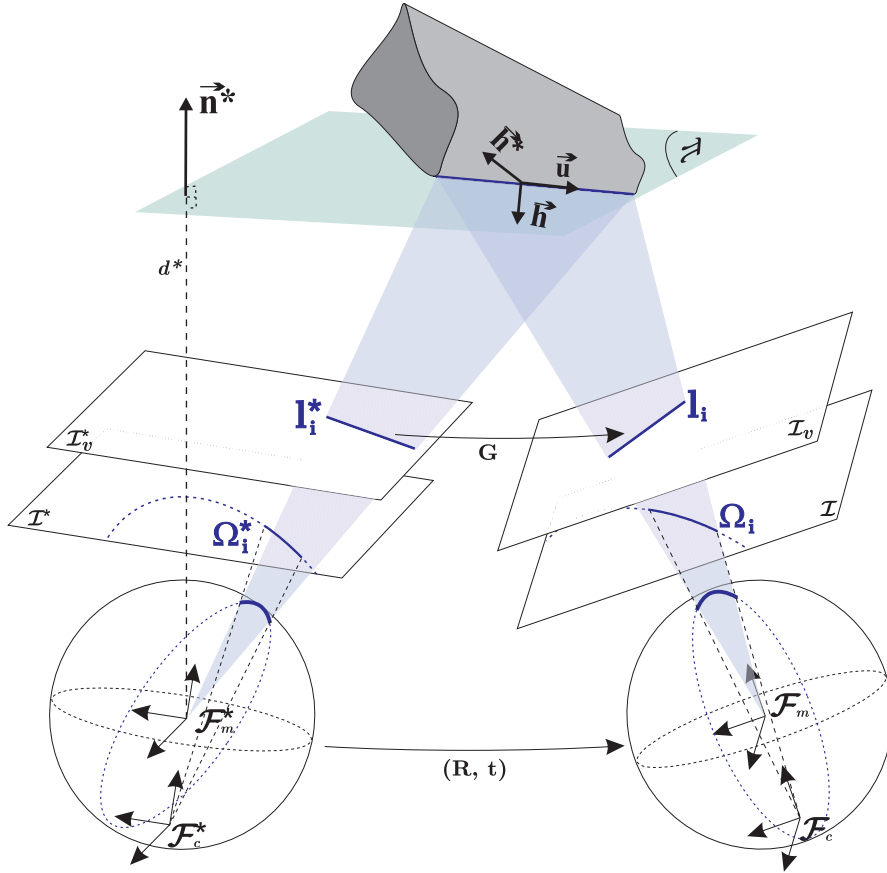


FIG. 3.5: Géométrie de deux vues catadioptriques : cas des droites.

Soit \mathcal{L} une droite 3D définie par les coordonnées de Plücker $[\underline{\mathbf{u}}^\top \ \underline{\mathbf{h}}^\top \ h]$ exprimées dans le repère miroir courant \mathcal{F}_m , et par les coordonnées $[\underline{\mathbf{u}}^{*\top} \ \underline{\mathbf{h}}^{*\top} \ h^*]$ exprimées dans le repère miroir désiré \mathcal{F}_m^* . Considérons le plan de référence (π) contenant la droite 3D \mathcal{L} et définie par le vecteur $\boldsymbol{\pi}^* = [\underline{\mathbf{u}}^{*\top} \ -d^*]^\top$ exprimé dans le repère miroir désiré \mathcal{F}_m^* (voir Figure 3.5).

Soit \mathcal{X}_1 et \mathcal{X}_2 deux points de l'espace appartenant à la droite \mathcal{L} , de coordonnées

$\mathbf{X}_1 = [X_1 \ Y_1 \ Z_1]^\top$ et $\mathbf{X}_2 = [X_2 \ Y_2 \ Z_2]^\top$ respectivement dans le repère \mathcal{F}_m et de coordonnées $\mathbf{X}_1^* = [X_1^* \ Y_1^* \ Z_1^*]^\top$ et $\mathbf{X}_2^* = [X_2^* \ Y_2^* \ Z_2^*]^\top$ dans le repère \mathcal{F}_m^* . Il est clair que l'image catadioptrique normalisée de la droite \mathcal{L} est complètement définie par le vecteur $\underline{\mathbf{h}}$ normal au plan d'interprétation de \mathcal{L} . Le vecteur normal $\underline{\mathbf{h}}$ peut être défini par le produit vectoriel des deux points \mathcal{X}_1 et \mathcal{X}_2 de la droite \mathcal{L} :

$$\underline{\mathbf{h}} = \frac{\mathbf{X}_1 \times \mathbf{X}_2}{\|\mathbf{X}_1 \times \mathbf{X}_2\|} \quad (3.45)$$

Sachant que $\mathbf{X}_k = \rho_k \lambda_{ik} \check{\mathbf{x}}_k \propto \check{\mathbf{x}}_k$ (respectivement $\mathbf{X}_k^* = \rho_k^* \lambda_{ik}^* \check{\mathbf{x}}_k^* \propto \check{\mathbf{x}}_k^*$) avec $k = 1, 2$ et en utilisant la relation (3.38), les coordonnées des points 3D dans les deux repères \mathcal{F}_m et \mathcal{F}_m^* sont liées par l'homographie \mathbf{H} :

$$\begin{cases} \mathbf{X}_1 & \propto \mathbf{H}\mathbf{X}_1^* \\ \mathbf{X}_2 & \propto \mathbf{H}\mathbf{X}_2^* \end{cases} \quad (3.46)$$

En combinant les relations (3.46) et (3.45), et comme

$$[\mathbf{H}\mathbf{X}_1^*]_\times = \det(\mathbf{H})\mathbf{H}^{-\top}[\mathbf{X}_1^*]_\times\mathbf{H}^{-1} \quad (3.47)$$

le vecteur $\underline{\mathbf{h}}$ peut s'écrire :

$$\underline{\mathbf{h}} \propto \frac{1}{\|\mathbf{X}_1^* \times \mathbf{X}_2^*\|} \mathbf{H}^{-\top}(\mathbf{X}_1^* \times \mathbf{X}_2^*) \quad (3.48)$$

Sachant que le vecteur définissant la projection catadioptrique de la droite dans l'image désirée peut être écrit de la même façon que dans (3.45) :

$$\underline{\mathbf{h}}^* = \frac{\mathbf{X}_1^* \times \mathbf{X}_2^*}{\|\mathbf{X}_1^* \times \mathbf{X}_2^*\|} \quad (3.49)$$

et en remplaçant (3.49) dans (3.48), la relation entre les deux vecteurs normaux aux plans d'interprétation associés s'écrit :

$$\underline{\mathbf{h}} \propto \mathbf{H}^{-\top} \underline{\mathbf{h}}^* \quad (3.50)$$

De la relation (3.50), nous allons montrer que la matrice de colinéation \mathbf{G} peut être obtenue en utilisant les droites polaires. Comme nous l'avons déjà mentionné dans le chapitre précédent, chaque conique, correspondant à la projection d'une droite 3D dans l'image catadioptrique, peut être exploitée à travers sa droite polaire associée à un point de référence.

Considérons Ω_i et Ω_i^* les coniques issues de la projection catadioptrique de la droite \mathcal{L} dans les images courante \mathcal{I} et désirée \mathcal{I}^* respectivement (voir Figure 3.5). Soit \mathbf{l}_i et \mathbf{l}_i^* les droites polaires associées respectivement aux points principaux \mathbf{o}_i dans l'image courante \mathcal{I} et \mathbf{o}_i^* dans l'image désirée \mathcal{I}^* par rapport aux coniques Ω_i

et Ω_i^* . En combinant l'expression $\mathbf{l}_i \propto \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{h}$ donnée dans (2.58) avec l'équation (3.50), le lien entre les deux droites polaires s'écrit :

$$\mathbf{l}_i \propto \mathbf{G}^{-\top} \mathbf{l}_i^* \quad (3.51)$$

où

$$\mathbf{G} = \mathbf{K} \mathbf{H} \mathbf{K}^{-1} = \mathbf{K} \left(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{t}}{d^*} \mathbf{n}^{*\top} \right) \mathbf{K}^{-1} \quad (3.52)$$

est la matrice de colinéation (matrice d'homographie exprimée en pixel).

Encore une fois, la matrice de colinéation \mathbf{G} peut être estimée en utilisant au moins 4 couples de coordonnées de droites polaires $((\mathbf{l}_{ik}, \mathbf{l}_{ik}^*), k = 1 \dots 4)$. En effet, en écrivant l'équation (3.51) comme $\mathbf{l}_i \times \mathbf{G}^{-\top} \mathbf{l}_i^* = \mathbf{0}$, l'estimation des éléments de la matrice \mathbf{G} peut être obtenue par la résolution d'un système linéaire. Par contre, si l'on dispose de droites non coplanaires, il n'est pas possible d'estimer la matrice de colinéation \mathbf{G} [Faugeras 93].

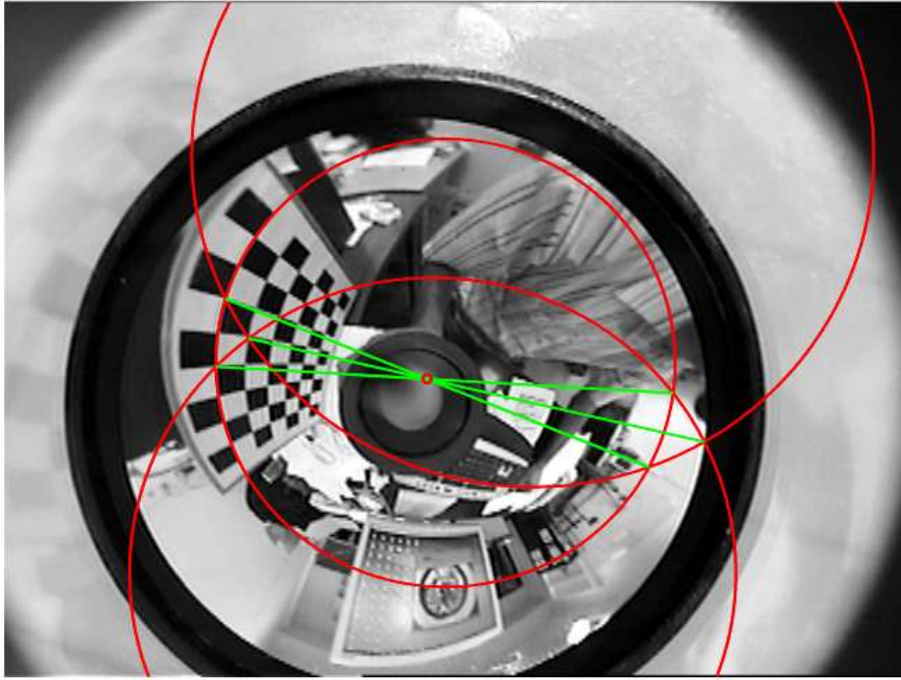


FIG. 3.6: Le point principal dans l'image.

Notons que le calcul de la matrice de colinéation nécessite uniquement la connaissance du point principal dans l'image, exprimé en pixel. Le point principal dans l'image peut facilement être obtenu en utilisant, par exemple, au moins 3 droites 3D. En effet, le point principal est défini par le point d'intersection des droites liant les points d'intersections des coniques associées aux droites 3D (voir Figure

3.6) [Barreto 02a]. En connaissant les autres paramètres d'étalonnage, la matrice d'homographie (dans l'image normalisée) peut être calculée :

$$\mathbf{H} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{K} \quad (3.53)$$

Comme dans le cas des points, et à partir de la matrice d'homographie estimée, il est possible d'extraire les paramètres du mouvement \mathbf{R} et $\mathbf{t}_d^* = \frac{\mathbf{t}}{d^*}$ et des informations sur la structure de la scène comme le vecteur $\underline{\mathbf{n}}^*$ normal au plan de référence π . Dans le cas d'un asservissement visuel à partir de droites coplanaires, nous verrons dans le chapitre 4 qu'il est judicieux d'estimer le rapport entre les profondeurs h courante et h^* désirée de la droite 3D.

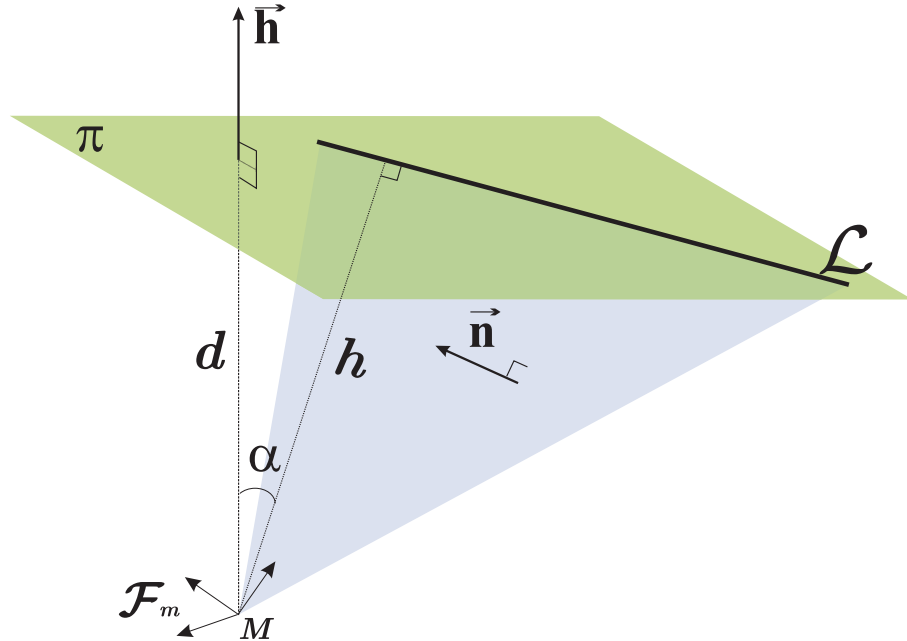


FIG. 3.7: Lien géométrique entre d et h .

Soit $[d]$ le segment liant le point M (origine du repère miroir) et le point du plan de référence le plus proche du point M . La longueur du segment $[d]$ est notée d . De la même façon, nous définissons un segment $[h]$ liant l'origine M et un point appartenant à la droite \mathcal{L} , le plus proche de l'origine. Notons que la longueur du segment $[h]$ est la profondeur h de la droite \mathcal{L} dans le repère miroir \mathcal{F}_m . Considérons α l'angle entre les deux segments $[d]$ et $[h]$. A partir du vecteur $\underline{\mathbf{h}}$ normal au plan d'interprétation de la droite \mathcal{L} et du vecteur $\underline{\mathbf{n}}$ normal au plan de référence π , il est facile d'obtenir :

$$\|\underline{\mathbf{n}} \times \underline{\mathbf{h}}\| = \|\underline{\mathbf{n}}\| \|\underline{\mathbf{h}}\| \sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \cos(\alpha) \quad (3.54)$$

D'autre part :

$$\cos(\alpha) = \frac{d}{h} \quad (3.55)$$

Finalement, en utilisant les équations (3.54) et (3.55) dans les deux positions courante et désirée, le rapport entre h et h^* peut s'écrire :

$$r_h = \frac{h}{h^*} = r \frac{\|\underline{\mathbf{n}}^* \times \underline{\mathbf{h}}^*\|}{\|\underline{\mathbf{n}} \times \underline{\mathbf{h}}\|} \quad (3.56)$$

où r est donné par l'expression (3.40). En utilisant l'équation (2.59), le rapport (3.56) peut être réécrit en fonction de \mathbf{l}_i et de \mathbf{l}_i^* calculées directement dans les images catadioptriques, des paramètres de mouvements \mathbf{R} , \mathbf{t}_d^* et $\underline{\mathbf{n}}^*$ estimés à partir de l'homographie \mathbf{H} et des paramètres d'étalonnage dans \mathbf{K} :

$$r_h = \frac{h}{h^*} = (1 + \mathbf{t}_d^{*\top} \mathbf{R}^\top \underline{\mathbf{n}}^*) \frac{\|\mathbf{K}^\top \mathbf{l}_i\|}{\|\mathbf{K}^\top \mathbf{l}_i^*\|} \frac{\|\underline{\mathbf{n}}^* \times \mathbf{K}^\top \mathbf{l}_i^*\|}{\|\mathbf{R} \underline{\mathbf{n}}^* \times \mathbf{K}^\top \mathbf{l}_i\|} \quad (3.57)$$

3.4.1 Effets des erreurs d'étalonnage

Considérons maintenant la matrice d'étalonnage erronée $\hat{\mathbf{K}}$ contenant les paramètres intrinsèques du capteur catadioptrique en présence d'erreurs d'étalonnage. Lorsque la matrice de colinéation à l'infini \mathbf{G}_∞ est estimée, la matrice d'homographie à l'infini \mathbf{H}_∞ peut être obtenue comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}}_\infty &= \hat{\mathbf{K}}^{-1} \mathbf{G}_\infty \hat{\mathbf{K}} \propto \hat{\mathbf{K}}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{R} \mathbf{K}^{-1} \hat{\mathbf{K}} \\ &\propto \delta \mathbf{K} \mathbf{R} \delta \mathbf{K}^{-1} \\ &\propto \hat{\mathbf{R}} \\ &= k \hat{\mathbf{R}} \end{aligned} \quad (3.58)$$

où $\delta \mathbf{K} = \hat{\mathbf{K}}^{-1} \mathbf{K}$ et le facteur d'échelle $k = \sqrt[3]{\det(\hat{\mathbf{H}}_\infty)}$. La matrice d'homographie estimée $\hat{\mathbf{H}}$ en présence d'erreur d'étalonnage s'écrit :

$$\hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{H}}_\infty + \hat{\mathbf{t}}_{d^*} \hat{\underline{\mathbf{n}}}^{*\top} \quad (3.59)$$

avec

$$\hat{\underline{\mathbf{n}}}^{*\top} = \frac{\underline{\mathbf{n}}^{*\top} \delta \mathbf{K}^{-1}}{\|\underline{\mathbf{n}}^{*\top} \delta \mathbf{K}^{-1}\|} \quad (3.60)$$

et

$$\hat{\mathbf{t}}_{d^*} = k \|\underline{\mathbf{n}}^{*\top} \delta \mathbf{K}^{-1}\| \delta \mathbf{K} \mathbf{t}_{d^*} \quad (3.61)$$

Notons que la matrice \mathbf{H}_∞ n'est pas une matrice de rotation mais elle est similaire à \mathbf{R} . Cela veut dire que les deux matrices ont les mêmes valeurs propres et que les vecteurs propre de \mathbf{H}_∞ sont les vecteur propres de \mathbf{R} multipliés par la matrice $\delta \mathbf{K}$. Dans ce cas, il est possible de calculer l'angle de rotation $\hat{\theta}$ et l'axe de rotation $\hat{\mathbf{u}}_\theta$

directement à partir de \mathbf{H}_∞ . Ils peuvent être exprimés en fonction des valeurs réelles et des erreurs d'étalonnage :

$$\begin{cases} \hat{\theta} = \theta \\ \hat{\mathbf{u}}_\theta = \frac{\delta \mathbf{K} \mathbf{u}_\theta}{\|\delta \mathbf{K} \mathbf{u}_\theta\|} \end{cases} \quad (3.62)$$

De même que l'angle de rotation θ , le rapport \hat{r} peut être calculé sans erreur :

$$\hat{r} = \det(\hat{\mathbf{H}}/k) = \det(\mathbf{H}) = r \quad (3.63)$$

Notons que les équations précédentes ne sont valides que si \mathbf{H}_∞ est connue. En pratique, cette matrice n'est pas toujours connue de manière exacte. Cependant, une estimation $\hat{\mathbf{H}}_\infty$ peut être obtenue en utilisant l'algorithme proposé dans [Faugeras 88].

La droite polaire $\hat{\mathbf{l}}_i$ mesurée dans l'image peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{l}}_i &\propto \hat{\mathbf{K}}^{-\top} \mathbf{h} \\ &\propto \hat{\mathbf{K}}^{-\top} \mathbf{K}^\top \mathbf{l}_i \end{aligned} \quad (3.64)$$

En combinant les équations (2.58) et (3.64), le vecteur estimé $\hat{\mathbf{h}}$ peut s'écrire :

$$\hat{\mathbf{h}} = \frac{\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{h}}{\|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{h}\|} \quad (3.65)$$

A partir de (3.60) et (3.64) appliquée au vecteur \mathbf{h}^* , il est facile de déduire :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}}^* \times \hat{\mathbf{h}}^* &= \frac{1}{\|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{n}^*\| \|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{h}^*\|} \delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{n}^* \times \delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{h}^* \\ &= \frac{\det(\delta \mathbf{K}^{-\top}) \delta \mathbf{K}}{\|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{n}^*\| \|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{h}^*\|} \mathbf{n}^* \times \mathbf{h}^* \end{aligned} \quad (3.66)$$

En utilisant les équations (3.58) et (3.60), le vecteur $\hat{\mathbf{n}}$ normal au plan de référence exprimé dans le repère courant \mathcal{F}_m s'écrit :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} &= \hat{\mathbf{R}} \hat{\mathbf{n}}^* \\ &= \hat{\mathbf{R}}^{-\top} \hat{\mathbf{n}}^* \\ &= \delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{R} \delta \mathbf{K}^\top \frac{\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{n}^*}{\|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{n}^*\|} \\ &= \frac{\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{n}}{\|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{n}^*\|} \end{aligned} \quad (3.67)$$

De la même manière que précédemment, nous trouvons :

$$\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{h}} = \frac{\det(\delta \mathbf{K}^{-\top}) \delta \mathbf{K}}{\|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{n}^*\| \|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{h}\|} \mathbf{n} \times \mathbf{h} \quad (3.68)$$

En utilisant (3.66), (3.68) et (3.63), il est possible d'exprimer le rapport $\frac{\hat{h}}{\hat{h}^*}$ en fonction des valeurs réelles et des erreurs d'étalonnage :

$$\frac{\hat{h}}{\hat{h}^*} = \hat{r} \frac{\|\hat{\mathbf{n}}^* \times \hat{\mathbf{h}}\|}{\|\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{h}}\|} = r \frac{\|\mathbf{n}^* \times \mathbf{h}\|}{\|\mathbf{n} \times \mathbf{h}\|} \frac{\|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{h}\|}{\|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{h}^*\|} = \varepsilon \frac{h}{h^*} \quad (3.69)$$

$$\text{où } \varepsilon = \frac{\|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{h}\|}{\|\delta \mathbf{K}^{-\top} \mathbf{h}^*\|}.$$

3.4.2 Estimation de \mathbf{G}

3.4.2.1 Erreur algébrique entre les droites polaires

L'approche classique pour estimer la matrice de colinéation \mathbf{G} est basée sur une estimation linéaire de ses éléments à partir de l'équation (3.51) qui est valable pour chaque couple de droites polaires $(\mathbf{l}_{i_k}, \mathbf{l}_{i_k}^*)$. Si l'on dispose de n couples, il est donc possible d'obtenir un système linéaire de la forme :

$$\mathbf{C}_g \mathbf{g} = 0 \quad (3.70)$$

où \mathbf{C}_g est une matrice de dimension $3n \times 9$ contenant les coordonnées de droites polaires courantes et désirées :

$$\mathbf{C}_g = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 3} & -l_{kz}^* \mathbf{l}_{i_k}^\top & l_{ky}^* \mathbf{l}_{i_k}^\top \\ l_{kz}^* \mathbf{l}_{i_k}^\top & \mathbf{0}_{1 \times 3} & -l_{kx}^* \mathbf{l}_{i_k}^\top \\ -l_{ky}^* \mathbf{l}_{i_k}^\top & l_{kx}^* \mathbf{l}_{i_k}^\top & \mathbf{0}_{1 \times 3} \end{pmatrix}$$

et \mathbf{g} est un vecteur contenant les 9 coefficients de \mathbf{G} :

$$\mathbf{g} = [g_{11} \ g_{12} \ g_{13} \ g_{21} \ g_{22} \ g_{23} \ g_{31} \ g_{32} \ g_{33}]^\top$$

Comme \mathbf{G} est définie à un facteur d'échelle près, un minimum de 4 couples de coordonnées de droites polaires correspondants aux 4 droites 3D coplanaires, sont nécessaires pour résoudre (3.70). Le problème d'estimation linéaire peut être écrit en présence de bruit de mesure comme suit :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{g}} \quad & \|\mathbf{C}_g \mathbf{g}\| \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{g}\| = 1 \end{aligned} \quad (3.71)$$

La solution est obtenue après une décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice $\mathbf{C}_g^\top \mathbf{C}_g = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^\top$, avec \mathbf{S} la matrice diagonale des valeurs singulières. La solution du système est le vecteur propre (une colonne de \mathbf{V}) correspondant à la valeur singulière la plus petite. Notons que la valeur singulière la plus petite est égale à 0 en l'absence de bruits de mesure. Cependant, cette minimisation au sens des moindres carrés est algébrique et n'a aucune signification physique.

3.4.2.2 Erreur algébrique entre point et droite

Afin de construire une fonction de coût significative physiquement, il est possible d'extraire deux points images $\mathbf{x}_{i_k}^j$ avec $j = \{1, 2\}$ pour chaque droite polaire \mathbf{l}_k , et de les utiliser ensuite pour estimer la fonction de coût :

$$\mathcal{C}_1^2 = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^2 \mathbf{x}_{i_k}^{j\top} \mathbf{G}^{-\top} \mathbf{l}_k^* \quad (3.72)$$

Évidemment, cette erreur est une somme de termes algébriques. Elle est toutefois basée sur une erreur avec une signification physique pourvu que les points $\mathbf{x}_{i_k}^j$ soient dans l'image. Au moins deux points sont nécessaires pour contraindre la droite correspondante. Ces deux points peuvent être choisis comme l'intersection de la droite polaire associée \mathbf{l}_k avec le cercle limitant l'image catadioptrique. Cependant, cette solution dégénère si la droite polaire se trouve proche de la tangente ou à l'extérieur du cercle limitant l'image. Afin d'éviter ces cas dégénérés, il est possible de choisir les deux points comme l'intersection des deux tangentes au cercle limitant l'image catadioptrique et perpendiculaires à la droite polaire \mathbf{l}_k (voir Figure 3.8).

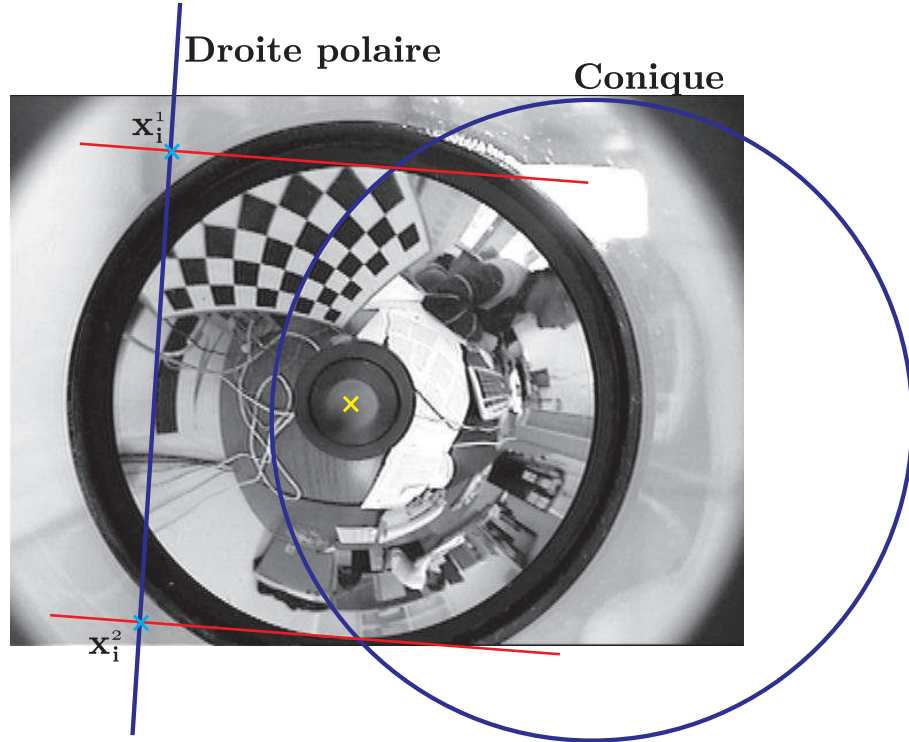


FIG. 3.8: Définition des points pour l'erreur point-droite.

3.4.2.3 Distance géométrique point-droite

Afin d'accroître la robustesse du calcul de \mathbf{G} par rapport aux bruits de mesure, il est souhaitable de minimiser une fonction de coût qui ait une interprétation géométrique. Cette erreur géométrique peut être obtenue en mesurant, par exemple, les distances entre chaque point $\mathbf{x}_{i_k}^j$ de la droite polaire \mathbf{l}_{i_k} et la droite polaire correspondante $\mathbf{G}^{-\top} \mathbf{l}_{i_k}^*$:

$$\mathcal{C}_2^2 = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^2 d^2(\mathbf{x}_{i_k}^j, \mathbf{G}^{-\top} \mathbf{l}_{i_k}^*) \quad (3.73)$$

où la fonction $d()$ est la distance euclidienne et la fonction de coût est non linéaire en les éléments de la matrice de colinéation à estimer. Par ailleurs, la fonction de coût est symétrique si les points $\mathbf{x}_{i_k}^{*j}$ appartenant aux droites polaires $\mathbf{l}_{i_k}^*$ sont également utilisés :

$$\mathcal{C}_3^2 = \sum_{k=1}^n \left(\sum_{j=1}^2 d^2(\mathbf{x}_{i_k}^j, \mathbf{G}^{-\top} \mathbf{l}_{i_k}^*) + \sum_{j=1}^2 d^2(\mathbf{x}_{i_k}^{*j}, \mathbf{G}^{\top} \mathbf{l}_{i_k}) \right) \quad (3.74)$$

Dans le cadre d'une commande référencée vision, nous nous limiterons à la première solution linéaire afin de garantir un temps de calcul acceptable dans une boucle d'asservissement.

3.5 Résultats de simulation

Nous présentons dans cette section des simulations concernant la reconstruction euclidienne du déplacement d'un capteur catadioptrique central à partir d'un ensemble de points ou de droites coplanaires. Nous renvoyons le lecteur au chapitre 5 pour la description et l'analyse des résultats de la validation en réel avec une plate-forme robotique.

Le capteur considéré dans ces simulations, est une caméra para-catadioptrique (miroir parabolique combiné avec une caméra orthographique). Cela implique que le paramètre ξ du miroir est égal à 1. Les paramètres exacts (dans la matrice \mathbf{K}) du capteur para-catadioptrique sont $\alpha_u = \alpha_v = 161$, $\alpha_{uv} = 0$, et les coordonnées du point principal dans le repère image valent 300 pixels sur l'axe des abscisses et 269 pixels sur l'axe des ordonnées. Dans le cas d'une expérimentation réelle, les paramètres d'étalonnage peuvent être entachés d'erreurs. Pour se rapprocher des conditions expérimentales réelles, nous avons utilisé des paramètres d'étalonnage erronés ($\hat{\mathbf{K}}$) en affectant un bruit additif d'une valeur de $\pm 10\%$ sur les focales réelles et d'une valeur de ± 2 pixels sur les coordonnées exactes du point principal. Concernant le paramètre ξ du miroir parabolique, nous avons utilisé un $\xi = 0.98$ au lieu de 1.

Nous avons répété le processus d'estimation de la matrice d'homographie et donc de calcul de déplacement, 100 fois pour chaque expérience. Après l'estimation

de la rotation $\hat{\mathbf{R}}$ et de la translation $\hat{\mathbf{t}}$ à un facteur d'échelle extraits de la matrice d'homographie estimée $\hat{\mathbf{H}}$, nous calculons les erreurs suivantes :

- l'erreur de rotation α_r qui est la distance entre les rotations réelle \mathbf{R} et estimée $\hat{\mathbf{R}}$ (la longueur géodésique minimale entre \mathbf{R} et $\hat{\mathbf{R}}$). L'angle α_r est extrait de la rotation $\mathbf{R}\hat{\mathbf{R}}^\top$.
- l'erreur de translation α_t qui est l'angle entre les deux directions de la vraie translation $\mathbf{t}/\|\mathbf{t}\|$ et de la translation estimée $\hat{\mathbf{t}}/\|\hat{\mathbf{t}}\|$.

Nous interprétons ensuite l'erreur médiane, l'écart médian et l'erreur maximale de α_r et de α_t en fonction du nombre de points et de droites utilisés (un minimum de 4 points et de 4 droites).

Nous considérons dans un premier temps, le cas d'un ensemble de points coplanaires. Nous passerons ensuite au cas d'un ensemble de droites coplanaires.

3.5.1 Cas d'un ensemble de points coplanaires

Dans cette simulation, nous avons considéré une cible plane composée de 14 points pour calculer la matrice d'homographie en utilisant l'équation homogène linéaire (3.39). Afin de vérifier la robustesse du calcul d'homographie et de se rapprocher des conditions expérimentales réelles, nous avons ajouté aux coordonnées en pixel de l'ensemble des points considérés un bruit aléatoire à distribution uniforme d'une variance de 1 pixel. Les coordonnées des vecteurs augmentés $\check{\mathbf{x}}_k$ et $\check{\mathbf{x}}_k^*$ (l'indice k pour le k^{eme} point) sont alors affectées par ces erreurs d'étalonnage et les bruits de mesure. Par conséquent, la matrice d'homographie estimée $\hat{\mathbf{H}}$ est également affectée par ces erreurs.

Translation pure

Dans cette simulation, le déplacement considéré est une translation pure $\mathbf{t} = [-35 \ -60 \ 2]^\top$ cm. Comme on peut le constater sur la figure 3.9, les erreurs en rotation et sur la direction de la translation sont importantes pour le nombre minimum de points nécessaires au calcul de l'homographie. Néanmoins, ces erreurs décroissent en fonction du nombre de points considérés. A partir de 12 points, les erreurs maximales en rotation et sur la direction de translation sont les plus faibles (environ 10 degrés pour la rotation et 7 degrés en translation). Les erreurs médianes sont inférieures à 4 degrés pour la rotation et sont d'environ de 2 degrés en translation. Concernant les écarts medians, ils sont inférieurs à 2 degrés pour la rotation et la direction de la translation.

Rotation pure

Nous testons maintenant la robustesse de l'estimation du déplacement à partir de la matrice d'homographie lorsque le déplacement est une rotation pure $\mathbf{u}_\theta = [99 \ 22 \ 27]^\top$ degrés. Les résultats présentés par la figure 3.10 montrent la robustesse de l'estimation du déplacement à partir d'une homographie aux bruits de mesure et aux erreurs d'étalonnage. En effet, à partir de 8 points utilisés pour le calcul de

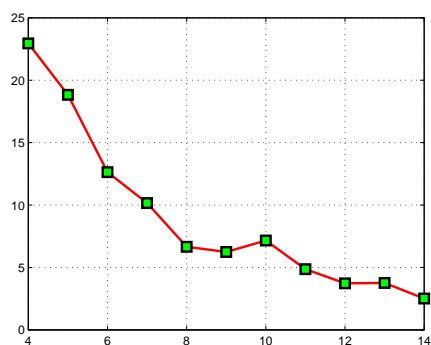
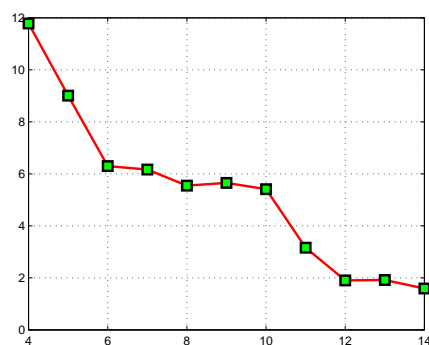
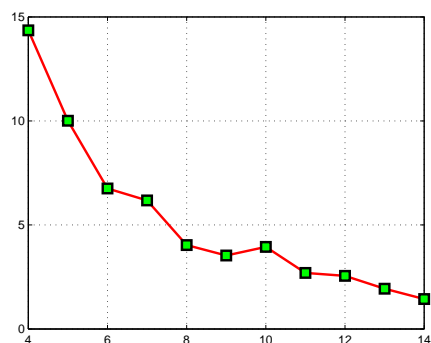
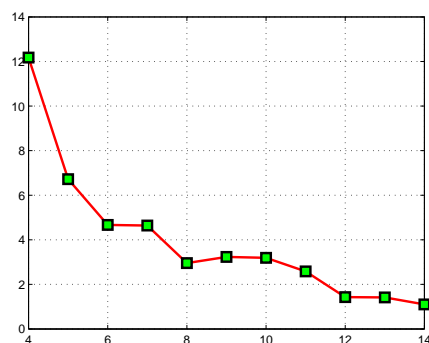
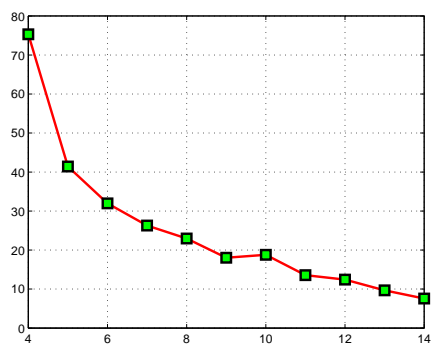
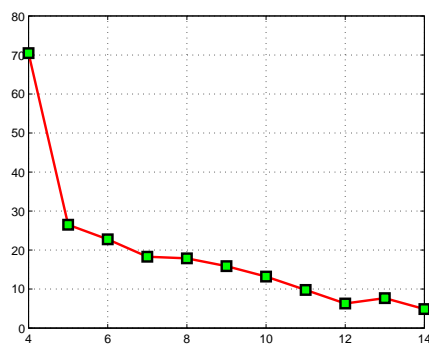
(a) erreur médiane sur α_r (d) erreur médiane sur α_t (b) écart médian sur α_r (e) écart médian sur α_t (c) erreur maximale sur α_r (f) erreur maximale sur α_t

FIG. 3.9: Erreur de reconstruction pour une translation pure en fonction du nombre de points considérés.

la matrice d'homographie (rappelons que 4 points sont nécessaires pour le calcul de la matrice d'homographie), l'erreur maximale en rotation est inférieure à 20 degrés. L'erreur médiane et l'écart médian sont environ égaux à 1 degré et 3 degrés respectivement. Cela implique que l'estimation de la rotation peut être obtenue avec des erreurs faibles en présence d'éventuelles erreurs d'étalonnage et de bruit

de mesure. Notons que pour un tel déplacement (rotation pure), l'estimation de la géométrie épipolaire est dégénérée puisque l'épipole est alors indéfini dans l'image.

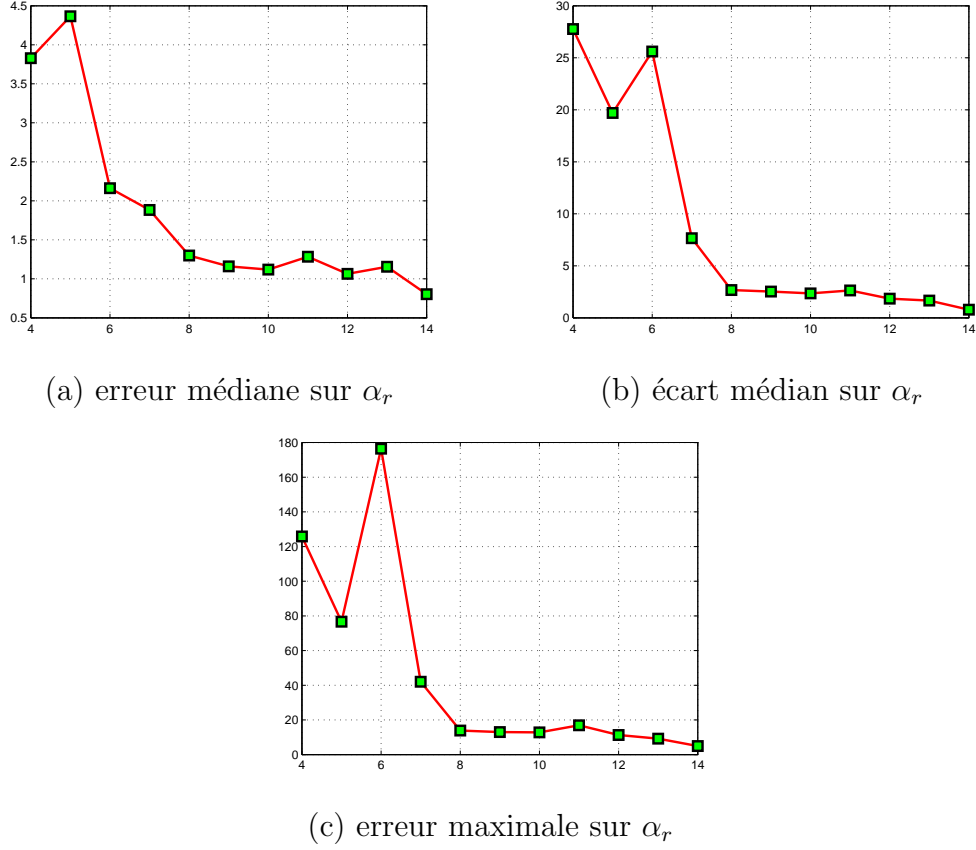


FIG. 3.10: Erreur de reconstruction pour une rotation pure en fonction du nombre de points considérés.

Déplacement quelconque

Dans le cas d'un déplacement générique avec une translation $\mathbf{t} = [35 \ 28 \ 29]^\top$ cm et une rotation $\mathbf{u}_\theta = [-22 \ 54 \ -165]^\top$ degrés, les résultats sont présentés sur la Figures 3.11. Comme on peut le constater à partir des résultats obtenus, les erreurs dues aux bruits de mesure et aux erreurs d'étalonnage diminuent lorsqu'on utilise davantage de points pour le calcul de la matrice d'homographie. A partir de 12 points utilisés, les erreurs maximales en rotation et sur la direction de la translation sont inférieures à 10 degrés. Les erreurs médianes sont inférieures à 4 degrés et les écarts médians sont environ égaux à 2 degrés. Encore une fois, les résultats obtenus sont acceptables pour une estimation de déplacement en présence d'éventuelles erreurs d'étalonnage et de mesures.

Résumé

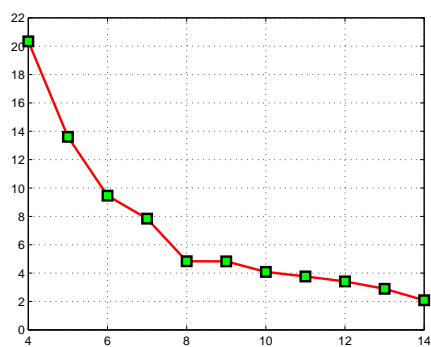
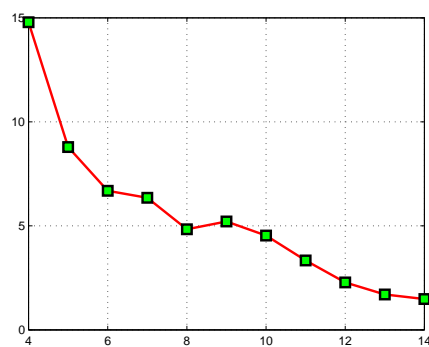
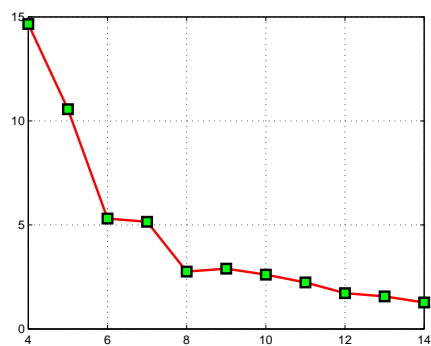
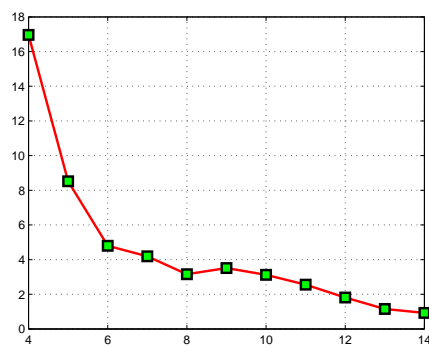
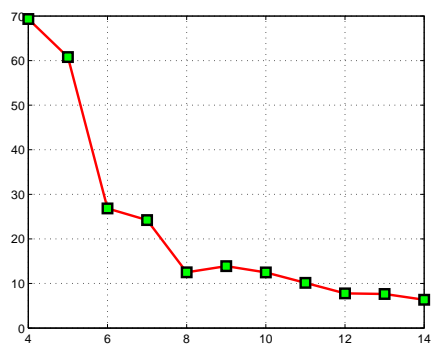
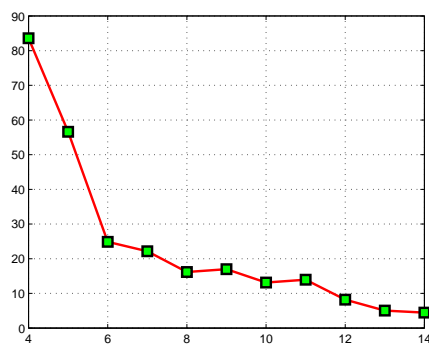
(a) erreur médiane sur α_r (d) erreur médiane sur α_t (b) écart médian sur α_r (e) écart médian sur α_t (c) erreur maximale sur α_r (f) erreur maximale sur α_t

FIG. 3.11: Erreur de reconstruction pour un déplacement générique en fonction du nombre de points considérés.

Nous constatons d'après les résultats obtenus que l'estimation du déplacement, dans l'absolu, n'est pas extrêmement précise en présence d'erreurs d'étalonnage et de bruits de mesure. La méthode proposée peut cependant être un outil d'initialisation pour une autre méthode non linéaire, robuste aux bruits de mesure et aux erreurs

d'étalonnage mais coûteuse en temps de calcul. Néanmoins, dans le cadre de l'asservissement visuel, il est souhaitable d'utiliser des méthodes d'estimation rapides. Par conséquent, la méthode linéaire est suffisante, quoiqu'un peu moins précise qu'une méthode non linéaire.

3.5.2 Cas d'un ensemble de droites coplanaires (droites polaires)

Nous considérons maintenant un ensemble de 11 droites 3D appartenant à une cible plane. Nous estimons les droites polaires associées au point principal en utilisant les coniques dans l'image du capteur para-catadioptrique. Deux méthodes d'estimation de la matrice de colinéation $\hat{\mathbf{G}}$ (la matrice d'homographie $\hat{\mathbf{H}}$ après la transformation plan-à-plan par la matrice d'étalonnage) sont utilisés dans ces simulations. La première méthode est linéaire et basée sur une minimisation aux moindres carrés d'une erreur algébrique (3.71). Tandis que la seconde méthode est basée sur la minimisation non linéaire d'une erreur géométrique présentée dans l'équation (3.73) initialisée en utilisant la première méthode. Rappelons que l'image catadioptrique d'une droite 3D lorsque le capteur est une caméra para-catadioptrique et que $\alpha_u = \alpha_v$, est un cercle. Le bruit de mesure dans l'image est alors introduit de la manière suivante :

- le cercle Ω_i issu de la projection para-catadioptrique d'une droite 3D sur l'image catadioptrique est échantillonné avec un pas que nous avons fixé à 10 pixels, sur un angle choisi égale à $\pi/4$ radian par rapport au centre du cercle Ω_i ;
- nous affectons un bruit aléatoire à distribution uniforme et d'une variance de 1 pixel sur chaque point obtenu après l'échantillonnage. Le bruit est ajouté suivant la direction de la normale à la tangente du cercle au point considéré ;
- nous appliquons un lissage 3D robuste sur les points bruités en utilisant les paramètres d'étalonnage erronés $\hat{\mathbf{K}}$ et le paramètre $\hat{\xi}$ (la méthode du lissage 3D est présentée dans l'annexe C). Le résultat du lissage est un cercle $\hat{\Omega}_i$;
- le point principal est obtenu en utilisant au moins trois droites (voir figure 3.6) ;
- la droite polaire associée au point principal par rapport au cercle $\hat{\Omega}_i$ est calculée en utilisant le point principal estimé.

Translation pure

Dans cette simulation, le déplacement est une translation pure $\mathbf{t} = [-50 \ -40 \ -10]^\top$ cm. Les résultats présentés dans la Figure 3.12 montrent qu'il est possible d'estimer le déplacement de translation avec une précision acceptable en présence d'éventuelles erreurs de mesure et d'étalonnage. En effet, l'erreur maximale en rotation est inférieure à 7 degrés à partir de 7 droites considérées, tandis que l'erreur sur la direction de la translation est inférieure à 3 degrés. Les erreurs médianes et les écart médians en rotation sont inférieurs à 4 degrés et 3 degrés respectivement

lorsque seules les 4 droites nécessaires pour calculer la matrice de colinéation sont utilisées. Ces erreurs sont faibles (environ 1 degré) à partir de 7 droites considérées. En ce qui concerne la direction de la translation, les erreurs médianes et les écarts médians sont d'environ 1 degré et 0.5 degré respectivement.

On constate également que les résultats obtenus avec les deux méthodes sont très similaires. Cela confirme que l'utilisation de la méthode linéaire est suffisante.

Rotation pure

Les résultats pour un déplacement en rotation pure $\mathbf{u}_\theta = [16 \ -27 \ 25]^\top$ degrés sont présentés sur la Figure 3.13. Nous constatons que les erreurs d'estimation de la rotation sont faibles pour les deux méthodes et que l'erreur maximale est inférieure à 5 degrés. Les erreurs médianes et les écarts médians sont faibles (environ 1 degré à partir de 6 droites considérées). Cela implique que les résultats de l'estimation sont satisfaisants.

Déplacement quelconque

Encore une fois, les résultats présentés par la Figure 3.14 pour un déplacement générique composé d'une translation $\mathbf{t} = [26 \ 30 \ 12]^\top$ cm et d'une rotation $\mathbf{u}_\theta = [16 \ -27 \ 25]^\top$ degrés, montrent la robustesse vis-à-vis des erreurs considérées. Les erreurs maximales en rotation et sur la direction de la translation sont inférieures à 5 degrés. Nous constatons que les erreurs médianes en rotation et sur la direction de la translation obtenues en utilisant la méthode géométrique sont plus faibles que lorsque la méthode linéaire est utilisée. La différence entre les deux méthodes devient négligeable à partir de 6 droites considérées. Nous constatons également un saut des erreurs vers une valeur plus importante avec les deux méthodes en passant de 10 à 11 droites alors que l'accroissement du nombre de droites utilisées pour le calcul de l'homographie, devrait réduire encore les erreurs dues aux bruits d'étalonnage et de mesure. Nous supposons que cela est dû à une instabilité numérique.

Résumé

Comme le montrent les figures des différentes erreurs, les résultats obtenus par la méthode linéaire sont très proches de ceux obtenus avec les méthodes non linéaires. Par conséquent, la précision de l'estimation linéaire du déplacement à partir des images d'un ensemble de droites coplanaires est suffisante dans le cadre de l'assemblage visuel.

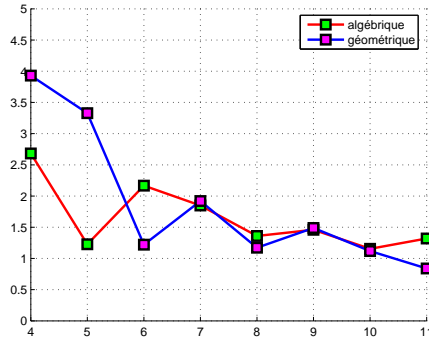
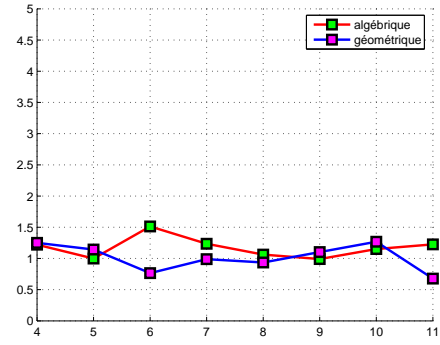
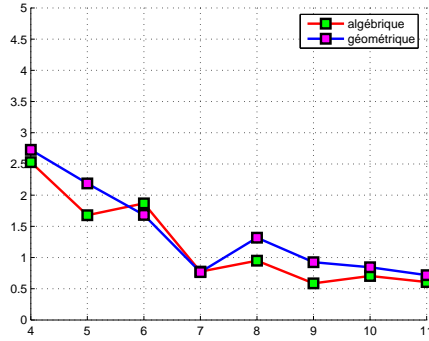
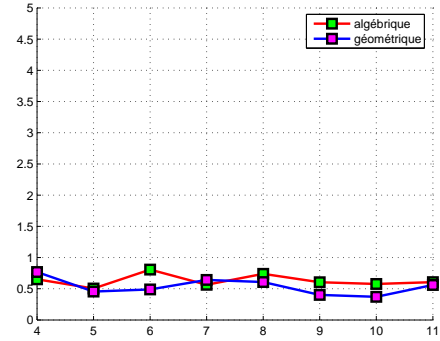
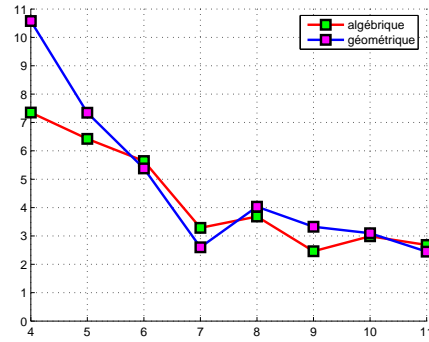
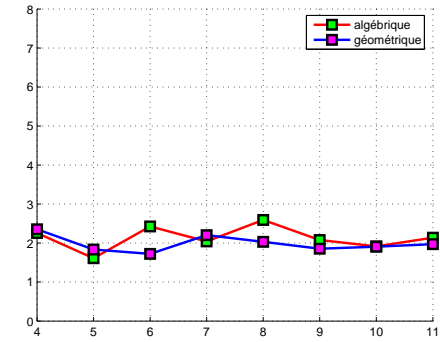
(a) erreur médiane sur α_r (d) erreur médiane sur α_t (b) écart médian sur α_r (e) écart médian sur α_t (c) erreur maximale sur α_r (f) erreur maximale sur α_t

FIG. 3.12: Erreur de reconstruction pour une translation pure en fonction du nombre de droites considérées.

3.5.3 Application à la planification de trajectoire dans l'espace image

Il est connu que les techniques d'asservissement visuel se heurtent à des difficultés de robustesse lorsque le déplacement à effectuer est très important. Ce problème est

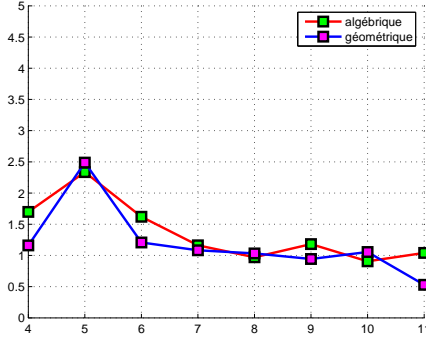
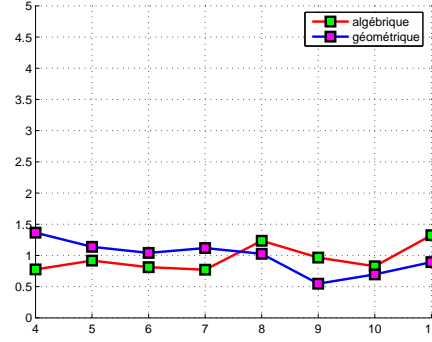
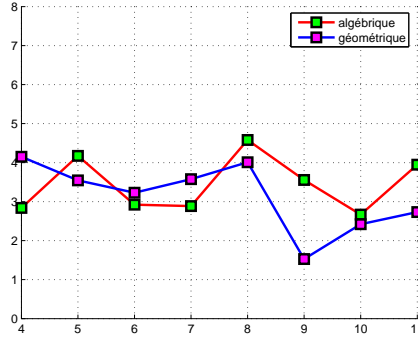
(a) erreur médiane sur α_r (b) écart médian sur α_r (c) erreur maximale sur α_r

FIG. 3.13: Erreur de reconstruction pour une rotation pure en fonction du nombre de droites considérées.

très pénalisant lorsqu'une caméra catadioptrique est utilisée. En effet, l'intégration des caméras catadioptriques dans une boucle d'asservissement visuel a pour but d'exploiter un espace de travail plus important tout en conservant la visibilité de la cible. Lorsque des grands déplacements de la caméra catadioptrique et/ou de la cible observée sont envisagés, une phase de planification de trajectoire dans l'espace d'observabilité peut être intégrée afin d'élargir la robustesse et obtenir des trajectoires de robot satisfaisantes. Nous présentons dans cette section une solution de planification de trajectoire des primitives visuelles (points et droites) directement dans l'espace image catadioptrique afin de valider et compléter nos résultats sur le calcul de l'homographie. Nous utilisons les techniques de planification présentées par Mezouar dans [Mezouar 00].

Soit $\mathbf{R}(t)$ et $\mathbf{t}_{d^*}(t) = \frac{\mathbf{t}(t)}{d^*}$ la matrice de rotation et le vecteur de translation à un facteur d'échelle près respectivement, estimés à partir d'une matrice d'homographie $\mathbf{H}(t)$ donnée à chaque instant t . En utilisant l'équation (3.29), la matrice d'homographie s'écrit :

$$\mathbf{H}(t) \propto \mathbf{R}(t) + \mathbf{t}_{d^*}(t)\mathbf{n}^{*\top}$$

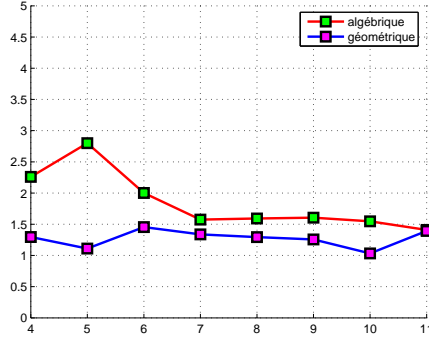
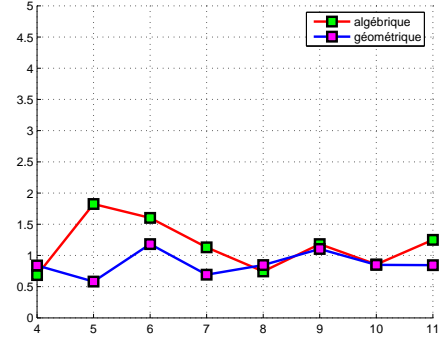
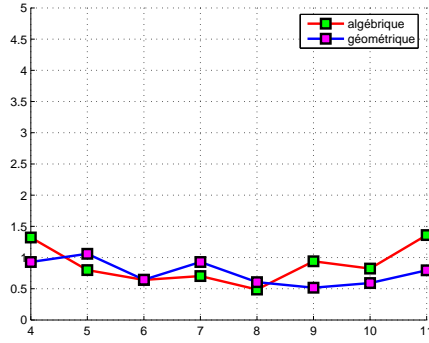
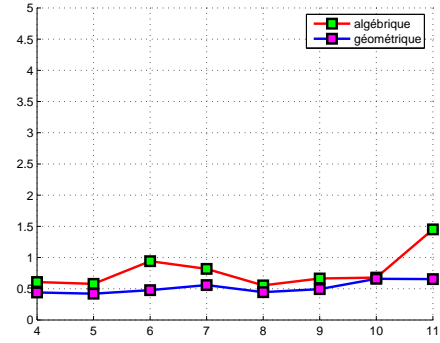
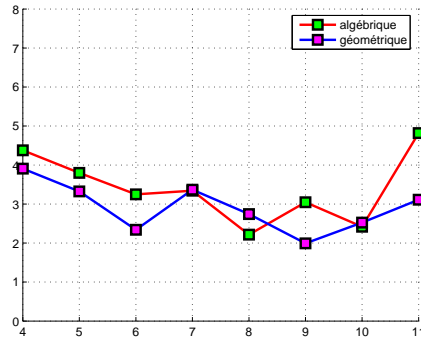
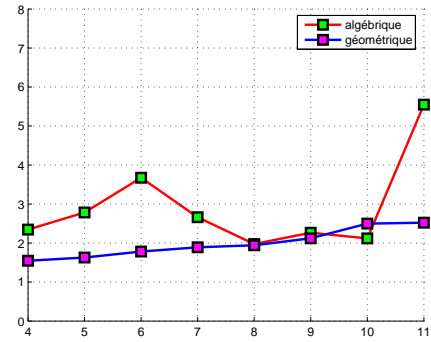
(a) erreur médian sur α_r (d) erreur médian sur α_t (b) écart médian sur α_r (e) écart médian sur α_t (c) erreur maximale sur α_r (f) erreur maximale sur α_t

FIG. 3.14: Erreur de reconstruction pour un déplacement générique en fonction du nombre de droites considérées.

Supposons que l'image initiale \mathcal{I}_0 à l'instant $t = 0$ et l'image désirée \mathcal{I}_1 à l'instant $t = 1$ correspondant aux positions initiale et désirée du robot soient disponibles. Notons qu'à partir des informations visuelles (points, droites) dans l'image, il est possible de calculer la matrice d'homographie \mathbf{H}_0 à l'instant $t = 0$ liant les images \mathcal{I}_0 et \mathcal{I}_1 . La matrice de rotation \mathbf{R}_0 , la direction de la translation \mathbf{t}_{0d^*} et le vecteur

$\mathbf{n}^{*\top}$ normal au plan de référence peuvent donc être estimés à partir de \mathbf{H}_0 à l'instant $t = 0$. Notons également que lorsque la configuration désirée est atteinte à l'instant $t = 1$, la matrice d'homographie est proportionnelle à la matrice identité $\mathbf{H}_1 \propto \mathbf{I}$. Cette configuration correspond donc à une rotation $\mathbf{R}_1 = \mathbf{I}$ et $\mathbf{t}_{d^*}(1) = 0$.

Les trajectoires de \mathbf{R} dans le groupe $S0(3)$ et de \mathbf{t} dans \mathbb{R}^3 correspondant à une trajectoire optimale (au sens du minimum d'énergie ou d'accélération) de la caméra catadioptrique sont données par [Park 97] :

$$\begin{cases} \mathbf{R}(t) = \mathbf{R}_0 \mathbf{e}^{[\theta_0]q(t)} \\ \mathbf{t}(t) = (1 - q(t))\mathbf{t}_0 \end{cases} \quad (3.75)$$

où $[\theta_0] = \log(\mathbf{R}_0^\top) = \frac{\theta_0}{2 \sin \theta_0} (\mathbf{R}_0^\top - \mathbf{R}_0)$ (θ_0 est l'angle de rotation extrait de \mathbf{R}_0^\top), et $q(t)$ est un polynôme tel que $q(0) = 0$ et $q(1) = 1$. Ces trajectoires réalisent ainsi un vissage dans l'espace euclidien $SE(3)$.

Le polynôme $q(t)$ peut être choisi suivant le critère d'optimalité utilisé. Dans cette application, nous avons utilisé deux critères :

- Problème à minimum d'énergie : minimisation de l'intégrale de la norme au carré de la dérivée temporelle de la position de la caméra catadioptrique sur l'horizon temporel. En effet, en notant \mathbf{U} la dérivée temporelle de la position, l'équation (3.75) minimise $J = \int_0^1 \mathbf{U}^\top \mathbf{U} dt$ si $q(t) = t$.
- Problème à minimum d'accélération : minimisation de l'intégrale de la norme au carré de la dérivée seconde de la position de la caméra catadioptrique sur l'horizon temporel. Dans ce cas, l'équation (3.75) minimise $J = \int_0^1 \dot{\mathbf{U}}^\top \dot{\mathbf{U}} dt$ lorsque $q(t) = -2t^3 + 3t^2$.

En intégrant l'équation (3.75) dans la décomposition de $\mathbf{H}(t)$, la trajectoire de la matrice d'homographie pour une trajectoire optimale de la caméra est donnée par :

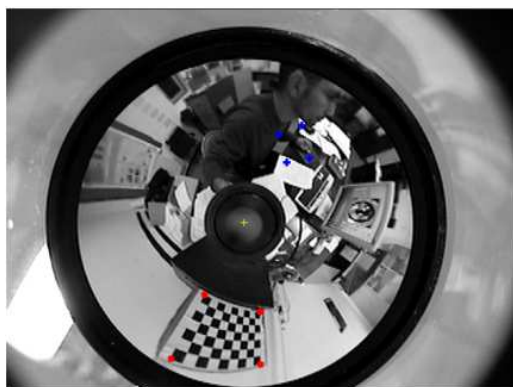
$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{R}_0 \mathbf{e}^{[\theta_0]q(t)} + (1 - q(t))\mathbf{t}_{0d^*} \mathbf{n}^{*\top} \quad (3.76)$$

Connaissant les points de l'image initiale, la trajectoire des points dans l'espace image entre \mathcal{I}_0 et \mathcal{I}_1 peut être obtenue en combinant les équations (3.38) et (3.76). Lorsque des droites sont utilisées, la trajectoire des droites polaires est obtenue en combinant (3.51) et (3.76). La trajectoire des coniques (image catadioptrique de droites) peut ensuite être déduite de la trajectoire des droites polaires.

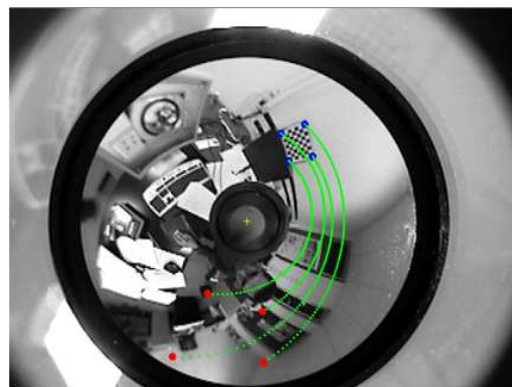
3.5.3.1 Résultats

Nous présentons dans cette partie deux expériences de planification de trajectoire. Dans la première, nous utilisons des primitives visuelles de type point, tandis que dans la seconde, des primitives de type droite sont considérées. Nous avons utilisé un capteur para-catadioptrique étalonné.

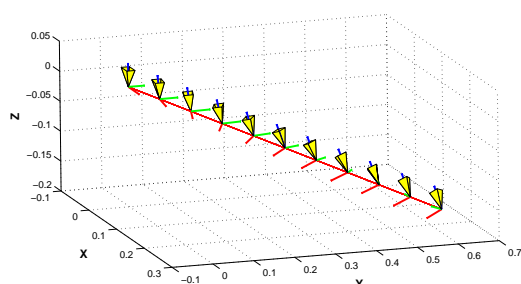
Primitives visuelles de type point



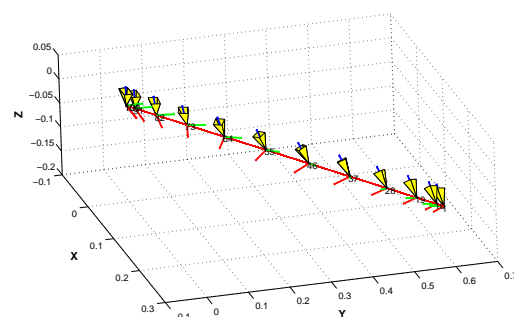
(a) Image initiale



(b) Image finale et trajectoire



(c) minimum d'énergie



(d) minimum d'accélération

FIG. 3.15: Planification de trajectoire d'une caméra catadioptrique avec des primitives de type point.

Dans cette première expérimentation, les points sont extraits de l'image catadioptrique d'un damier. Nous avons effectué un déplacement important de la caméra catadioptrique. Les images catadioptriques correspondantes aux positions initiale et finale de la caméra sont données par les Figures 3.15(a) et 3.15(b) respectivement. La trajectoire de l'ensemble des points choisis donnée par la Figure 3.15(b) correspond à la solution du problème à minimum d'énergie (la trajectoire image pour un minimum d'accélération sont similaires). Les trajectoires de la caméra catadioptrique pour un minimum d'énergie et un minimum d'accélération sont données par les Figures 3.15(c) et 3.15(d) respectivement. Le lieu géométrique de la trajectoire est identique et seul le comportement temporel le long des deux trajectoires est modifié lorsque le polynôme $q(t)$ est différent.

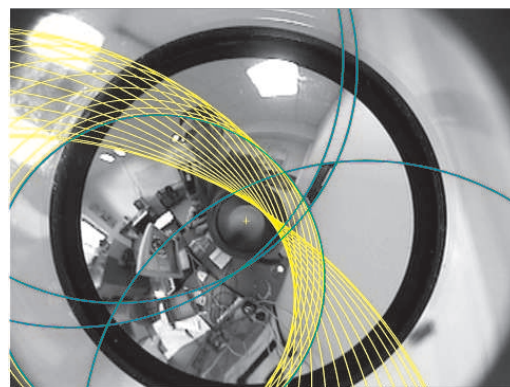
Primitives visuelles de type droite

Dans cette expérience, nous avons utilisé des droites comme primitives visuelles. Les coniques (image catadioptrique de droites) sont extraites de l'image catadiop-

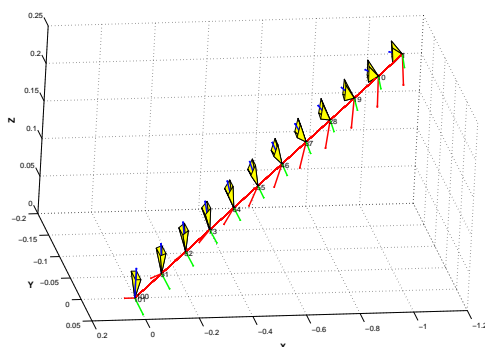
trique (voir Figures 3.16(a) et (b)). Les droites polaires associées au point principal de l'image catadioptrique par rapport aux coniques sont utilisées pour calculer la matrice de colinéation entre les positions initiale et finale de la caméra catadioptrique. Les images correspondant aux positions initiale et finale de la caméra sont données par les Figures 3.16(a) et 3.16(b) respectivement. Pour une meilleure visibilité, nous avons tracé une seule trajectoire de conique dans l'image (Figure 3.16(b)). Notons que les trajectoires des coniques dans l'image pour un minimum d'énergie et un minimum d'accélération sont semblables. Pour cette raison, nous présentons uniquement la trajectoire correspondant à un minimum d'énergie. Les trajectoires de la caméra catadioptrique pour un minimum d'énergie et un minimum d'accélération sont données par les Figures 3.16(c) et 3.16(d) respectivement.



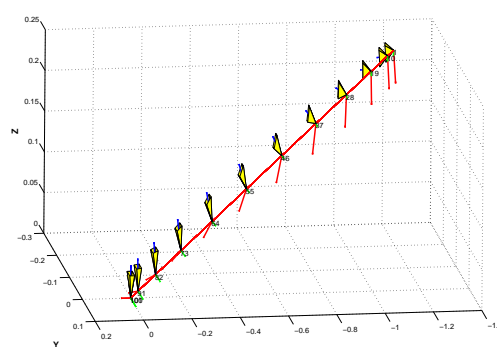
(a) Image initiale



(b) Image finale et trajectoire



(c) minimum d'énergie



(d) minimum d'accélération

FIG. 3.16: Planification de trajectoire d'une caméra catadioptrique avec des primitives de type droite.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu comment la transformation homographique, contenant le déplacement du capteur, pouvait être obtenue à partir de la projection

d'un ensemble de points ou de droites. Dans le cas des points, nous avons proposé l'utilisation des coordonnées étendues des points image (intégrant le paramètre ξ , décalage entre le repère caméra et le centre de la sphère unité). Cette extension nous a permis d'introduire une formulation linéaire du problème d'estimation de la matrice d'homographie entre deux images normalisées.

Dans le cas des droites, nous avons également surmonté les non-linéarités de la fonction de projection en considérant les droites polaires associées aux droites projetées (coniques). Nous avons ainsi montré qu'un étalonnage faible (uniquement les coordonnées du point principal doivent être connues) permet de formuler linéairement le problème d'estimation de la matrice d'homographie (en pixel) entre deux images catadioptriques centrales. A partir de l'étalonnage complet, il est alors possible de remonter à la matrice d'homographie entre les images normalisées.

Ces résultats permettent, entre autres, d'exploiter directement des techniques de planification de trajectoires de primitives visuelles conçues à l'origine pour les caméras conventionnelles.

Ces résultats ont également été exploités pour résoudre le problème d'estimation du déplacement partiel du capteur entre deux prises de vues et de reconstruction de la structure de la scène :

- reconstruction euclidienne sous hypothèse d'étalonnage pour les points ;
- reconstruction projective sous hypothèse d'étalonnage faible pour les droites
- et, à partir de cette dernière et des paramètres d'étalonnage restants, reconstruction euclidienne pour les droites.

Nous verrons, dans le chapitre suivant, que ces résultats peuvent également être avantageusement exploités pour concevoir des schémas d'asservissement visuel hybride.

Chapitre 4

Asservissement visuel omnidirectionnel

Ce chapitre est divisé en deux parties. Dans la première partie, un bref état de l'art concernant les techniques d'asservissement visuel est présenté. Les principaux schémas de commande permettant la réalisation de tâches robotiques à partir des informations visuelles extraites des images et le formalisme des fonctions de tâche adapté au problème d'asservissement visuel sont décrits. Les schémas les plus courants sont rappelés (asservissement visuel 2D, asservissement visuel 3D et asservissements visuels hybrides qui exploitent un mélange d'informations 2D et d'informations 3D), ainsi que leurs avantages et inconvénients respectifs.

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous nous focalisons sur le couplage vision omnidirectionnelle-commande, cœur de nos contributions.

La cible observée est, dans un premier temps, considérée comme composée d'un ensemble de points. La matrice d'interaction pour les coordonnées de points est revisitée. Deux schémas d'asservissement visuel hybride sont ensuite présentés. Le premier permet un découplage partiel entre les commandes des mouvements de translation et de rotation. Le second schéma d'asservissement visuel hybride permet de découpler totalement ces mouvements.

Dans un deuxième temps, la cible est considérée comme composée d'un ensemble de droites et sa projection dans l'image d'un ensemble de coniques. Un schéma d'asservissement visuel 2D basé sur les coefficients de la forme quadratique associée à chaque conique est présenté. Les droites polaires associées aux coniques par rapport au point principal sont ensuite exploitées pour construire des asservissements visuels 2D et hybride. Dans le cas de l'asservissement hybride, nous obtenons un découplage total des mouvements de translation et de rotation.

4.1 Asservissement visuel

L'asservissement visuel consiste à utiliser les informations fournies par une ou plusieurs caméras afin de contrôler les mouvements d'un système robotique. On

distingue deux configurations de la caméra par rapport au robot :

- Caméra déportée : la caméra n'a pas de liaison mécanique avec le robot asservi. La caméra est positionnée de façon à ce qu'elle observe l'organe terminal du robot [Flandin 00], la configuration articulaire du robot [Ruf 00] ou à la fois le robot et les objets d'intérêt situés dans l'espace du travail [Heraud 98]. Elle peut être fixée sur une base immobile comme sur un autre système mécanique [Marchand 01].
- Caméra embarquée : c'est la configuration la plus répandue. Dans cette configuration, le système de vision (une ou plusieurs caméras) est rigidement lié au robot (par exemple, fixée à l'organe terminal dans le cas d'un robot manipulateur) de façon à ce qu'il observe les objets situés dans l'espace du travail.

Les études théoriques menées dans ce chapitre portent sur cette dernière configuration. Nous verrons cependant dans le chapitre 5, à travers un certain nombre d'expérimentations que les résultats obtenus sont directement utilisables pour la configuration déportée.

Les premiers travaux ayant porté sur les approches de commande de robots manipulateurs par vision remontent aux années 70. On peut citer par exemple les travaux décrits dans [Bolles 73, Shirai 73] sur des tâches d'assemblage utilisant une caméra fixe et définissant des actions de type *look and move*.

Les systèmes de commande par vision peuvent être classifiés, de manière standard, en utilisant trois critères [Sanderson 80] :

1. l'utilisation ou non d'une boucle interne au niveau des actionneurs du robot,
2. l'espace de commande du robot,
3. Static ou Dynamic, dans les approches en boucle ouverte (*static look and move*) et en boucle fermée (*dynamic look and move*).

Lorsque le système ne possède pas de boucle interne, le système de vision fournit directement une estimation de l'état du robot aux articulations, se substituant à ses contrôleurs. La stabilisation est uniquement réalisée en utilisant le retour sur le système de vision [Sanderson 83]. Dans ce cas de figure, le système doit fournir une estimation de l'état à une cadence élevée. En raison de l'influence importante des perturbations sur l'estimation temps réel de l'état [Bishop 94], ce type de schéma a été peu utilisé. Par exemple, les travaux de Hashimoto dans [Hashimoto 96] portent sur la mise en oeuvre d'une technique de commande optimale de type LQ. Weiss exploite cette structure pour contrôler un robot plan à trois degrés de liberté dont les articulations sont observées par une caméra dans [Weiss 87]. On retrouvera le même type de structure dans [Wijesoma 93] pour un robot à deux axes. Des travaux dans ce sens ont également porté sur la commande de robot à six degrés de liberté [Gangloff 00].

Lorsque le schéma de commande utilisé est hiérarchique (utilisation d'une boucle interne), le système de vision fournit une consigne au contrôleur du robot qui calcule

les déplacements à réaliser dans l'espace articulaire par l'intermédiaire d'une boucle fermée interne qui stabilise le système. En utilisant une telle structure, la cadence du processus peut être amenée au temps réel vidéo (généralement de 40 ms). Le processus de vision et le système robotique sont alors découplés, ce qui permet une plus grande portabilité et simplicité des processus de commande par vision. On pourra se reporter à [Corke 96] pour une étude sur les performances dynamiques de cette structure. Les schémas de commande proposés dans ce chapitre suppose une telle structure.

Le second point caractérisant les schémas de commande concerne le type d'informations visuelles utilisé pour définir le signal d'erreur à réguler. On distingue en général trois grandes classes de méthodes d'asservissement visuel que nous décrirons dans la suite de ce chapitre.

Dans toutes les configurations, l'asservissement visuel consiste à élaborer une loi de commande afin qu'un ensemble de k mesures décrites par le vecteur $\mathbf{x}(t)$ atteignent leurs valeurs désirées \mathbf{x}^* en contrôlant les n (où $n \leq 6$) degrés de liberté du robot. Le vecteur \mathbf{x}^* , contenant les k mesures à la position désirée du robot, peut être constant comme il peut être fonction du temps, on parle alors du suivi de la trajectoire $\mathbf{x}^*(t)$. La loi de commande se ramène donc à réguler à zéro un vecteur d'erreur fonction de $\mathbf{x}(t)$ et $\mathbf{x}^*(t)$ adéquatement choisi dans l'espace de mesure.

Pour une commande référencée vision, le capteur fournissant la mesure de \mathbf{x} peut être un capteur de pose 3D composé d'une ou de plusieurs caméras et d'algorithmes d'estimation 3D (cas des asservissements visuels 3D et hybride), comme il peut être composé d'une caméra et d'algorithmes d'extraction de primitives visuelles (cas de l'asservissement visuel 2D). Ces deux configurations seront abordées dans le cadre du couplage vision omnidirectionnelle - commande.

4.1.1 La commande en asservissement visuel

Dans la littérature, de nombreux types de commande pouvant être appliqués efficacement à des systèmes robotiques munis de caméras ont été proposés. Certaines commandes prennent en compte la dynamique du robot [Rives 97, Koivo 91, Kelly 96, Chuang 97, Tarbouriech 00]. Une grande partie des travaux se contente d'élaborer des commandes cinématiques en considérant le robot comme un intégrateur parfait. On trouve par exemple la commande par mode glissant appliquée au suivi de trajectoire cartésienne de la caméra [Zanne 00], la commande par retour d'état non linéaire [Martinet 99, Tarbouriech 00], la commande par placement de pôles [Papanikolopoulos 91], basées sur un contrôleur GPC [Gangloff 00, Gangloff], voire robuste H_∞ [Khadraoui 99] ou par retour d'état continu non stationnaire dans le cas des robots mobiles non holonomes [Tsakiris 98].

Les commandes de type proportionnel sont les plus couramment utilisées [Martinet 96, Chaumette 90, Hutchinson 96]. Elles permettent d'assurer une décroissance exponentielle d'une erreur bien définie. Dans ce manuscrit, nous nous intéressons uniquement à ce type de commande. Nous utiliserons le formalisme de la fonction de tâche afin de construire les lois de commande [Samson 91]. Ce formalisme a été adapté au problème de la commande en asservissement visuel durant les travaux de thèse décrit dans [Chaumette 90].

Dans la section suivante, nous allons voir comment appliquer ce formalisme pour établir une commande en vitesse négligeant la dynamique du robot et permettant une décroissance exponentielle d'une erreur bien choisie.

4.1.2 Formalisme de la fonction de tâche en commande référencée vision

Dans [Samson 91], les auteurs ont montré qu'il était possible d'exprimer les tâches robotiques sous la forme d'une régulation à zéro sur un horizon temporel fini d'une fonction de tâche \mathbf{e} , de classe C^2 :

$$\mathbf{e}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{C}(\mathbf{x}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{x}^*) \quad (4.1)$$

où :

- $\mathbf{r}(t)$ est un élément de l'espace SE_3 de représentation des repères et des corps rigides et décrit la pose 3D à l'instant t du capteur dans son environnement ;
- $\mathbf{x}(\mathbf{r}, t)$ est un vecteur de dimension k contenant les valeurs courantes des informations capteurs choisies ;
- \mathbf{x}^* est la valeur souhaitée de \mathbf{x} ;
- \mathbf{C} est une matrice de dimension $n \times k$ (où $n \leq 6$) de rang plein n , dite de combinaison, telle que les n composantes de \mathbf{e} soient indépendantes et contrôlent les n degrés de liberté choisis parmi les 6 degrés de liberté de $\mathbf{r}(t)$ possibles. La matrice \mathbf{C} peut également être utilisée pour homogénéiser les mesures.

Dans le cas d'une commande référencée vision, les vecteurs de mesures \mathbf{x} et \mathbf{x}^* contiennent les valeurs courantes et souhaitées d'informations obtenues à partir d'un capteur de vision (caméra conventionnelle, caméra omnidirectionnelle, etc...)

Le problème de la régulation de la fonction de tâche \mathbf{e} est bien posé s'il existe d'une part, une trajectoire idéale et unique de $\mathbf{r}(t)$ telle que la fonction de tâche soit nulle sur la durée de la tâche à réaliser, et d'autre part, le jacobien de la tâche

$$\mathbf{J}_e = \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{r}} \quad (4.2)$$

doit être régulier le long de cette trajectoire. Lorsque ces conditions sont remplies, on dit que la fonction de tâche est admissible.

En outre, le vecteur \mathbf{x} doit être mesurable sur l'horizon temporel de la tâche \mathbf{e} . On parle de condition d'observabilité. Dans le cas d'un asservissement visuel 2D où le vecteur de mesure \mathbf{x} contient des primitives visuelles 2D, il est nécessaire que ces dernières restent visibles sur l'horizon temporel de la tâche. Dans le cas de l'asservissement visuel 3D ou hybride où le vecteur de mesure \mathbf{x} contient des informations 3D, il faut à la fois que les primitives visuelles soient visibles dans l'image et que l'estimation des informations 3D à partir de ces primitives visuelles soit réalisable sur l'horizon temporel de la tâche.

Réaliser la tâche \mathbf{e} qui remplit les conditions d'admissibilité et d'observabilité ne nécessite pas toujours l'utilisation de tous les degrés de liberté du robot. Afin de mieux utiliser les fonctionnalités de ce dernier, le formalisme de la fonction de tâche permet de gérer aisément les degrés de liberté non contraints par la tâche (4.1) en définissant, par exemple une seconde tâche qui est pré-multipliée par l'opérateur de projection orthogonale sur le noyau de la jacobienne $\mathbf{J}_\mathbf{e}$ afin que la seconde tâche (tâche secondaire) n'affecte pas la première. La tâche secondaire peut être utilisée pour la navigation autour d'un objet [Berry 99], pour l'évitement des singularités du robot [Marchand 96], des butées articulaires [Marchand 96, Chaumette 00], des obstacles [Cadenat 99] ou des obstacles et des occultations [Marchand 98]. Dans [Flandin 00], une tâche secondaire a été utilisée pour contrôler la translation d'une caméra montée sur un robot manipulateur observé par une seconde caméra.

La différentielle de \mathbf{x} reliant ses variations au mouvement relatif entre la caméra et la scène observée est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{r}} \dot{\mathbf{r}} + \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{\Upsilon} \boldsymbol{\tau} + \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \\ &= \mathbf{L}_\mathbf{x} \boldsymbol{\tau} + \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t}\end{aligned}\quad (4.3)$$

où :

- $\mathbf{L}_\mathbf{x}$ est la matrice d'interaction de dimension $k \times n$ ($n \leq 6$), associée à \mathbf{x} et fonction de la position relative entre l'objet observé et la caméra.
- La matrice $\mathbf{\Upsilon}$ de dimension $m \times 6$ (où m est la dimension de \mathbf{r}) permet de lier les vitesses $\dot{\mathbf{r}}$ d'une paramétrisation quelconque de la situation \mathbf{r} de la caméra et le torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}$:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{\Upsilon} \boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Upsilon}_p & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_{(m-3) \times 3} & \mathbf{\Upsilon}_r \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} \quad (4.4)$$

$\mathbf{\Upsilon}_p$ est égale à \mathbf{I}_3 lorsque l'origine du repère caméra est exprimée dans le repère de référence par ses coordonnées cartésiennes. La matrice $\mathbf{\Upsilon}_r$ dépend de la représentation de l'orientation choisie (cosinus directeurs, angles d'Euler, Quaternions ou angles de Roulis, Tangage et Lacet) [Angeles 02].

– $\boldsymbol{\tau}$ est le torseur cinématique de la caméra exprimé dans le repère caméra. Notons que le torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}$ est défini par une vitesse de translation \mathbf{v} et une vitesse de rotation $\boldsymbol{\omega}$ telles que $\boldsymbol{\tau} = [\mathbf{v}^\top \ \boldsymbol{\omega}^\top]^\top$ exprimées dans le repère caméra. En utilisant (4.3), la différentielle de \mathbf{e} s'écrit :

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{C}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) + \mathbf{C}\mathbf{L}_x\boldsymbol{\tau} + \mathbf{C} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{x}^*}{\partial t} \right) \quad (4.5)$$

En considérant uniquement la cinématique du robot, on peut choisir un comportement exponentiel décroissant de la fonction de tâche \mathbf{e} :

$$\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \mathbf{e} \quad (4.6)$$

où λ est un gain positif régissant la vitesse de décroissance de \mathbf{e} . En introduisant (4.5) dans (4.6), on obtient :

$$\mathbf{C}\mathbf{L}_x\boldsymbol{\tau} = -\lambda \mathbf{e} + \dot{\mathbf{C}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) + \mathbf{C} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{x}^*}{\partial t} \right) \quad (4.7)$$

En outre, le torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}$ de la caméra est lié aux vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ du robot par les relations suivantes :

- Le torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}$ de la caméra est exprimé dans un premier temps dans un repère lié à l'effecteur du robot :

$$\boldsymbol{\tau}_e = \begin{pmatrix} {}^e\mathbf{R}_c & [{}^e\mathbf{t}_c]_{\times}^e \mathbf{R}_c \\ \mathbf{0}_3 & {}^e\mathbf{R}_c \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} \quad (4.8)$$

La matrice de rotation ${}^e\mathbf{R}_c$ et le vecteur de translation ${}^e\mathbf{t}_c$ peuvent être obtenus lors d'une phase d'étalonnage [Remy , Andreff 01].

- La relation entre les vitesses $\dot{\mathbf{r}}_e$ et le torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}_e$ peut être obtenue en utilisant l'équation (4.4).
- Les vitesses $\dot{\mathbf{r}}_e$ sont liées aux vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ par le modèle cinématique direct $\dot{\mathbf{r}}_e = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}$. En dehors des configurations singulières du robot, le modèle cinématique inverse est donné par :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{(-1)}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{r}}_e \quad (4.9)$$

En utilisant (4.8), (4.4) et (4.9), la vitesse articulaire $\dot{\mathbf{q}}$ envoyée au robot peut être exprimée en fonction du torseur cinématique :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}) \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Upsilon}_p & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_{(m-3) \times 3} & \boldsymbol{\Upsilon}_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^e\mathbf{R}_c & [{}^e\mathbf{t}_c]_{\times}^e \mathbf{R}_c \\ \mathbf{0}_3 & {}^e\mathbf{R}_c \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}_r \boldsymbol{\tau} \quad (4.10)$$

Nous considérons dans la suite que \mathbf{J}_r est suffisamment bien connu, on pourra alors se contenter d'une commande calculant le torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}$ de la caméra ($n = 6$).

En pratique, on ne dispose que d'une approximation de la matrice d'interaction $\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}$, de $\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t}$ et de $\frac{\partial \mathbf{x}^*}{\partial t}$, la commande effective calculée sera donc :

$$\boldsymbol{\tau} = -(\mathbf{C}\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}})^{-1} \left(\lambda \mathbf{e} + \dot{\mathbf{C}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) + \mathbf{C} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{x}^*}{\partial t} \right) \right) \quad (4.11)$$

En introduisant cette dernière relation dans (4.5), on aboutit à :

$$\dot{\mathbf{e}} = - \underbrace{(\mathbf{C}\mathbf{L}_{\mathbf{x}})(\mathbf{C}\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}})^{-1}}_{\mathbf{Q}} \left(\lambda \mathbf{e} + \dot{\mathbf{C}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) + \mathbf{C} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{x}^*}{\partial t} \right) \right) + \dot{\mathbf{C}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) + \mathbf{C} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{x}^*}{\partial t} \right) \quad (4.12)$$

L'équation (4.15) peut être réécrite :

$$\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \mathbf{Q}\mathbf{e} + \underbrace{(\mathbf{I} - \mathbf{Q})\dot{\mathbf{C}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)}_{\boldsymbol{\varepsilon}} - \mathbf{Q}\mathbf{C} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{x}^*}{\partial t} \right) + \mathbf{C} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{x}^*}{\partial t} \right) \quad (4.13)$$

Au voisinage de l'équilibre, les travaux de la littérature supposent lorsque la cible est immobile, que $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}^*}$ est nul. Dans ce cas, la condition de stabilité asymptotique locale est :

$$(\mathbf{C}\mathbf{L}_{\mathbf{x}})(\mathbf{C}\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}})^{-1} > 0 \quad (4.14)$$

La matrice de combinaison \mathbf{C} peut-être choisie égale à la pseudo inverse d'une approximation de la matrice d'interaction à la position désirée (linéarisation tangente)

$$\mathbf{C} = \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}^*}^+ \quad (4.15)$$

Dans ce cas, la dérivée de \mathbf{C} est nulle ($\dot{\mathbf{C}} = \mathbf{0}$). La loi de commande (4.11) s'écrit alors :

$$\boldsymbol{\tau} = -(\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}^*}^+ \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}})^{-1} \left(\lambda \mathbf{e} + \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}^*}^+ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{x}^*}{\partial t} \right) \right) \quad (4.16)$$

En choisissant $\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}^*}^+$ comme approximation de $\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}$, la boucle fermée (4.13) s'écrit :

$$\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}^*}^+ \mathbf{L}_{\mathbf{x}} \mathbf{e} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.17)$$

et la condition de stabilité asymptotique locale (4.14) s'écrit :

$$\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}^*}^+ \mathbf{L}_{\mathbf{x}} > 0 \quad (4.18)$$

Un autre choix de la matrice de combinaison \mathbf{C} permettant de construire une fonction de tâche \mathbf{e} homogène au torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}$ de la caméra, consiste à utiliser une approximation de la pseudo-inverse de la matrice d'interaction $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}$ à chaque itération, fonction de l'état courant (linéarisation exacte) mesuré ou estimé :

$$\mathbf{C} = \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}^+ \quad (4.19)$$

On aboutit à la loi de commande suivante :

$$\boldsymbol{\tau} = -(\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}^+ \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}})^{-1} \left(\lambda \mathbf{e} + \widehat{\mathbf{H}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) + \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}^+ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{x}^*}{\partial t} \right) \right) \quad (4.20)$$

où $\widehat{\mathbf{H}} = \frac{d\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}^+}{dt}$. En remplaçant (4.19) dans (4.13), la condition de stabilité est donnée par :

$$\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}^+ \mathbf{L}_{\mathbf{x}} > 0 \quad (4.21)$$

Pour simplifier nos lois de commande, nous supposons, par la suite, que l'objet considéré est immobile et que la consigne est constante (c-à-d $\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = 0$ et $\frac{\partial \mathbf{x}^*}{\partial t} = 0$). Nous négligerons également les effets de la matrice $\widehat{\mathbf{H}}$.

Par ailleurs, les lois de commande (4.20) et (4.16) garantissent l'annulation de la fonction de tâche \mathbf{e} sans garantir l'annulation de l'erreur $\mathbf{x} - \mathbf{x}^*$. En effet, l'ensemble des configurations telles que $(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \in \text{Ker } \mathbf{C}$ correspondent à des minima locaux. En effet, la dimension du vecteur de mesures \mathbf{x} peut être supérieure au nombre de degrés de liberté à commander.

En choisissant $\mathbf{C} = \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}^{-1}$ lorsque $\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}$ n'est pas singulière et que la dimension de \mathbf{e} est égale à la dimension du vecteur de mesures \mathbf{x} , la loi de commande (4.11) s'écrit :

$$\boldsymbol{\tau} = -\lambda \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \quad (4.22)$$

Le calcul de la loi de commande (4.22) nécessite une inversion de $\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}$. Il faut donc que la matrice d'interaction soit de rang plein le long de la trajectoire à réaliser. Par exemple, dans le cas d'un asservissement visuel où les primitives visuelles sont définies par les coordonnées de trois points dans l'espace image afin de contrôler les six degrés de liberté de la caméra, la matrice d'interaction associée, de dimension 6×6 , peut avoir une perte de rang [Michel 93, Papanikolopoulos 95]. Il est donc parfois intéressant d'utiliser la matrice d'interaction à l'équilibre $\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}^*$ plutôt que celle calculée à chaque itération afin de remédier à ce problème de singularité [Chaumette 98]. Il est également possible d'utiliser des informations visuelles 3D, ou coupler des informations 2D et 3D. Dans ce cas, les matrices d'interaction associées sont généralement de rang plein. Cependant, ces types de schemas nécessitent une phase de reconstruction des composantes 3D, ce qui peut être pénalisant en particulier au présence de bruit de mesure.

Finalement, Malis dans [Malis 04], a démontré que l'utilisation comme matrice de combinaison de la valeur moyenne des matrices d'interactions calculées à l'équilibre et à chaque itération, améliore le comportement spatial de la caméra [Tahri 03]. La moyenne des sommes permet alors d'annuler les comportements indésirables de la caméra. Les auteurs montrent que dans ce cas, la relation liant les cinématiques des primitives dans l'image et de la caméra est approximée au second ordre. Des

résultats similaires sont obtenus dans [Mezouar 04a] en choisissant la matrice de combinaison égale à un hessien réduit. Par exemple, dans le cas d'un asservissement visuel 2D utilisant des points, le couplage de la rotation autour de l'axe optique de la caméra et de la translation le long du même axe peut être annulé.

4.1.3 Les techniques d'asservissement visuel

Nous allons, dans cette partie, présenter les différents schémas de commande en asservissement visuel en fonction de l'espace dans lequel s'effectue la régulation de la tâche \mathbf{e} .

4.1.3.1 Asservissement visuel 2D

Dans un asservissement visuel 2D, le vecteur de mesure \mathbf{x} est composé uniquement d'informations extraites et exprimées directement dans l'espace image (voir Figure 4.1). Pour une notation standard, le vecteur \mathbf{x} sera noté \mathbf{s} . Il consiste, donc à contrôler les mouvements de la caméra afin que les mesures \mathbf{s} à chaque instant t atteignent une configuration désirée dans l'image exprimée par \mathbf{s}^* . Nous rappelons que le vecteur consigne \mathbf{s}^* peut être constant comme il peut être variable (une trajectoire à suivre par exemple). En asservissement visuel 2D, aucune connaissance a priori du modèle de l'objet n'est nécessaire pour construire les vecteurs d'observation et de consigne, seule la matrice d'interaction est fonction de paramètres 3D relatifs à la position entre la caméra et l'objet. Une approximation *raisonnable* de ces derniers est généralement suffisante pour construire une loi de commande assurant la stabilité du système. En effet, il est montré dans [Malis 03] que lorsque des primitives visuelles de type point sont utilisées, la région de stabilité en présence d'erreurs d'approximation sur les profondeurs des points n'est pas aussi importante que le laisse penser le reste de la littérature. Une extension de cette analyse a été proposée par Mezouar et Malis dans [Mezouar 04b] lorsqu'une caméra centrale (catadioptrique ou conventionnelle) est considérée.

En pratique, ce schéma d'asservissement visuel se montre robuste aux bruits de mesure et aux erreurs d'étalonnage du système robot/caméra. Ceci n'est vrai que dans le cas de petits déplacements à réaliser. Dans le cas d'un déplacement plus important, ce type de commande peut conduire à des minima locaux, des singularités, ou encore des trajectoires de caméra inadéquates. En effet, la commande dans l'espace image garantit un comportement satisfaisant des primitives visuelles sans garantir le comportement spatial de la caméra.

Différents types d'informations visuelles peuvent être utilisés. Le choix de ces primitives est limité par deux conditions. La première porte sur l'existence d'algorithmes de traitement d'image capables de les extraire dans l'image. L'autre condition est qu'il soit possible d'estimer la matrice d'interaction associée à ces primitives.

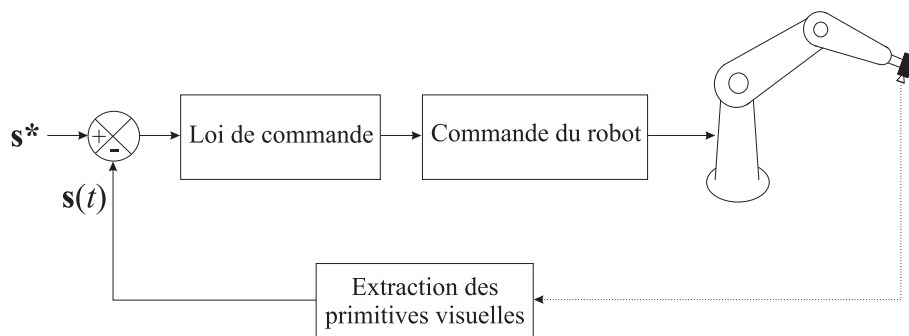


FIG. 4.1: Schéma d'un asservissement visuel 2D.

Chaumette a proposé une méthode générale pour calculer le torseur d'interaction associée à des informations visuelles définissables à partir de primitives géométriques paramétrables (points, droites, ellipses, etc.) [Chaumette 90].

D'autres types de primitives visuelles comme la décomposition en série de Fourier de la signature polaire du contour de l'objet ont été étudiés [Collewet 00]. Enfin, le problème du choix de primitives génériques permettant de décrire des objets de forme complexe en utilisant des moments a récemment été traité dans les travaux de thèse présentés dans [Tahri 04]. Il est possible, dans ce cas de figure, d'exhiber une matrice d'interaction assurant un comportement partiellement découplé des informations visuelles.

Récemment, une nouvelle approche d'asservissement visuel direct et stable, basée seulement sur le calcul d'homographie et qui ne nécessite aucune reconstruction partielle des paramètres 3D, a été proposée dans [Benhimane 06a]. Les auteurs ont démontré l'existence d'un isomorphisme entre l'attitude de la caméra et une fonction de tâche, calculée à partir des informations visuelles issues des images acquises dans les positions courante et désirée de la caméra.

4.1.3.2 Asservissement visuel 3D

Dans ce type de schéma d'asservissement visuel, le vecteur de mesure \mathbf{x} est composé uniquement d'informations 3D obtenues à partir d'une ou plusieurs images de la scène (voir Figure 4.2). Le contrôle de la caméra est donc effectué dans l'espace cartésien. La référence peut être exprimée sous forme de primitives géométriques 3D tels que des points [Martinet 96]. Elle peut également être choisie comme une paramétrisation de l'attitude de la caméra par rapport à l'objet [Martinet 99, Thuilot 02b, Wilson 96, Daucher 97]. Dans ce cas de figure, la modélisation complète de la scène est nécessaire afin de mesurer la pose relative entre la scène et le robot. Il est également nécessaire d'étalonner la caméra. Lorsque les modèles et l'étalonnage sont suffisamment connus, il est nécessaire de mettre en œuvre des techniques d'estimation de pose relative entre le robot et la scène. Depuis les années 80, différentes méthodes de reconstruction ont vu le jour basées

sur l'utilisation de points [Horaud 89, Haralick 89, Dementhon 95], de segments [Lowe 87, Dhome 89], voire des coniques [SafaeRad 92, DeMa 93] ou encore de cylindres [Dhome 90]. Dans le cas de formes géométriques plus complexes, il est possible d'utiliser les moments [Tahri 04].

Une autre possibilité consiste à construire le vecteur d'observation \mathbf{x} comme une représentation de la position et de l'orientation de la caméra entre ses configurations courante et désirée. Dans ce cas, le modèle de l'objet cible n'est plus nécessaire, \mathbf{x} pouvant être obtenu en utilisant les techniques d'estimation partielle du mouvement à partir des matrices fondamentale ou d'homographie. L'intégration de ce type d'informations dans une boucle d'asservissement le rend sensible aux erreurs de mesure.

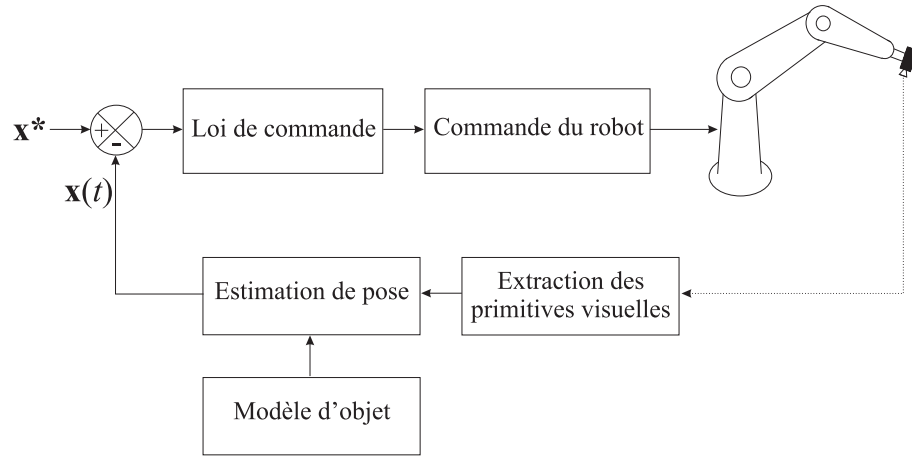


FIG. 4.2: Schéma d'un asservissement visuel 3D.

4.1.3.3 Asservissement visuel hybride

Dans un asservissement visuel hybride, le vecteur de mesure \mathbf{x} est composé à la fois d'informations tridimensionnelles et de primitives extraites directement de l'image. L'asservissement visuel hybride est un compromis entre les asservissements visuels 2D et 3D afin de contrôler à la fois la trajectoire de la caméra dans son espace de travail et la trajectoire de certaines primitives dans l'espace image. Le premier schéma d'asservissement visuel hybride (appelé aussi 2D1/2) a été proposé par Malis dans [Malis 98]. Il utilise une reconstruction partielle de la pose sans connaissance a priori du modèle 3D de l'objet par l'intermédiaire de l'estimation de la matrice d'homographie relative à un plan de référence. La fonction de tâche, dans ce cas, est composée de deux parties. La première contient les coordonnées images d'un point et d'une composante associée à la profondeur relative de ce point entre les positions courante et désirée de la caméra. L'autre composante représente la rotation entre les positions courante et désirée de la caméra. La matrice d'interaction associée à cette fonction de tâche a une forme simple et partiellement découplée, ce

qui permet d'aboutir à des résultats formels sur la stabilité en présence d'erreurs de modélisation. Cependant, une reconstruction partielle du déplacement à chaque iteration de la boucle de commande est nécessaire. Cette phase est assez instable, surtout près de la convergence. En outre, garantir la visibilité de l'ensemble des primitives nécessaires à l'estimation de la matrice d'homographie n'est pas une tâche simple.

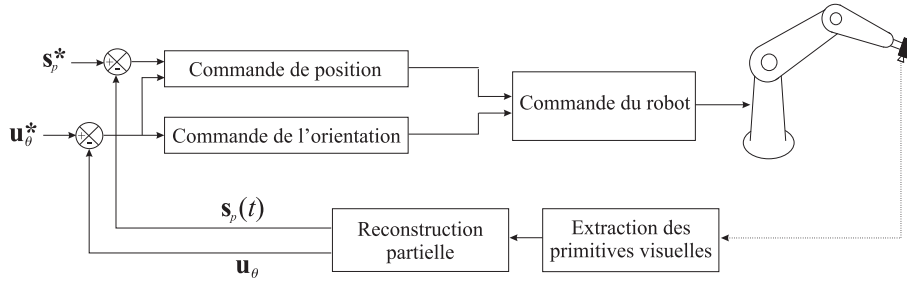


FIG. 4.3: Schéma d'un asservissement visuel 2D1/2.

Une approche similaire à celle proposée dans [Malis 98] a été proposée dans [Morel 00]. Le choix judicieux des primitives géométriques 2D utilisées dans la définition de la fonction de tâche assure dans ce cas la visibilité de l'objet. Cependant, la forme analytique de la matrice d'interaction associée n'a plus les propriétés intéressantes obtenue dans [Malis 98]. Par conséquent, l'analyse de stabilité est beaucoup plus difficile. Notons aussi que la contrainte de visibilité n'est vérifiée que pour certains déplacements de la caméra. Une approche combinant les coordonnées 2D images de points et leurs profondeurs a été proposée par Cervera et al [Cervera 03]. Les trajectoires 3D de la caméra sont satisfaisantes et comparables à celles obtenues avec un asservissement visuel 3D tout en contrôlant les trajectoires dans l'espace image.

4.2 Asservissement visuel catadioptrique

La condition de visibilité est primordiale pour accomplir une tâche robotique par asservissement visuel. En effet, la présence de la cible dans le champ visuel de la caméra doit être garantie durant l'asservissement. Quelques travaux se sont intéressés à ce problème. Mezouar et al proposent dans [Mezouar 02] une stratégie de génération de trajectoire dans l'espace image basée sur des fonctions de potentiel. Il est alors possible de prendre en compte pendant la phase de génération de trajectoires dans l'image la contrainte de visibilité. Une méthode basée sur le principe de *switching control* a été présentée dans [Chesi 03] pour conserver l'ensemble des points de l'objet 3D observé dans le champ de vision de la caméra.

On trouve également des méthodes basées sur l'ajustement du zoom [Benhimane 03] ou sur des considérations géométriques et topologiques [Cowan 02, Thuilot 02b]. Cependant, de telles stratégies sont souvent difficiles à mettre en œuvre.

Les capteurs catadioptriques centraux possédant un champ de vision de 360° , répondent bien à ces problèmes d'observabilité. Nous verrons dans la suite comment introduire les informations fournies par ces capteurs dans une boucle de commande.

4.2.1 Quelques travaux récents en commande de robots par vision omnidirectionnelle

Le premier résultat en commande de robot en utilisant un capteur omnidirectionnel a été publié par Chang et Herbert dans [Chang 00]. Les auteurs proposent une interface homme-machine pour le guidage d'un robot mobile en utilisant une caméra omnidirectionnelle. Cependant, les algorithmes de suivi et de commande sont appliqués sur les images perspectives reconstruites d'une zone d'intérêt sélectionnées dans les images omnidirectionnelles brutes. Dans le cadre de nos travaux, nous exploitons directement les images omnidirectionnelles brutes, sans aucune transformation préliminaire.

Une grande majorité des chercheurs du domaine de la commande par vision omnidirectionnelle s'est concentrée sur la commande et la navigation de robots mobiles. Mariottini et al [Mariottini 05] exploitent la géométrie épipolaire catadioptrique pour asservir un robot mobile holonome. Les auteurs proposent une extension d'une technique de commande utilisant les propriétés de la géométrie épipolaire perspectives [Piazzi 04] pour tout capteur central. Le déplacement du robot mobile d'une position initiale à une position désirée, est décomposé en deux tâches successives. Dans la première tâche, seule l'orientation du robot est contrôlée. La seconde tâche consiste à annuler l'erreur en translation lorsque l'erreur d'orientation devient nulle (cela implique que l'intersection des coniques épipolaires coïncide avec les deux épipoles dans l'image). Notons que cette approche n'est pas valide lorsque le robot considéré est non-holonome. Nous avons présenté dans [HadjAbdelkader 05a, HadjAbdelkader 05b] des solutions pour le suivi de droites 3D lorsque le robot mobile est non-holonome. En outre, nous proposons également des schémas d'asservissement visuel découplant les mouvements de translation des mouvements de rotation en considérant une tâche unique. Ces méthodes peuvent aisément être appliquées aux cas des robots mobiles holonomes.

Gaspar et al. dans [Gaspar 00] étudient la navigation d'un robot mobile dans un environnement intérieur en utilisant une caméra omnidirectionnelle. Les auteurs distinguent deux phases lors de la navigation. La première consiste à gérer les grands déplacements du robot où la trajectoire exacte n'est pas nécessaire (par exemple le robot se déplace dans un couloir). Dans ce cas, les auteurs utilisent

une carte topologique pour la navigation. La seconde phase est locale et fait l'objet d'un suivi exact d'une trajectoire pré-définie (par exemple le robot passe par une porte). Dans ce cas, le suivi de trajectoire par vision est utilisé. Dans [Vidal 03], les auteurs traitent le problème de la formation de robots suivi-suiveur (leader-follower en anglais) d'un groupe de robots sur lesquels sont embarquées des caméras omnidirectionnelles. La formation souhaitée des robots est spécifiée dans l'espace image omnidirectionnelle. Les positions et les vitesses des robots suivis sont estimées dans l'espace image omnidirectionnelle de chaque robot suiveur à partir de l'analyse des flots optiques. La distance et l'orientation souhaitées entre les robots suivis et suiveur sont traduits dans l'espace image par une position désirée du robot suivi dans l'image de la caméra omnidirectionnelle embarquée sur le robot suiveur. L'ensemble des robots mobiles peut également être utilisé pour définir une manipulation coopérative. Spletzer et al. décrivent un exemple d'une coopération multi-robots [Spletzer 01].

À notre connaissance, très peu de travaux traitent d'asservissement visuel omnidirectionnel. Le premier schéma d'asservissement visuel à partir de points en utilisant un capteur catadioptrique a été proposé par Barreto et al. dans [Barreto 02b]. Récemment, Benhimane et al. ont proposé un schéma d'asservissement visuel basé homographie [Benhimane 06b].

Nous présentons dans la section suivante la forme générique de la matrice d'interaction associée aux points obtenue par Barreto dans [Barreto 02b] en apportant quelques corrections. Nous présentons par la suite les matrices d'interaction pour les asservissements visuels 2D1/2 et découplé.

4.2.2 Cas des points

Considérons un point 3D \mathcal{X} de coordonnées $\mathbf{X} = [X \ Y \ Z]^\top$ exprimées dans le repère miroir \mathcal{F}_m . L'image catadioptrique du point \mathcal{X} est donnée par le point de coordonnées $\mathbf{x}_i = [x_i \ y_i]^\top$. Les coordonnées normalisées $\mathbf{x} = [x \ y]^\top$ sont obtenues en utilisant l'équation (2.29) :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^\top = \begin{bmatrix} \frac{X}{Z+\xi\rho} & \frac{Y}{Z+\xi\rho} \end{bmatrix}^\top \quad (4.23)$$

avec $\rho = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ est la norme du point 3D \mathcal{X} .

4.2.2.1 Matrice d'interaction d'un point

La matrice d'interaction $\mathbf{L}_\mathbf{x}$ liant les vitesses du capteur catadioptrique et les variations du vecteur des coordonnées normalisées \mathbf{x} peut être décomposée comme suit :

$$\mathbf{L}_\mathbf{x} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{L}_\mathbf{X} \quad (4.24)$$

où

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \frac{1}{\rho(Z + \xi\rho)^2} \begin{pmatrix} \rho Z + \xi(Y^2 + Z^2) & -\xi XY & -X(\rho + \xi Z) \\ \xi XY & -\rho Z - \xi(X^2 + Z^2) & Y(\rho + \xi Z) \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

et

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{L}_{\mathbf{x}} [\mathbf{v}^\top \ \boldsymbol{\omega}^\top]^\top = \begin{pmatrix} -\mathbf{I}_3 & [\mathbf{X}]_\times \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} \quad (4.26)$$

Après quelques manipulations algébriques, la forme analytique de la matrice d'interaction $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}$ pour un point est :

$$\mathbf{L}_{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\rho} \mathbf{A} & \mathbf{B} \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

où

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2)}{1 + \xi\gamma} + \xi x^2 & \xi xy & \gamma x \\ \xi xy & -\frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2)}{1 + \xi\gamma} + \xi y^2 & \gamma y \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

et

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} xy & -\gamma \frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2)}{1 + \xi\gamma} + y^2 & y \\ \gamma \frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2)}{1 + \xi\gamma} - x^2 & -xy & -x \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

où $\gamma = \sqrt{1 + (1 - \xi^2)(x^2 + y^2)}$.

Nous renvoyons les lecteurs intéressés par le calcul de la matrice d'interaction générique pour tous capteurs à point central unique à l'annexe A. Nous présentons dans cette annexe le calcul montrant l'égalité entre notre matrice d'interaction dans (4.27) et la matrice obtenue par Barreto dans [Barreto 02a] après corrections.

Notons que si $\xi = 0$, la matrice d'interaction est bien la matrice d'interaction pour une caméra perspective. Comme la jacobienne $\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}$ peut être décomposée comme suit :

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{Z(\rho Z + \xi(Y^2 + Z^2))}{\rho(Z + \xi\rho)^2} & -\frac{\xi XYZ}{\rho(Z + \xi\rho)^2} \\ -\frac{\xi XYZ}{\rho(Z + \xi\rho)^2} & \frac{Z(\rho Z + \xi(X^2 + Z^2))}{\rho(Z + \xi\rho)^2} \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_c} \begin{pmatrix} \frac{1}{Z} & 0 & -\frac{X}{Z^2} \\ 0 & \frac{1}{Z} & -\frac{Y}{Z^2} \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

La matrice d'interaction $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}$ peut s'écrire $\mathbf{L}_{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_c \mathbf{L}_p$ où \mathbf{L}_p est la matrice d'interaction perspective pour un point 2D. La loi de commande $\boldsymbol{\tau} = -\lambda \mathbf{L}_{\mathbf{x}}^+ (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)$ peut être appliquée si la matrice d'interaction globale estimée $\widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{x}}$ pour n points est de rang plein. La matrice d'interaction globale s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{L}_{\mathbf{x}1} \\ \mathbf{L}_{\mathbf{x}2} \\ \vdots \\ \mathbf{L}_{\mathbf{x}n} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{J}_{c1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_{c2} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{J}_{cn} \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{C}}} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{J}_{p1} \\ \mathbf{J}_{p2} \\ \vdots \\ \mathbf{J}_{pn} \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{P}}} \quad (4.31)$$

Cette matrice d'interaction globale est singulière si seulement si la matrice d'interaction perspective globale $\tilde{\mathbf{P}}$ est singulière car la matrice $\tilde{\mathbf{C}}$ est une matrice diagonale par bloc de rang plein. En effet, la matrice d'interaction catadioptrique partage le même espace de singularité que celle obtenue avec une caméra perspective [Barreto 02b].

Comme nous le constatons sur la matrice d'interaction \mathbf{L}_x , les vitesses de translation et les vitesses de rotation sont couplées. Dans la suite, nous présentons, dans un premier temps, une extension pour tous capteurs catadioptriques centraux du schéma d'asservissement visuel 2D1/2 proposé dans [Malis 98]. Dans ce schéma de commande, un découplage partiel est observé. Ensuite, nous présentons un nouveau schéma de commande permettant de découpler complètement les vitesses de translation de celles de rotation.

4.2.2.2 Asservissement visuel catadioptrique 2D1/2

Nous considérons dans la suite un ensemble de points 3D appartenant à un plan de référence (π) défini par le vecteur $\boldsymbol{\pi} = [\mathbf{n}^{*\top} \ -d^*]^\top$ exprimé dans le repère miroir désiré \mathcal{F}_m^* où \mathbf{n}^* et d^* sont respectivement le vecteur normal au plan et sa distance au centre du repère \mathcal{F}_m^* . Nous utilisons les méthodes de calcul d'homographie et d'estimation du déplacement du capteur catadioptrique et de la structure de l'objet observé (la matrice de rotation \mathbf{R} et le rapport $\sigma = \frac{\rho}{\rho^*}$), proposées dans le chapitre précédent.

–Contrôle de l'orientation

La matrice de rotation \mathbf{R} estimée entre les repères miroirs courant \mathcal{F}_m et désiré \mathcal{F}_m^* est utilisée pour contrôler le mouvement en rotation du capteur catadioptrique (ou de l'effecteur du robot). La tâche de régulation en rotation est achevée quand la matrice \mathbf{R} est égale à l'identité. On choisit comme représentation de la rotation entre les repères courant et désiré le vecteur $\mathbf{u}_\theta = \theta \mathbf{u}$ où θ et \mathbf{u} sont respectivement l'angle et l'axe de rotation (avec $\|\mathbf{u}\| = 1$ et $-\pi \leq \theta < \pi$). La dérivée temporelle du vecteur \mathbf{u}_θ peut s'écrire en fonction du torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}$:

$$\frac{d\mathbf{u}_\theta}{dt} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{L}_\omega(\mathbf{u}, \theta) \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} \quad (4.32)$$

avec $\mathbf{L}_\omega(\mathbf{u}, \theta)$ est donnée par [Malis 98] :

$$\mathbf{L}_\omega(\mathbf{u}, \theta) = \mathbf{I}_3 - \frac{\theta}{2}[\mathbf{u}]_\times + \left(1 - \frac{\text{sinc}(\theta)}{\text{sinc}^2(\frac{\theta}{2})}\right) [\mathbf{u}]_\times^2 \quad (4.33)$$

où $\text{sinc}(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\theta}$ est le sinus cardinal. La matrice \mathbf{L}_ω est exempte de singularité pour $-\pi \leq \theta < \pi$.

–Contrôle de la position

Les trois degrés de liberté en translation peuvent être contrôlés en utilisant des primitives visuelles extraites de l'image catadioptrique et des informations relatives à la structure de l'objet observé. Soit $\mathbf{s}_p = [x \ y \ \log(\rho)]^\top$ un vecteur de 3 primitives visuelles. Ses deux premières composantes sont les coordonnées d'un point de contrôle dans l'image catadioptrique, et la dernière composante est le logarithme népérien de ρ . Afin de trouver la forme analytique de la matrice d'interaction liant les variations du vecteur \mathbf{s}_p aux vitesses du capteur catadioptrique, nous dérivons le vecteur \mathbf{s}_p par rapport au vecteur \mathbf{X} des coordonnées du point 3D. Nous obtenons :

$$\frac{\partial \mathbf{s}_p}{\partial \mathbf{X}} = \frac{1}{\rho(Z + \xi\rho)^2} \begin{pmatrix} \rho Z + \xi(Y^2 + Z^2) & -\xi XY & -X(\rho + \xi Z) \\ -\xi XY & \rho Z + \xi(X^2 + Z^2) & -Y(\rho + \xi Z) \\ \frac{X(Z + \xi\rho)^2}{\rho} & \frac{Y(Z + \xi\rho)^2}{\rho} & \frac{Z(Z + \xi\rho)^2}{\rho} \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

En combinant (4.26) et (4.34) et en utilisant la notation $\sigma = \frac{\rho}{\rho^*}$ donnée dans (3.44), nous obtenons la relation :

$$\dot{\mathbf{s}}_p = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{\mathbf{s}_p v} & \mathbf{L}_{\mathbf{s}_p \omega} \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} \quad (4.35)$$

où

$$\mathbf{L}_{\mathbf{s}_p v} = \frac{1}{\sigma \rho^*} \begin{pmatrix} -\frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2)}{1 + \xi\gamma} + \xi x^2 & \xi xy & \gamma x \\ \xi xy & -\frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2)}{1 + \xi\gamma} + \xi y^2 & \gamma y \\ -\Phi x & -\Phi y & \Phi \frac{\xi^2(x^2 + y^2) - 1}{1 + \gamma\xi} \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

et

$$\mathbf{L}_{\mathbf{s}_p \omega} = \begin{pmatrix} xy & -\gamma \frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2)}{1 + \xi\gamma} + y^2 & y \\ \gamma \frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2)}{1 + \xi\gamma} - x^2 & -xy & -x \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

avec $\Phi = \frac{1 + \gamma\xi}{\gamma + \xi(x^2 + y^2)}$. Le calcul des éléments de la troisième ligne de chacune des deux matrices $\mathbf{L}_{\mathbf{s}_p v}$ et $\mathbf{L}_{\mathbf{s}_p \omega}$ est disponible dans l'annexe A.

En regroupant les primitives pour commander les mouvements de rotation et de translation dans un vecteur $\mathbf{s} = [\mathbf{s}_p^\top \ \mathbf{u}_\theta^\top]^\top$, nous écrivons la variation de \mathbf{s} par rapport au torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}$:

$$\dot{\mathbf{s}} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{\mathbf{s}_p v} & \mathbf{L}_{\mathbf{s}_p \omega} \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{L}_\omega \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}^\top & \boldsymbol{\omega}^\top \end{bmatrix}^\top = \mathbf{L}_s \boldsymbol{\tau} \quad (4.38)$$

Rappelons que σ est obtenu à partir de la matrice d'homographie en utilisant (3.44). La seule inconnue pour calculer la matrice d'interaction \mathbf{L}_s est la distance ρ^* du point 3D au repère miroir désiré \mathcal{F}_m^* . En pratique, elle est estimée pendant la phase d'apprentissage. Notons que la matrice d'interaction \mathbf{L}_s est triangulaire

par bloc de rang plein sauf si $\rho = 0$, $\rho \rightarrow \infty$ ou $\theta = 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}^*$. La dernière configuration singulière a été traitée précédemment, les deux premières correspondent aux cas où le point 3D appartenant à l'objet observé se trouve au centre du miroir ou à l'infini. Ces deux configurations ne sont jamais atteintes. La matrice d'interaction est donc inversible sur l'ensemble de l'espace de travail. L'étude de la robustesse par rapport aux erreurs d'étalonnage est non triviale. Dans le cas perspectif, la matrice liant les primitives images et le mouvement en translation est une matrice triangulaire, ce qui facilite cette étude.

Comme nous l'avons vu précédemment, une tâche de positionnement contrôlant les six degrés de liberté du capteur catadioptrique peut être décrit par la régulation d'une fonction de tâche [Samson 91]. Dans notre cas, le vecteur erreur est définie par :

$$\mathbf{e}' = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_p - \mathbf{s}_p^* \\ \mathbf{u}_\theta \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

où $\mathbf{s}_p^* = [x^* \ y^* \ \log(\rho^*)]^\top$ est la valeur de \mathbf{s}_p quand le capteur catadioptrique est à sa position désirée. La fonction de tâche s'écrit alors $\mathbf{e} = \mathbf{L}_s^{-1}[x - x^* \ y - y^* \ \log(\sigma) \ \mathbf{u}_\theta^\top]^\top$. Afin d'imposer une décroissance exponentielle de la fonction de tâche \mathbf{e} est :

$$\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \mathbf{e} \quad (4.40)$$

où λ est un scalaire positif permettant de régler la vitesse de convergence de la fonction de tâche \mathbf{e} , la loi de commande est :

$$\boldsymbol{\tau} = -\lambda \mathbf{e} \quad (4.41)$$

En pratique, on utilise la fonction de tâche mesurée $\hat{\mathbf{e}}$ et une approximation de la matrice d'interaction $\hat{\mathbf{L}}_s$. De plus, on a [Malis 98] :

$$\hat{\mathbf{L}}_\omega^{-1} \hat{\mathbf{u}}_\theta = \hat{\mathbf{u}}_\theta \quad (4.42)$$

La loi de commande (4.41) peut alors s'écrire :

$$\boldsymbol{\tau} = -\lambda \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{L}}_{s_p v}^{-1} & -\hat{\mathbf{L}}_{s_p v}^{-1} \hat{\mathbf{L}}_{s_p v \omega} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_p - \hat{\mathbf{s}}_p^* \\ \hat{\mathbf{u}}_\theta \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

La matrice d'interaction étant bloc triangulaire, un découplage partiel est obtenu. Notons de plus que la commande en rotation est directement liée à \mathbf{u}_θ ce qui permet en pratique d'obtenir des trajectoires 3D satisfaisantes. Le seul paramètre introduit par l'utilisateur est ρ^* . En l'absence de tout autre erreur, il est clair que si $\frac{\hat{\rho}^*}{\rho} > 0$, la commande (4.41) est localement asymptotiquement stable.

Dans la section suivante, nous présentons un schéma d'asservissement visuel permettant de découpler complètement les mouvements de translation et les mouvements de rotation.

4.2.2.3 Asservissement visuel catadioptrique découplé

Lorsqu'une caméra omnidirectionnelle est utilisée pour la commande, le contrôle dans l'image de la trajectoire de la cible n'est pas une nécessité. Il est alors possible de choisir des primitives qui assurent de bonnes propriétés de la loi de commande.

Le rapport $\sigma = \frac{\rho}{\rho^*}$ estimé à partir de la matrice d'homographie est invariant aux mouvements de rotation (comme cela peut-être constaté sur la matrice d'interaction (4.37)). Cela implique qu'en utilisant les rapports des normes de trois points de l'objet observé, il est possible d'obtenir une matrice d'interaction permettant de découpler les mouvements de translation et les mouvements de rotation. Définissons le vecteur $\mathbf{s}'_p = [\log(\rho_1) \ \log(\rho_2) \ \log(\rho_3)]^\top$ où ρ_k , $k = 1, 2, 3$ sont les normes de trois points choisis sur le plan de référence (π) pour contrôler les mouvements de translation. La matrice d'interaction associée au vecteur de contrôle $\mathbf{s}' = [\mathbf{s}'_p^\top \ \mathbf{u}_\theta^\top]^\top$ est :

$$\mathbf{L}_{\mathbf{s}'} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{\mathbf{s}'_v} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_\omega \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

où

$$\mathbf{L}_{\mathbf{s}'_v} = \begin{pmatrix} \frac{\Phi_1}{\sigma_1 \rho_1^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Phi_2}{\sigma_2 \rho_2^*} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Phi_3}{\sigma_3 \rho_3^*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -x_1 & -y_1 & \frac{\xi^2(x_1^2+y_1^2)-1}{1+\gamma_1\xi} \\ -x_2 & -y_2 & \frac{\xi^2(x_2^2+y_2^2)-1}{1+\gamma_2\xi} \\ -x_3 & -y_3 & \frac{\xi^2(x_3^2+y_3^2)-1}{1+\gamma_3\xi} \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

Comme nous le constatons sur la matrice d'interaction $\mathbf{L}_{\mathbf{s}'_v}$, chaque vecteur ligne correspond au rayon du point 3D correspondant. Or, les trois vecteurs de la matrice $\mathbf{L}_{\mathbf{s}'_v}$ ne sont pas parallèles car les points 3D de l'objet observé se projettent en 3 points distincts sur l'image catadioptrique. Cela implique que la matrice $\mathbf{L}_{\mathbf{s}'_v}$ est de rang plein et donc inversible. Le schéma de notre asservissement visuel découplé est présenté sur la figure 4.4.

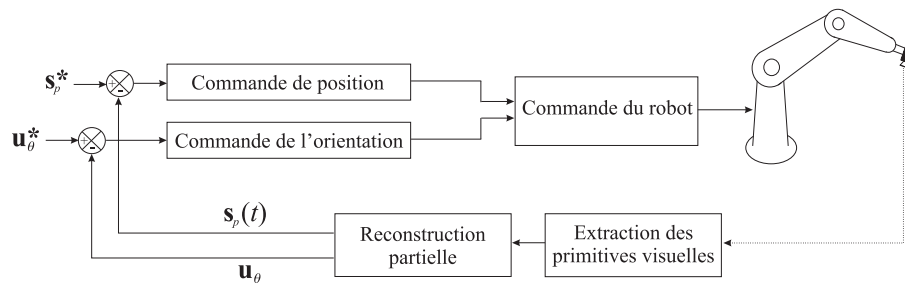


FIG. 4.4: Schéma d'un asservissement visuel découplé.

Enfin, la loi de commande permettant d'obtenir une décroissance exponentielle de l'erreur mesurée

$$\hat{\mathbf{e}}' = [\log(\hat{\sigma}_1) \ \log(\hat{\sigma}_2) \ \log(\hat{\sigma}_3) \ \hat{\mathbf{u}}_\theta^\top]^\top \quad (4.46)$$

en utilisant la matrice d'interaction approximative est :

$$\boldsymbol{\tau} = -\lambda \begin{pmatrix} \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{s}'_{pv}}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \widehat{\mathbf{e}}' \quad (4.47)$$

4.2.2.4 Analyse de la robustesse vis-à-vis des erreurs d'estimation de profondeurs

En absence d'erreurs d'étalonnage et de bruits de mesure, il est facile de trouver les conditions de stabilité asymptotique du système

$$\dot{\widehat{\mathbf{e}}}' = -\lambda \mathbf{L}_{\mathbf{s}'} \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{s}'}^{-1} \widehat{\mathbf{e}}' \quad (4.48)$$

lorsque les estimations $\widehat{\rho}_k^*$ ($k=1,2,3$) sont utilisées. En effet, le système (4.48) est asymptotiquement stable si est seulement si $\mathbf{L}_{\mathbf{s}'} \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{s}'}^{-1} > 0$ où

$$\mathbf{L}_{\mathbf{s}'} \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{s}'}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{\mathbf{s}'_{pv}} \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{s}'_{pv}}^{-1} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{L}_\omega \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

En outre, la matrice $\mathbf{L}_{\mathbf{s}'_{pv}} \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{s}'_{pv}}^{-1}$ est la matrice diagonale :

$$\mathbf{L}_{\mathbf{s}'_{pv}} \widehat{\mathbf{L}}_{\mathbf{s}'_{pv}}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\widehat{\rho}_1^*}{\rho_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\widehat{\rho}_2^*}{\rho_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\widehat{\rho}_3^*}{\rho_3} \end{pmatrix} \quad (4.50)$$

Comme la matrice $\mathbf{L}_\omega = \mathbf{I}$ proche de la configuration désirée, le système (4.49) est définie positive si est seulement si :

$$\frac{\widehat{\rho}_1^*}{\rho_1} > 0 \quad , \quad \frac{\widehat{\rho}_2^*}{\rho_2} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\widehat{\rho}_3^*}{\rho_3} > 0 \quad (4.51)$$

Donc, le système (4.48) est asymptotiquement stable si est seulement si les conditions (4.51) sont vérifiées. Puisque les profondeurs $\rho_k^* > 0$, il suffit alors de choisir $\widehat{\rho}_k^* > 0$.

4.2.3 Cas des droites

Considérons \mathcal{L} une droite de l'espace de coordonnées de Plücker $[\mathbf{u}^\top \ \mathbf{h}^\top \ h]^\top$ exprimées dans le repère miroir du capteur catadioptrique. Soit la conique $\boldsymbol{\Omega}_i$ issue de la projection catadioptrique de la droite \mathcal{L} dans l'image catadioptrique. En utilisant la matrice d'étalonnage \mathbf{K} , la conique $\boldsymbol{\Omega}$ exprimée dans le plan image catadioptrique normalisée et définie par (2.47) peut être obtenue. Rappelons que les cinq coefficients

normalisés de la conique Ω , lorsque la composante h_z du vecteur $\underline{\mathbf{h}}$ est différente de zéro, sont :

$$\begin{cases} B_0 &= \frac{h_x^2 - \xi^2(1-h_y^2)}{h_z^2} \\ B_1 &= \frac{h_y^2 - \xi^2(1-h_x^2)}{h_z^2} \\ B_2 &= (1 - \xi^2) \frac{h_x h_y}{h_z^2} \\ B_3 &= \frac{h_x}{h_z} \\ B_4 &= \frac{h_y}{h_z} \end{cases} \quad (4.52)$$

Dans la suite, nous supposons que la composante h_z du vecteur $\underline{\mathbf{h}}$ est différente de 0, c'est-à-dire que les droites 3D considérées ne se projettent pas en des droites dans l'espace image catadioptrique. Ceci nous permettra de normaliser les coefficients de la conique Ω en utilisant (4.52).

Notons que le vecteur $\underline{\mathbf{h}}$ peut être calculé à partir des coefficients de la quadratique dans (4.52). En effet, en notant que $\|\underline{\mathbf{h}}\| = 1$, nous avons :

$$\begin{cases} h_z = (B_3^2 + B_4^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} = B_h \\ h_x = B_3 B_h \\ h_y = B_4 B_h \end{cases} \quad (4.53)$$

De plus, comme les vecteurs unitaires $\underline{\mathbf{u}}$ et $\underline{\mathbf{h}}$ sont perpendiculaires ($\underline{\mathbf{u}}^\top \underline{\mathbf{h}} = 0$), la dernière composante u_z du vecteur directeur $\underline{\mathbf{u}}$ peut être réécrite de la façon suivante :

$$u_z = -B_3 u_x - B_4 u_y = B_u \quad (4.54)$$

La fonction de tâche \mathbf{e} permettant de commander les six degrés de liberté du capteur catadioptrique peut être définie à partir d'un vecteur \mathbf{s} de primitives visuelles contenant les entités géométriques relatives à l'image de la droite 3D. Le vecteur \mathbf{s} permet donc de calculer la matrice d'interaction associée et de définir la nature du schéma d'asservissement visuel à utiliser. Dans notre cas, le vecteur des primitives visuelles peut contenir les coefficients B_k avec $k = 0..4$ de la quadratique issue de la projection catadioptrique de la droite \mathcal{L} . Il s'agit alors d'un asservissement visuel 2D. Notons qu'il est également possible d'utiliser directement le vecteur $\underline{\mathbf{h}}$ [Andreff 00]. Dans ce cas, il s'agit d'un asservissement visuel 3D projectif.

4.2.3.1 Matrice d'interaction des coordonnées de Plücker

Considérons la droite \mathcal{L} de coordonnées de Plücker $[\underline{\mathbf{u}}^\top \ \underline{\mathbf{h}}^\top \ h]^\top$ exprimées dans le repère miroir. Le vecteur $[\dot{\underline{\mathbf{u}}}^\top \ \dot{\underline{\mathbf{h}}}^\top \ \dot{h}]^\top$ contenant les dérivées de chacune des composantes des coordonnées de \mathcal{L} définit complètement le mouvement de \mathcal{L} relatif au repère mobile du capteur catadioptrique (repère miroir). En utilisant la relation

entre le mouvement d'une caméra perspective et le mouvement apparent de la droite \mathcal{L} dans l'image perspective, on peut écrire [Andreff 02] :

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{\mathbf{u}}} \\ \dot{\underline{\mathbf{h}}} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{\underline{\mathbf{u}}} \\ \mathbf{L}_{\underline{\mathbf{h}}} \\ \mathbf{L}_h \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & [\underline{\mathbf{u}}]_{\times} \\ \frac{1}{h} \underline{\mathbf{u}} \times \underline{\mathbf{h}} \mathbf{h}^{\top} & [\underline{\mathbf{h}}]_{\times} \\ (\underline{\mathbf{u}} \times \underline{\mathbf{h}})^{\top} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} \quad (4.55)$$

4.2.3.2 Matrice d'interaction pour les coniques

Considérons le vecteur \mathbf{s} contenant les informations visuelles B_k avec ($k = 0..4$) d'une conique Ω issue de la projection catadioptrique d'une droite 3D \mathcal{L} :

$$\mathbf{s} = [B_0 \ B_1 \ B_2 \ B_3 \ B_4]^{\top} \quad (4.56)$$

Nous verrons dans la suite que le vecteur des primitives visuelles \mathbf{s} sera réduit au nombre de degrés de liberté d'une droite dans l'espace projectif (deux degrés de liberté). La dérivée temporelle du vecteur \mathbf{s} peut être décomposée sous la forme :

$$\dot{\mathbf{s}} = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \underline{\mathbf{h}}} \dot{\underline{\mathbf{h}}} = \mathbf{L}_{\mathbf{s}\underline{\mathbf{h}}} \mathbf{L}_{\underline{\mathbf{h}}} \boldsymbol{\tau} \quad (4.57)$$

La matrice $\mathbf{L}_{\mathbf{s}\underline{\mathbf{h}}}$ est la jacobienne liant les variations du vecteur \mathbf{s} aux variations du vecteur normal $\underline{\mathbf{h}}$ et $\mathbf{L}_{\underline{\mathbf{h}}}$ est la matrice d'interaction associée au vecteur normal au plan d'interprétation $\underline{\mathbf{h}}$ relatif à la droite \mathcal{L} exprimé dans le repère attaché au miroir. La matrice $\mathbf{L}_{\underline{\mathbf{h}}}$ est donnée par l'expression (4.55).

Notons que le vecteur d'observations \mathbf{s} est indépendant du vecteur directeur $\underline{\mathbf{u}}$ de la droite \mathcal{L} , ce qui implique que la dérivée partielle du vecteur \mathbf{s} par rapport au vecteur directeur $\underline{\mathbf{u}}$ est nulle. En calculant la dérivée de la contrainte $\underline{\mathbf{h}}^{\top} \underline{\mathbf{h}} = 1$, on obtient :

$$\dot{\underline{\mathbf{h}}}^{\top} \underline{\mathbf{h}} + \underline{\mathbf{h}}^{\top} \dot{\underline{\mathbf{h}}} = 2 \underline{\mathbf{h}}^{\top} \dot{\underline{\mathbf{h}}} = 0 \quad (4.58)$$

En développant le produit scalaire dans (4.58), on obtient :

$$h_x \dot{h}_x + h_y \dot{h}_y + h_z \dot{h}_z = 0 \quad (4.59)$$

En calculant la dérivée partielle du vecteur \mathbf{s} par rapport au vecteur $\underline{\mathbf{h}}$ sous la contrainte (4.59), nous aboutissons à :

$$\mathbf{L}_{\mathbf{s}\underline{\mathbf{h}}} = \frac{1}{B_h} \begin{pmatrix} 2(1 - \xi^2)B_3 & 0 & -2(1 - \xi^2)B_3^2 \\ 0 & 2(1 - \xi^2)B_4 & -2(1 - \xi^2)B_4^2 \\ (1 - \xi^2)B_4 & (1 - \xi^2)B_3 & -2(1 - \xi^2)B_3B_4 \\ 1 & 0 & -B_3 \\ 0 & 1 & -B_4 \end{pmatrix} \quad (4.60)$$

Rappelons que $B_h = \sqrt{1 + B_3^2 + B_4^2}$ (se référer à (4.53)).

Il est clair que la matrice $\mathbf{L}_{\mathbf{s}\mathbf{h}}$ est de rang 2. En effet, les trois premières lignes de $\mathbf{L}_{\mathbf{s}\mathbf{h}}$ peuvent être réécrites comme une combinaison linéaire de ses deux dernières lignes. Ce résultat est attendu car le nombre de degrés de liberté d'une droite projetée est de 2. Le vecteur \mathbf{s} peut donc être réduit à un vecteur de dimension 2 qui représente d'une façon minimale et complète la droite 3D projetée :

$$\mathbf{s} = [B_3 \ B_4]^\top \quad (4.61)$$

La matrice d'interaction réduite $\mathbf{L}_{\mathbf{s}\mathbf{h}}$ est donc :

$$\mathbf{L}_{\mathbf{s}\mathbf{h}} = \frac{1}{B_h} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -B_3 \\ 0 & 1 & -B_4 \end{pmatrix} \quad (4.62)$$

Par ailleurs, à partir de (4.53) et (4.54), la matrice $\mathbf{L}_{\mathbf{h}}$ peut être réécrite :

$$\mathbf{L}_{\mathbf{h}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{h} \mathbf{U}_\times \mathbf{N} & \mathbf{N}_\times \end{pmatrix} \quad (4.63)$$

avec

$$\mathbf{U}_\times = [\underline{\mathbf{u}}]_\times = \begin{pmatrix} 0 & B_3 u_x + B_4 u_y & u_y \\ -B_3 u_x - B_4 u_y & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{pmatrix} \quad (4.64)$$

$$\mathbf{N} = \underline{\mathbf{h}}\underline{\mathbf{h}}^\top = B_h^2 \begin{pmatrix} B_3^2 & B_3 B_4 & B_3 \\ B_3 B_4 & B_4^2 & B_4 \\ B_3 & B_4 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.65)$$

et

$$\mathbf{N}_\times = [\underline{\mathbf{h}}]_\times = B_h \begin{pmatrix} 0 & -1 & B_4 \\ 1 & 0 & -B_3 \\ -B_4 & B_3 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.66)$$

La matrice d'interaction $\mathbf{L}_{\mathbf{s}}$ liant les variations du vecteur réduit \mathbf{s} et le torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}$ du capteur catadioptrique peut finalement être calculée en combinant les équations (4.64), (4.65), (4.66), (4.62) et les relations (4.63) et (4.57) :

$$\mathbf{L}_{\mathbf{s}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{h B_h} \mathbf{A} & \mathbf{B} \end{pmatrix} \quad (4.67)$$

où

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} u_y B_3 & u_y B_4 & u_y \\ -u_x B_3 & -u_x B_4 & -u_x \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B_3 B_4 & -1 - B_3^2 & B_4 \\ 1 + B_4^2 & -B_3 B_4 & -B_3 \end{pmatrix} \quad (4.68)$$

Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, le rang de la matrice d'interaction $\mathbf{L}_{\mathbf{s}}$ est de 2. Au moins trois droites sont donc nécessaires pour contrôler les six degrés de liberté du capteur catadioptrique. Comme pour tous schémas d'asservissement visuel 2D, des paramètres 3D sont nécessaires. Dans tous les cas quand on a des droites, seuls les paramètres 3D u_x/h et u_y/h sont à introduire dans la matrice $\mathbf{L}_{\mathbf{s}}$. En outre, ces paramètres agissent uniquement sur le contrôle des mouvements de translation.

4.2.3.3 Matrice d'interaction pour les droites polaires

Considérons une conique Ω_i issue de la projection catadioptrique de la droite 3D \mathcal{L} définie précédemment. Comme nous l'avons présenté dans le chapitre 1, la droite $\mathbf{l}_i \propto \Omega_i \mathbf{O}_i$ est appelée droite polaire associée au point principal $\mathbf{O}_i = [u_0 \ v_0 \ 1]^\top$ par rapport à cette conique. En effet, la conique Ω_i représentant la droite 3D \mathcal{L} dans l'image catadioptrique est transformée en une droite 2D \mathbf{l}_i dans l'image d'une caméra perspective virtuelle attachée au repère \mathcal{F}_v identique au repère miroir \mathcal{F}_m . Aussi, les paramètres intrinsèques de cette caméra virtuelle sont donnés par \mathbf{K} . Il est alors possible d'utiliser **tout schéma d'asservissement visuel classique** pour des primitives de type droite. A titre d'exemple, nous renvoyons le lecteur à l'annexe D pour le calcul de la matrice d'interaction pour la représentation (ρ, θ) . Cette étude est menée dans le cas d'une caméra perspective dans [Chaumette 00].

4.2.3.4 Matrice d'interaction découplée basée homographie

Afin de concevoir un schéma d'asservissement visuel hybride, il est possible d'utiliser les informations issues des droites polaires et de la décomposition d'une homographie relative à un plan de référence (π) défini par le vecteur $\boldsymbol{\pi} = [\underline{\mathbf{n}}^{*\top} \ -d^*]^\top$ exprimé dans le repère miroir désiré \mathcal{F}_m^* . Nous allons montrer qu'à partir de ces informations, une matrice d'interaction relative à un vecteur d'observation que nous définissons par la suite, découplant les mouvements de translation et de rotation peut être obtenue.

Considérons le vecteur d'observations $\mathbf{s} = [\mathbf{s}_p^\top \ \mathbf{u}_\theta^\top]^\top$ où $\mathbf{s}_p = [\log(h_1) \ \log(h_2) \ \log(h_3)]^\top$ où h_k , $k = 1, 2, 3$ sont les profondeurs de trois droites co-planaires \mathcal{L}_k , $k = 1, 2, 3$ appartenant au plan de référence (π) , et \mathbf{u}_θ est le vecteur représentant la rotation entre les repères courant et désiré. L'erreur à réguler est :

$$\mathbf{e}' = [\mathbf{s}_p - \mathbf{s}_p^* \ \mathbf{u}_\theta^\top]^\top = [\log(h_1/h_1^*) \ \log(h_2/h_2^*) \ \log(h_3/h_3^*) \ \mathbf{u}_\theta^\top]^\top \quad (4.69)$$

La fonction de tâche $\mathbf{e} = \mathbf{C}\mathbf{e}'$ peut être calculée directement à partir de la matrice d'homographie estimée. La partie rotation peut être calculée en utilisant la décomposition de la matrice d'homographie décrite dans le chapitre 2 et les éléments $\log(h_k/h_k^*)$ avec $k = 1, 2, 3$ peuvent être calculés en utilisant (3.56). La matrice d'interaction \mathbf{L}_ω liant les variations de la partie rotation \mathbf{u}_θ est donnée par (4.33).

Calculons maintenant la matrice d'interaction liant les variations du vecteur \mathbf{s}_p par rapport au mouvement du capteur catadioptrique. A partir de la dérivée temporelle de la profondeur donnée dans (4.55), on a $\dot{h}_k = [(\underline{\mathbf{u}}_k \times \underline{\mathbf{h}}_k)^\top \ \mathbf{0}_{1 \times 3}]^\top \boldsymbol{\tau}$ où

$\underline{\mathbf{u}}_k$ et $\underline{\mathbf{h}}_k$ sont respectivement les vecteurs directeur et normal au plan d'interprétation associés à la droite \mathcal{L}_k . Nous obtenons :

$$\frac{d(\log(h_k))}{dt} = \left(\frac{1}{h_k} (\underline{\mathbf{u}}_k \times \underline{\mathbf{h}}_k)^\top \quad \mathbf{0}_{1 \times 3} \right) \boldsymbol{\tau} \quad (4.70)$$

La relation (4.70) montre que \mathbf{s}_p est invariant vis-à-vis des mouvements de rotation. Cette propriété implique que \mathbf{s} défini ci-dessus permet de découpler la commande des mouvements de translation de la commande des mouvements de rotation.

En calculant $r_{hk} = h_k/h_k^*$ à partir de (3.56), il est possible de remonter à $h_k = r_{hk}h_k^*$ et donc seule l'estimation de h_k^* à la position désirée durant la phase d'apprentissage, est nécessaire. La matrice d'interaction \mathbf{L}_{sp} liant les variations du vecteur des primitives \mathbf{s}_p et le torseur cinématique du capteur catadioptrique est obtenue à partir de (4.70) :

$$\mathbf{L}_{sp} = \left(\mathbf{L}_v \quad \mathbf{0}_3 \right) \quad (4.71)$$

où

$$\mathbf{L}_v = \begin{pmatrix} \frac{1}{r_{h1}h_1^*} (\underline{\mathbf{u}}_1 \times \underline{\mathbf{h}}_1)^\top \\ \frac{1}{r_{h2}h_2^*} (\underline{\mathbf{u}}_2 \times \underline{\mathbf{h}}_2)^\top \\ \frac{1}{r_{h3}h_3^*} (\underline{\mathbf{u}}_3 \times \underline{\mathbf{h}}_3)^\top \end{pmatrix} \quad (4.72)$$

Le vecteur unitaire $\underline{\mathbf{h}}_k$ peut également être calculé en utilisant l'équation (2.59) :

$$\underline{\mathbf{h}}_k = \frac{\mathbf{K}^\top \mathbf{l}_{ik}}{\|\mathbf{K}^\top \mathbf{l}_{ik}\|} \quad (4.73)$$

En utilisant la relation (4.73), la matrice d'interaction \mathbf{L}_v peut être écrite de la manière suivante :

$$\mathbf{L}_v = \begin{pmatrix} \|\mathbf{K}^\top \mathbf{l}_{i1}\| r_{h1} h_1^* & 0 & 0 \\ 0 & \|\mathbf{K}^\top \mathbf{l}_{i2}\| r_{h2} h_2^* & 0 \\ 0 & 0 & \|\mathbf{K}^\top \mathbf{l}_{i3}\| r_{h3} h_3^* \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} (\underline{\mathbf{u}}_1 \times \mathbf{K}^\top \mathbf{l}_{i1})^\top \\ (\underline{\mathbf{u}}_2 \times \mathbf{K}^\top \mathbf{l}_{i2})^\top \\ (\underline{\mathbf{u}}_3 \times \mathbf{K}^\top \mathbf{l}_{i3})^\top \end{pmatrix} \quad (4.74)$$

Il est clair que la matrice d'interaction \mathbf{L}_v , contrôlant les mouvements de translation n'est singulière que si le centre du miroir du capteur catadioptrique se trouve sur le plan de référence (π). Cette configuration singulière n'est jamais observée en pratique. La matrice d'interaction \mathbf{L}_v est donc inversible durant toute la tâche d'asservissement.

Comme on peut le constater dans (4.74), le calcul de la matrice d'interaction \mathbf{L}_v nécessite l'estimation des profondeurs h_k^* et des vecteurs directeurs $\underline{\mathbf{u}}_k$ de chaque droite \mathcal{L}_k utilisée dans la construction de la fonction de tâche \mathbf{e} . Sachant que la droite 3D peut être définie par l'intersection des deux plans d'interprétation dans les positions courante et désirée, représentés par les deux vecteurs $\underline{\mathbf{h}}_k$ et $\underline{\mathbf{h}}_k^*$ exprimés dans

le repère courant, il est possible, en utilisant (4.73), d'estimer le vecteur directeur $\underline{\mathbf{u}}_k$ comme suit :

$$\underline{\mathbf{u}}_k = \frac{\mathbf{K}^\top \mathbf{l}_{ik} \times \mathbf{R} \mathbf{K}^\top \mathbf{l}_{ik}^*}{\|\mathbf{K}^\top \mathbf{l}_{ik} \times \mathbf{R} \mathbf{K}^\top \mathbf{l}_{ik}^*\|} \quad (4.75)$$

Enfin, la matrice d'interaction globale \mathbf{L} liant les variations du vecteur \mathbf{s} au torseur cinématique $\boldsymbol{\tau}$ est :

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_v & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{L}_\omega \end{pmatrix} \quad (4.76)$$

4.2.3.5 Analyse de la robustesse vis-à-vis des erreurs d'estimation de profondeurs

Lorsque les paramètres d'étalonnage sont supposés exacts et les estimations \hat{h}_k^* sont utilisées pour le calcul de la matrice \mathbf{L}_v , la matrice d'interaction approximative $\hat{\mathbf{L}}$ utilisée est :

$$\hat{\mathbf{L}} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{L}}_v & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (4.77)$$

Lorsque les erreurs sur l'estimation de la profondeur des droites 3D sont considérées, l'équation différentielle caractérisant le système en boucle fermée est :

$$\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \hat{\mathbf{L}} \hat{\mathbf{L}}^{-1} \mathbf{e} = -\lambda \mathbf{Q}(\mathbf{e}) \mathbf{e} \quad (4.78)$$

La matrice $\mathbf{Q}(\mathbf{e})$ caractérisant la boucle fermée du système est donnée par :

$$\mathbf{Q}(\mathbf{e}) = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_v \hat{\mathbf{L}}_v^{-1} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{L}_\omega \end{pmatrix} \quad (4.79)$$

La condition nécessaire et suffisante pour assurer la stabilité asymptotique est que la matrice $\mathbf{Q}(\mathbf{e})$ soit définie positive.

Notons que $\mathbf{L}_v \hat{\mathbf{L}}_v^{-1}$ est la matrice diagonale suivante :

$$\mathbf{L}_v \hat{\mathbf{L}}_v^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\hat{h}_1^*}{h_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\hat{h}_2^*}{h_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\hat{h}_3^*}{h_3} \end{pmatrix} \quad (4.80)$$

Ses valeurs propres sont donc les éléments de sa diagonale. En outre, $\mathbf{L}_\omega = \mathbf{I}$ près de la configuration désirée. Donc le système différentiel (4.78) caractérisé par la matrice (4.79) est asymptotiquement stable si et seulement si :

$$\frac{\hat{h}_1^*}{h_1} > 0 \quad , \quad \frac{\hat{h}_2^*}{h_2} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\hat{h}_3^*}{h_3} > 0 \quad (4.81)$$

4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, le couplage entre vision omnidirectionnelle et commande a été discuté. Dans une première partie, la cible observée a été considérée comme composée d'un ensemble de points. La matrice d'interaction relative aux coordonnées de la projection de points obtenue dans [Barreto 02b] a été revisitée et une expression valide pour tout capteur central est donnée en Annexe A. Deux nouveaux schémas d'asservissement visuel hybride ont ensuite été présentés. Le premier, extension de l'asservissement visuel 2D 1/2 au cas englobant des caméras catadioptriques centrales, permet un découplage partiel entre les commandes des mouvements de translation et de rotation et assure un mouvement rectiligne dans l'image d'un point de la cible. Le second schéma d'asservissement visuel hybride, plus innovant, permet de découpler totalement ces mouvements. En effet, lorsqu'une caméra omnidirectionnelle est utilisée, il n'est pas forcément pertinent d'imposer une trajectoire globalement rectiligne dans l'image, d'autant plus que la contrainte de visibilité est naturellement vérifiée, sauf cas pathologiques. Il est alors envisageable de choisir des primitives assurant un découplage total des mouvements de rotation et translation sans mettre en péril le bon déroulement de la tâche, ce qui assure des mouvements plus directs dans l'espace.

Dans une deuxième partie, la cible a été considérée comme composée d'un ensemble de droites et, par conséquent, sa projection dans l'image est composée d'un ensemble de coniques. Dans un premier temps, l'expression analytique de la matrice d'interaction relative aux cinq coefficients de la forme quadratique associée à chaque conique a été présentée et ensuite réduite à une interaction minimale (deux lignes pour les deux degrés de liberté d'une droite projective). Cependant, cette interaction minimale n'est pas définie dans le cas dégénéré où la conique image passe par le point principal (et devient alors une droite). Pour intégrer ce cas dégénéré dans une commande globale, nous avons exploité dans un deuxième temps les droites polaires associées aux coniques par rapport au point principal afin de manipuler des droites projectives plutôt que des coniques. Tous les schémas classiques d'asservissement visuel à partir de droites peuvent alors être utilisés dans l'image perspective équivalente. Une illustration est fournie en Annexe D dans le cas où les droites polaires sont représentées par les paramètres (ρ, θ) . Cependant, ces schémas classiques contiennent tous un certain degré de couplage entre les commandes en rotation et en translation. Finalement, un nouveau schéma d'asservissement visuel hybride permettant de découpler totalement les mouvements de translation et de rotation est donc proposé. Celui-ci repose sur les estimations du déplacement partiel de la caméra et de la profondeur relative des droites 3D à partir des droites polaires.

Chapitre 5

Résultats

Dans ce dernier chapitre, les résultats obtenus en simulation et sur site expérimental sont présentés. Ces résultats concernent la totalité des techniques d'asservissement visuel catadioptrique à partir de points et de droites, proposées dans le chapitre précédent. Dans les deux premières sections, la tâche réalisée est un positionnement de caméra catadioptrique par la commande de ses 6 degrés de liberté. La première partie est consacrée aux différents résultats de simulation. Nous présentons dans un premier temps les résultats relatifs aux primitives de type point, puis les résultats consacrés à l'utilisation des droites. La seconde partie présentera les différents résultats obtenus sur le site expérimental.

5.1 Résultats de simulation

Dans cette première partie, nous analyserons les différentes techniques d'asservissement visuel présentées dans le chapitre précédent. Nous nous attacherons à montrer les avantages et les limites de chacune d'elles. Pour cela, les différents schémas d'asservissement visuel sont simulés dans les cas idéals (sans bruit de mesure et avec un étalonnage exact). Ensuite, nous montrons leurs limites lorsque des bruits de mesure et des erreurs d'étalonnage (intrinsèque et extrinsèque) sont introduits.

Les paramètres de la caméra catadioptrique utilisés durant ces simulations correspondent aux paramètres réels d'une caméra para-catadioptrique (avec un miroir parabolique) obtenus après étalonnage. La caméra fournit des images de taille 640×480 pixels, les focales sont $f_u = f_v = 161$, les coordonnées du point principal sont $[300, 269]$ pixels et $\xi = 1$ (miroir parabolique).

Les simulations proposées dans cette section sont réalisées sous le logiciel Matlab et sont relatives à la configuration *eye-in-hand* (caméra embarquée). Nous traitons dans un premier temps le cas des primitives géométriques de type point, puis nous présentons les différents résultats et remarques pour le cas des droites.

5.1.1 Asservissement visuel catadioptrique à partir de points

Nous avons considéré, dans ces simulations, une cible plane composée d'un ensemble de 4 points. Leurs coordonnées cartésiennes exprimées en centimètre dans le repère miroir désiré sont :

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_1^* &= [-100 \ 50 \ 30]^\top \\ \mathbf{X}_2^* &= [-130 \ 50 \ 30]^\top \\ \mathbf{X}_3^* &= [-100 \ 50 \ -10]^\top \\ \mathbf{X}_4^* &= [-130 \ 50 \ -10]^\top\end{aligned}$$

Les trois schémas de commande proposés dans le chapitre 4 seront notés par la suite :

- asservissement visuel 2D : AV2D,
- asservissement visuel 2D1/2 : AV2D1/2,
- asservissement visuel découplé : AVDécoup.

Trois déplacements sont effectués durant ces simulations :

- le premier est un déplacement générique composé d'une translation $\mathbf{t} = [100 \ 110 \ 40]^\top$ cm et d'une rotation $\mathbf{u}_\theta = [-23 \ 23 \ 180]^\top$ degrés.
- le deuxième déplacement est une rotation pure $\mathbf{u}_\theta = [0 \ 0 \ 180]^\top$ degrés (une rotation de π autour de l'axe optique de la caméra).
- le dernier déplacement est une translation pure de la caméra catadioptrique $\mathbf{t} = [100 \ 110 \ 40]^\top$ cm.

Comme nous le constatons, les déplacements effectués sont importants. Lorsqu'une caméra conventionnelle est utilisée, ces déplacements sont difficilement réalisables en raison du champ de vision limité. En revanche, nous allons voir que lorsqu'une caméra omnidirectionnelle est utilisée, des déplacements importants de la caméra sont permis.

Nous validons dans un premier temps les différents schémas de commande pour un déplacement générique, puis nous verrons les avantages et les limites de chaque approche. Nous nous intéresserons plus spécialement au couplage des différentes composantes du torseur cinématique.

Dans ces simulations, trois matrices de combinaison sont considérées :

- la matrice d'interaction calculée à chaque itération notée \mathbf{L} ,
- la matrice d'interaction calculée à l'équilibre notée \mathbf{L}^* ,
- et la moyenne des deux matrices d'interaction (à chaque itération et à l'équilibre) notée $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$.

Le gain proportionnel utilisé dans les différentes simulations est fixé à 0.1.

5.1.1.1 AV2D : Déplacement générique

Dans le cas où la matrice d'interaction est calculée à chaque itération, les résultats sont donnés par la figure 5.1. Comme attendu, les trajectoires des points dans l'espace image sont rectilignes dans le cas parfait (sans bruits de mesure et sans erreur

d'étalonnage). Comme il est montré dans la figure 5.1, le vecteur d'erreur (dans l'image) décroît exponentiellement.

Lorsque la matrice calculée à l'équilibre est utilisée, les résultats obtenus sont illustrés par la figure 5.2. Nous constatons que les trajectoires dans l'image ne sont plus rectilignes. Evidemment, cela correspond également à un changement de profil de la trajectoire de la caméra.

Les résultats relatifs à la matrice d'interaction $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ sont donnés dans la figure 5.3. Dans le cas d'un déplacement générique, l'amélioration des résultats n'est pas évidente.

Les courbes associées aux différentes composantes des vitesses de translation et de rotation montrent clairement le couplage entre elles. Cela est encore plus clair lorsque des déplacements en rotation pure et en translation pure sont à réaliser.

Nous verrons dans la suite, que la somme des deux matrices d'interaction peut être utile pour contourner les limites des nouvelles lois de commande proposées.

5.1.1.2 AV2D : Rotation pure

Dans cette simulation, le déplacement est une rotation pure. Afin de mieux montrer le problème du couplage de la rotation autour de l'axe optique et de la translation le long du même axe, nous avons choisi une rotation importante de 180 degrés autour de l'axe optique. Comme la commande est réalisée dans l'espace image, cela implique que l'ensemble des points images s'intersectent le long de leurs trajectoires, au centre de l'image. Pour satisfaire cette configuration, la caméra s'éloigne de la cible (à l'infini). L'asservissement visuel 2D en utilisant une caméra omnidirectionnelle n'est donc pas exonéré du problème. Les résultats dans la figure 5.4 montrent clairement la divergence de la caméra et la concentration de l'ensemble des points au centre de l'image. De toute manière, et comme le montre les trajectoires des points dans l'image (voir figure 5.4), les points images pénètrent la zone invisible. Ces constatations sont valides également dans le cas où la matrice d'interaction est prise à l'équilibre.

Nous avons effectué une simulation pour le même déplacement mais en utilisant cette fois-ci $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ comme matrice de combinaison. Les résultats de la figure 5.5 montrent que le positionnement est bien réalisé. Cependant, la trajectoire 3D de la caméra est étonnante et le problème de passage par la zone invisible dans l'image n'est pas résolu. Cependant, en diminuant légèrement la rotation à effectuer, les résultats deviennent satisfaisants. En effet, une rotation de 180 degrés est un cas particulier et extrême.

5.1.1.3 AV2D : Translation pure

Lorsqu'un déplacement en translation pure est considéré, l'idéal est de commander uniquement les vitesses de translation de la caméra. Cependant, dans le cas d'un asservissement AV2D, le couplage est inévitable. Les figures 5.6, 5.7 et 5.8 illustrent les résultats obtenus respectivement pour \mathbf{L} , \mathbf{L}^* et $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$. Nous constatons que

lorsque la cible est proche du bord de l'image omnidirectionnelle, il est possible que celle-ci sorte du champ de vision durant l'asservissement. En effet, la visibilité est garantie autour de l'axe optique. Des rotations importantes autour des axes X et Y dues aux couplages peuvent amener la cible en dehors du champ de vue. Cependant, cela peut être évité en utilisant soit la matrice d'interaction \mathbf{L} soit la moyenne $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$.

5.1.1.4 *Résumé*

Nous avons validé dans cette première partie les corrections que nous avons apportées à la forme analytique de la matrice d'interaction dans le cas des points. Nous avons également montré les limites de cette approche lorsque des déplacements importants en rotation sont à effectuer. Nous avons vu que l'utilisation de la matrice à l'équilibre peut être pénalisante pour la commande et que la moyenne $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ peut annuler certains couplages. Cependant, il est souhaitable de complètement découpler les composantes des vitesses de translation et de rotation de la caméra.

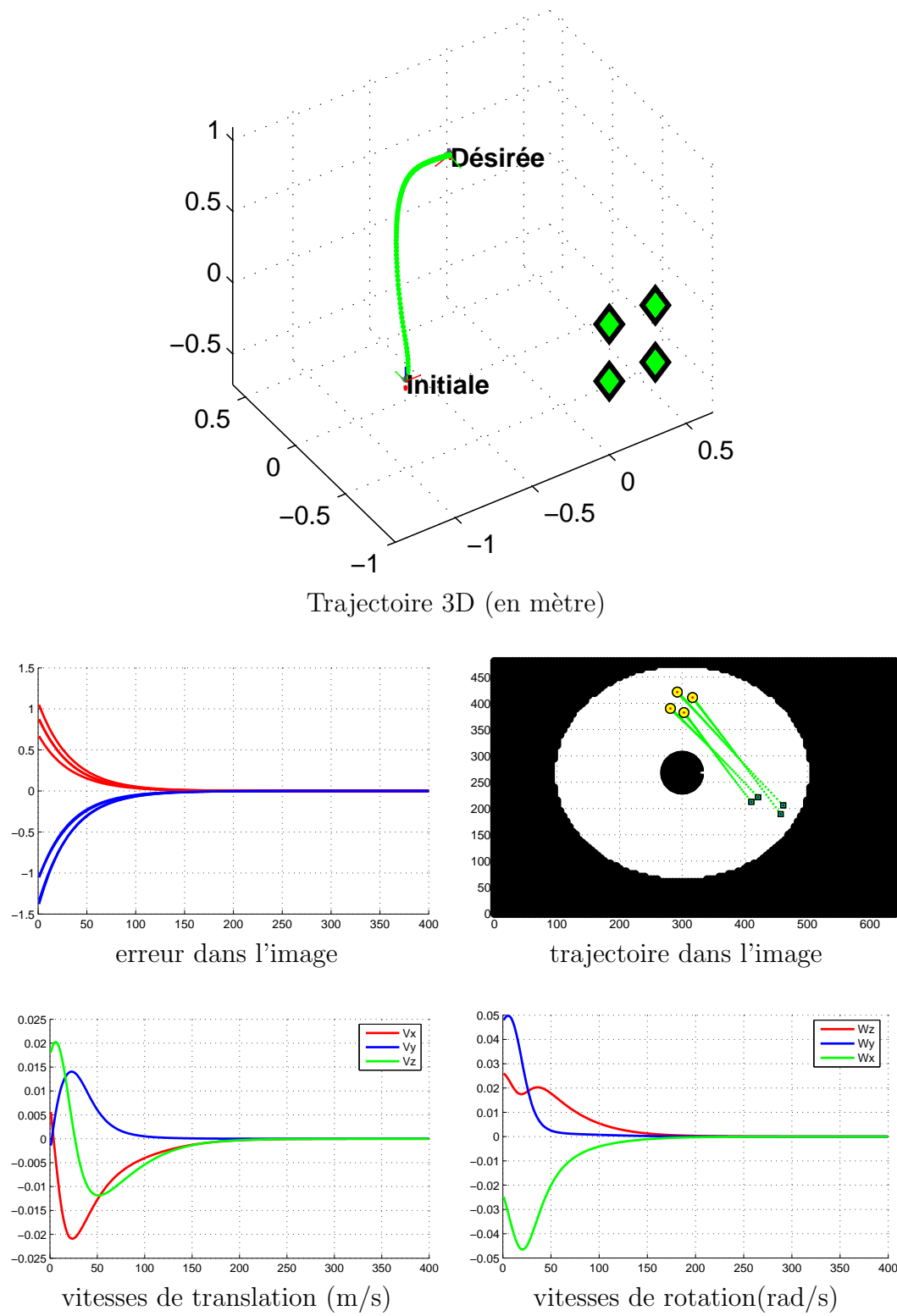


FIG. 5.1: AV2D cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : générique.

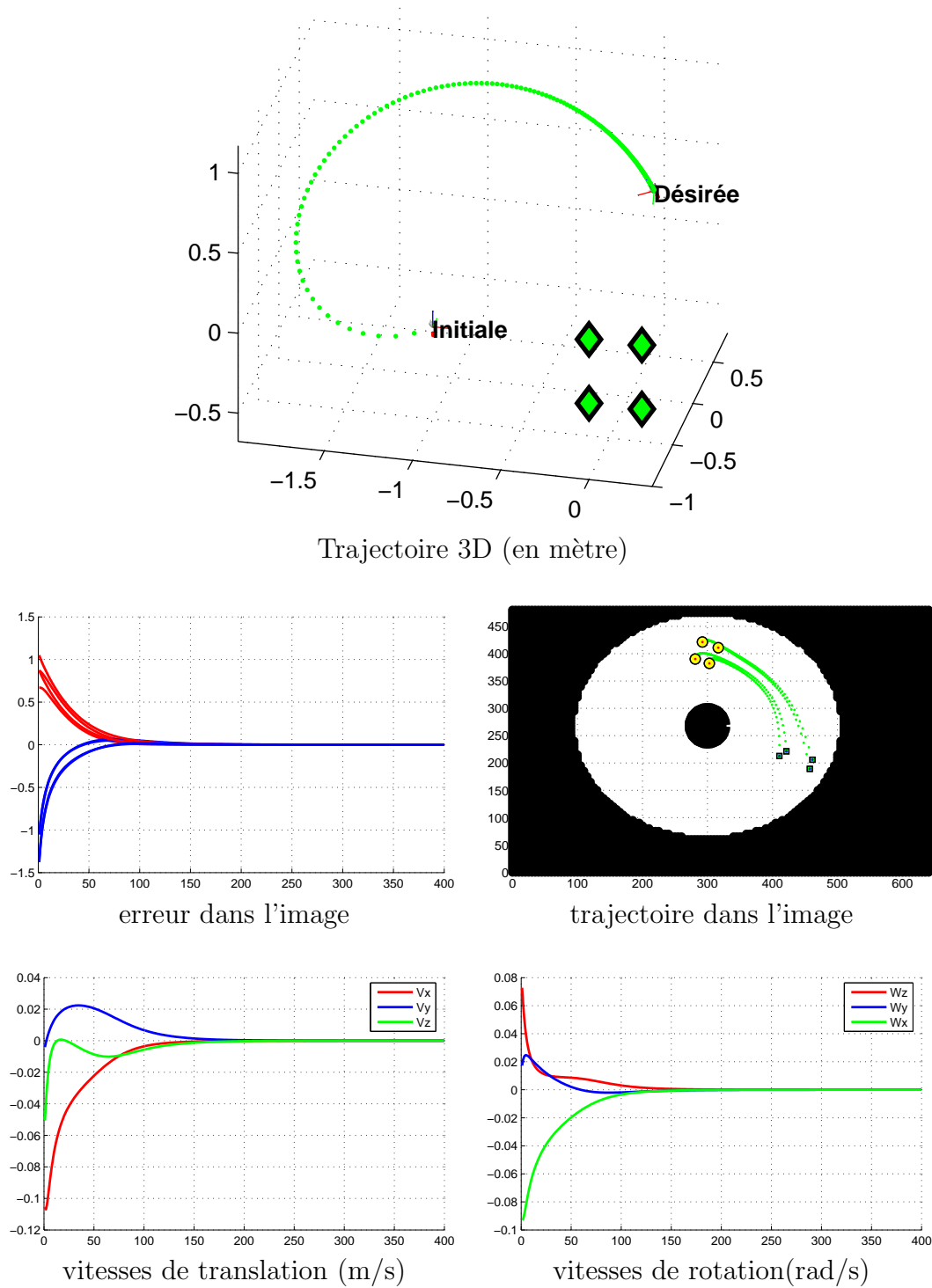


FIG. 5.2: AV2D cas des points, matrice d'interaction : à l'équilibre, déplacement : générique.

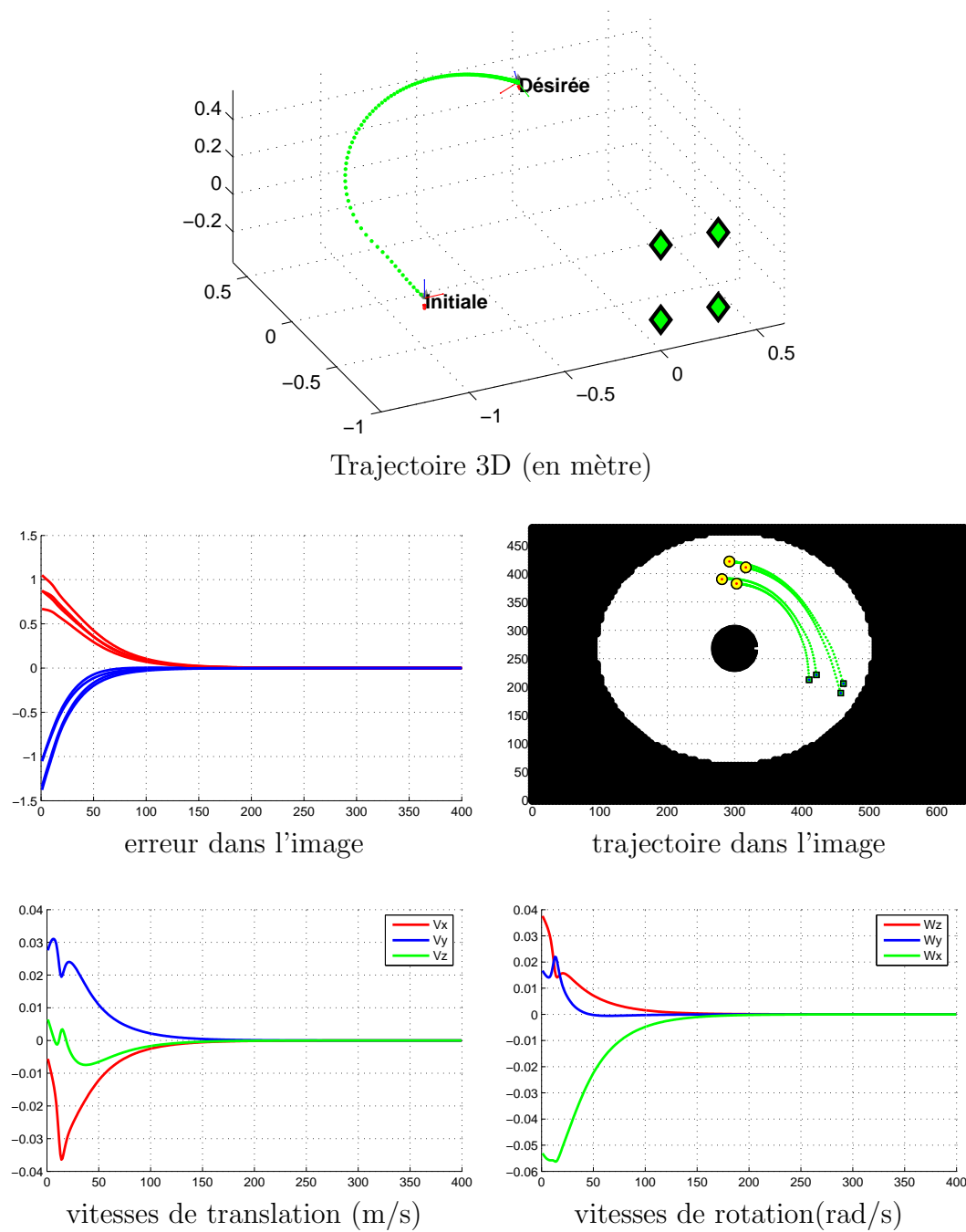


FIG. 5.3: AV2D cas des points, matrice de combinaison : demi-somme, déplacement : générique.

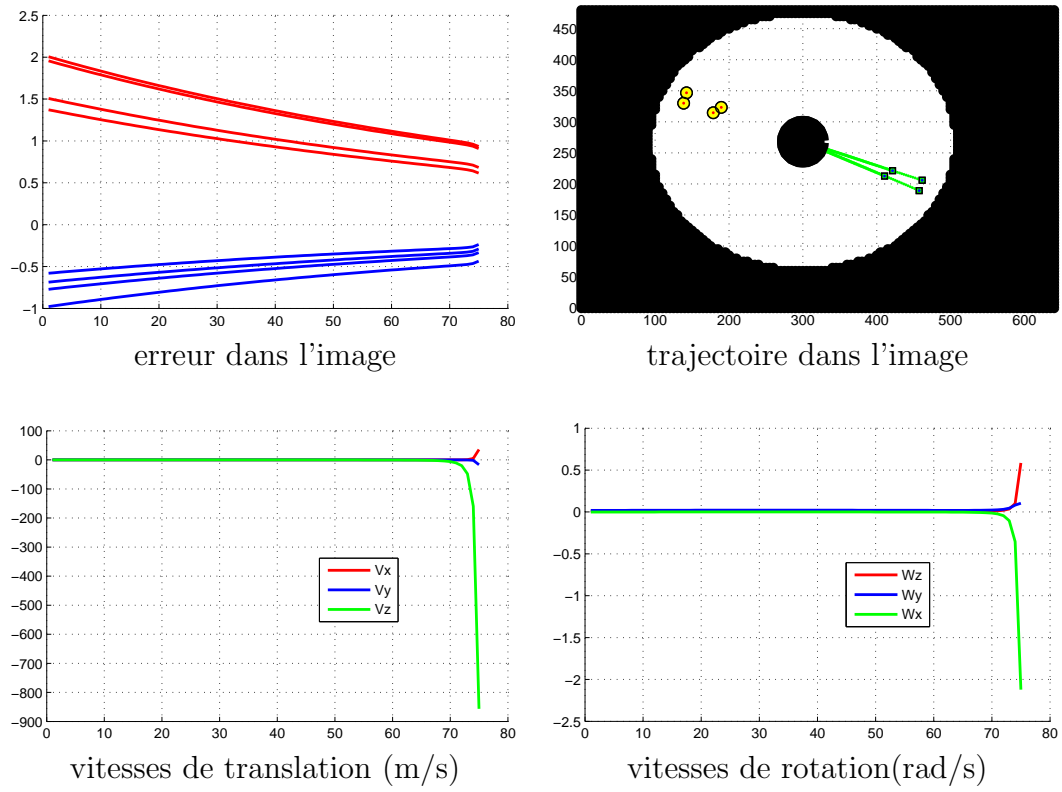


FIG. 5.4: AV2D cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : rotation pure.

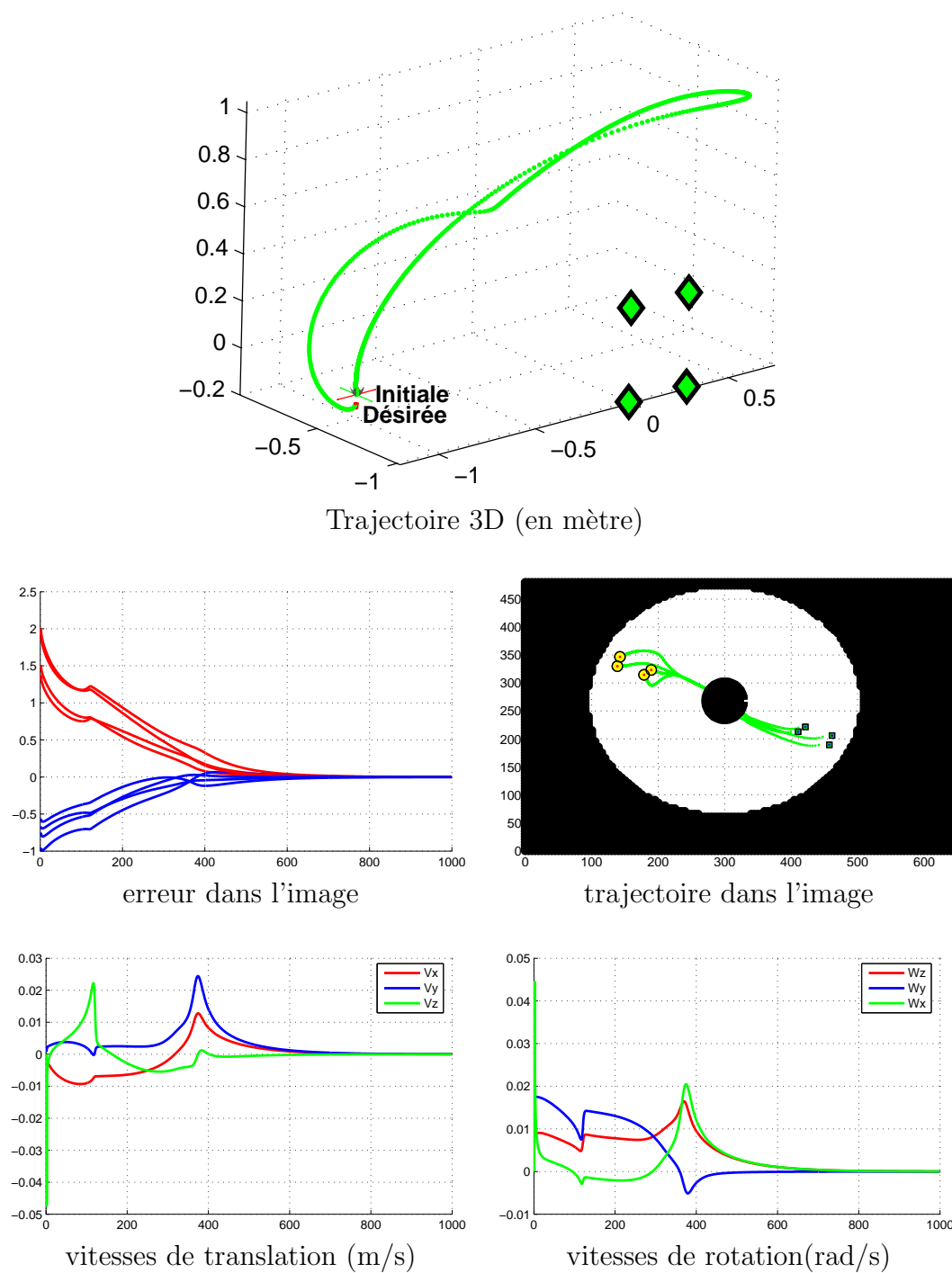


FIG. 5.5: AV2D cas des points, matrice de combinaison : demi-somme, déplacement : rotation pure.

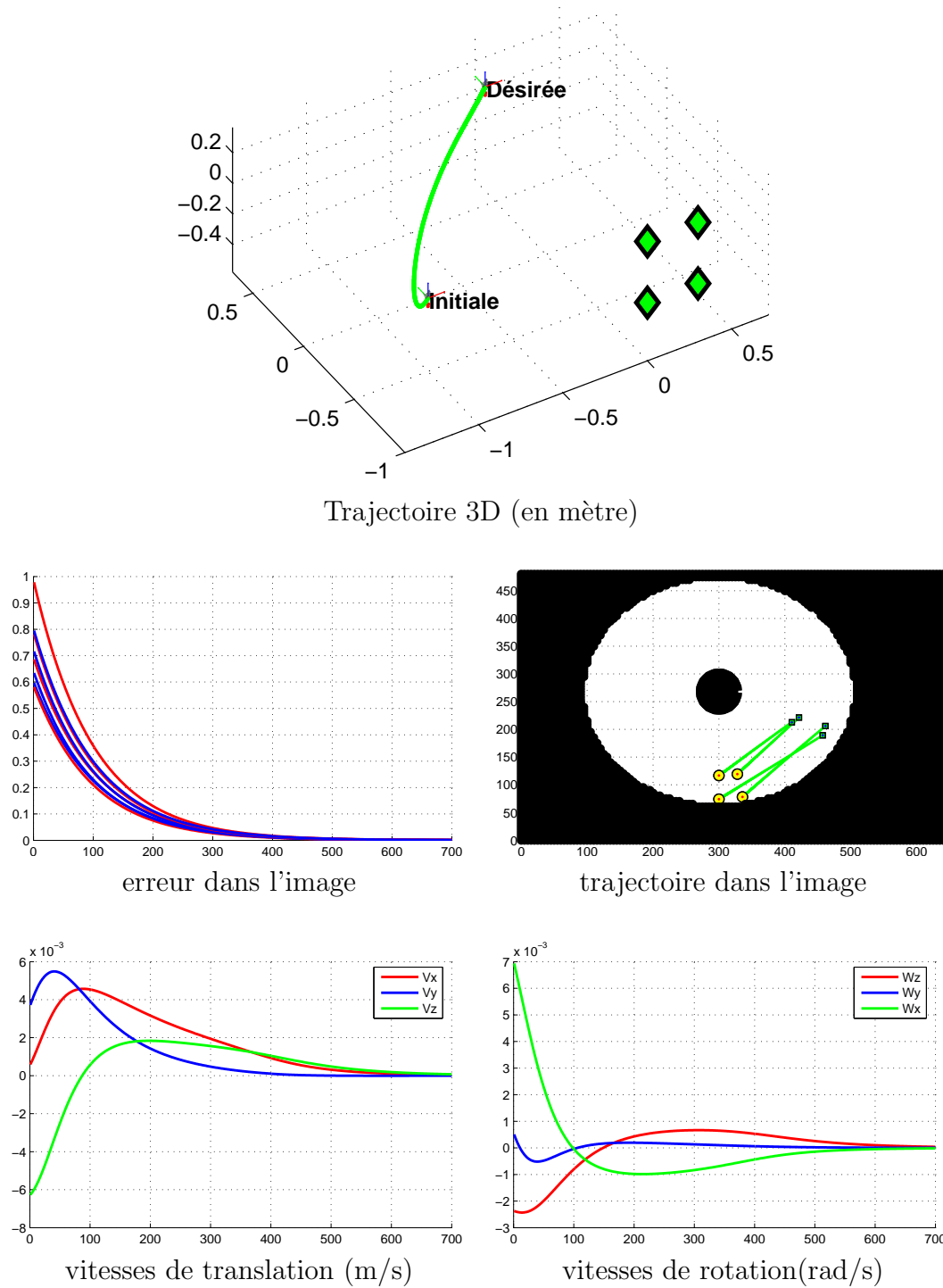


FIG. 5.6: AV2D cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : translation pure.

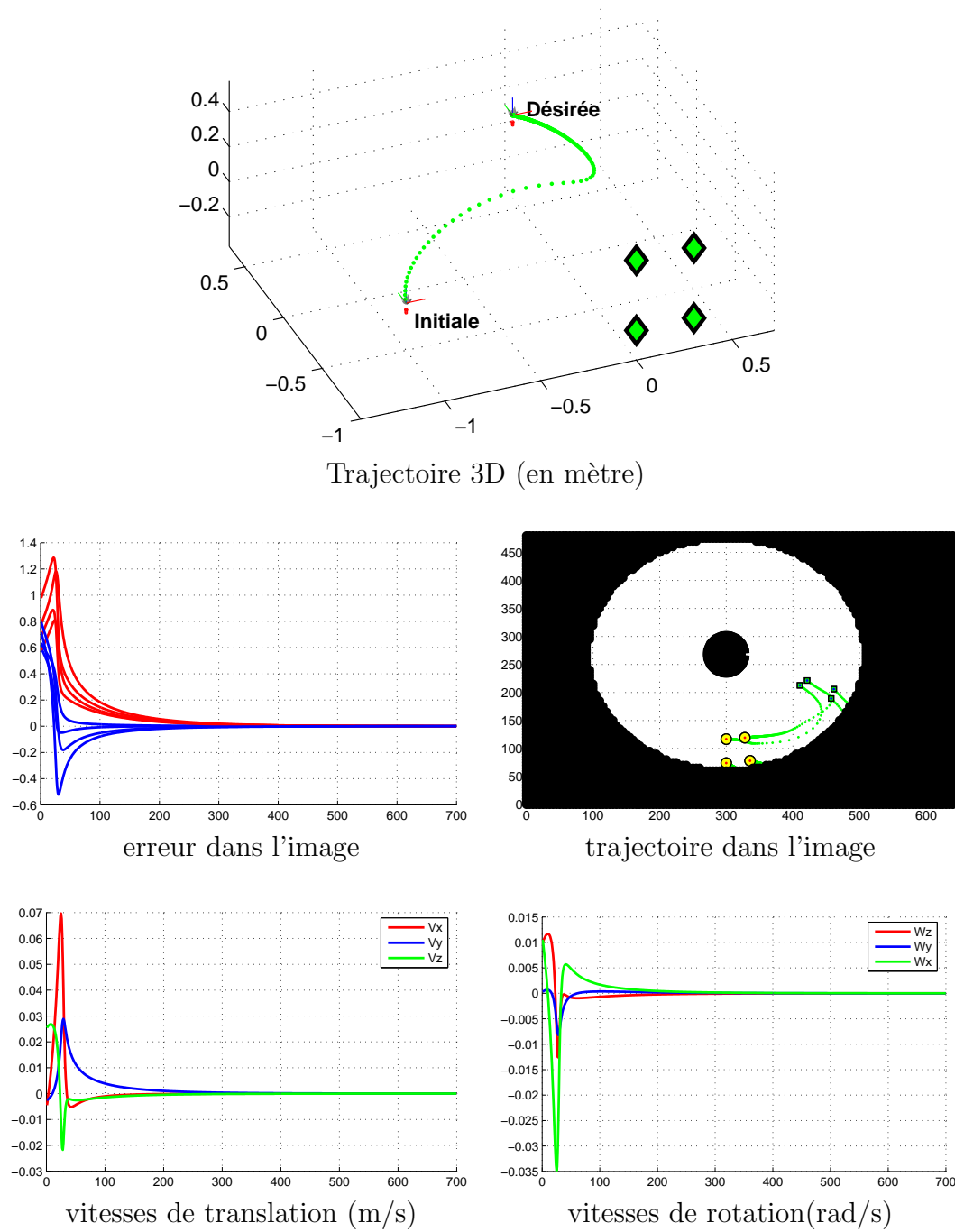


FIG. 5.7: AV2D cas des points, matrice d'interaction : à l'équilibre, déplacement : translation.

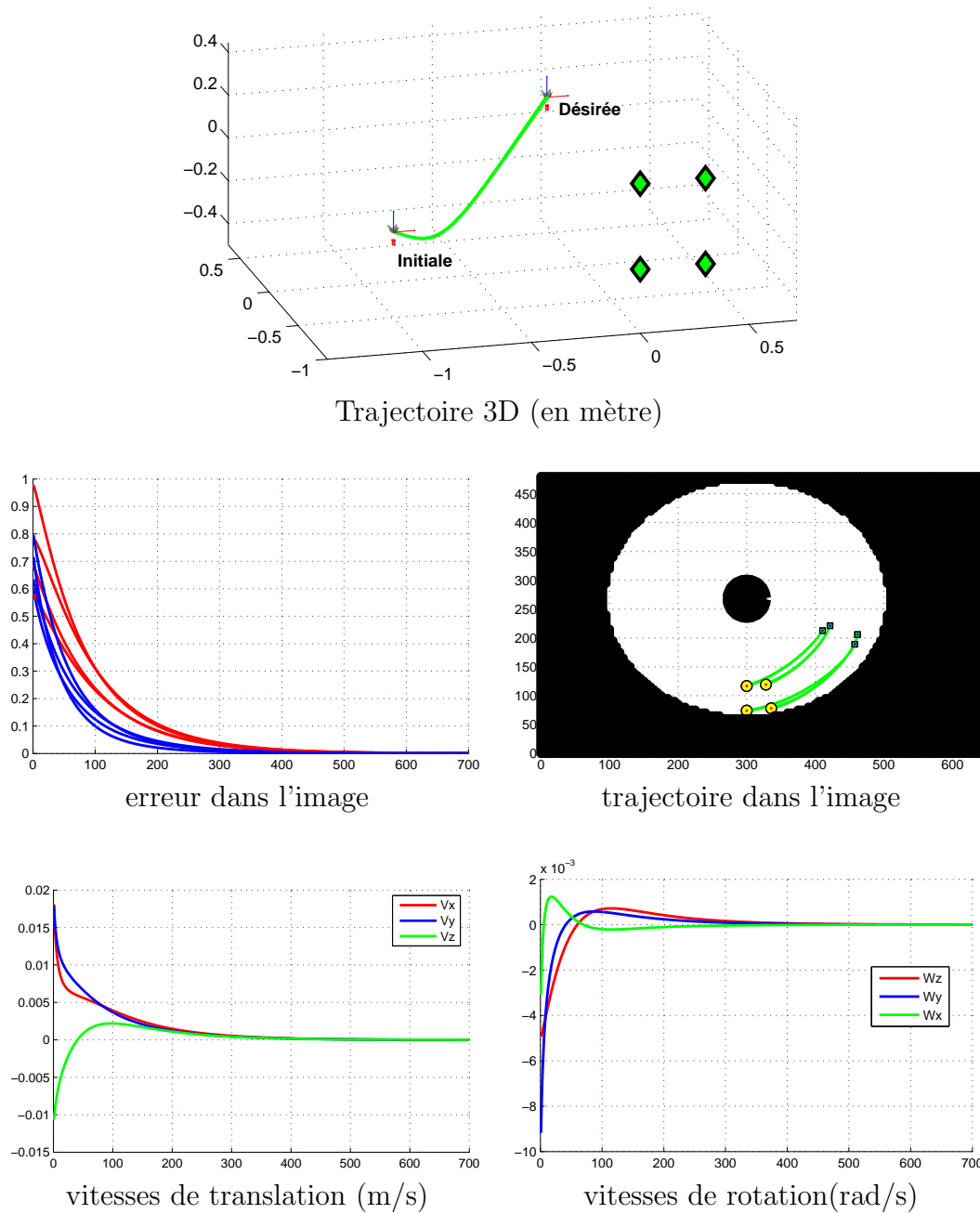


FIG. 5.8: AV2D cas des points, matrice de combinaison : demi-somme, déplacement : translation pure.

5.1.1.5 AV2D1/2 : Déplacement générique

Dans ces simulations, la loi de commande 2D1/2 découplant partiellement les rotations des translations est utilisée. La première simulation concerne un déplacement générique. Dans le cas où la matrice d'interaction \mathbf{L} est utilisée, les résultats sont donnés par la figure 5.9. La trajectoire du point image choisi pour contrôler les translations est tracée en noir. Comme la simulation est réalisée dans le cas parfait, cette trajectoire est rectiligne. Notons que le choix de ce point de contrôle n'est plus soumis aux conditions de visibilité comme dans le cas conventionnel. En effet, les problèmes de visibilité de la cible sont très peu pénalisants.

Lorsque \mathbf{L}^* et $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ sont utilisées, les résultats obtenus sont illustrés par les figures 5.10 et 5.11 respectivement. Nous remarquons que l'utilisation de $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ permet de réduire les couplages entre les composantes des vitesses de translation.

5.1.1.6 AV2D1/2 : Rotation pure

Nous montrons dans cette simulation les limites potentielles de l'approche 2D1/2 lorsque le déplacement est une rotation pure de 180 degrés autour de l'axe Z . Comme dans le cas de l'AV2D, la contrainte de rectitude des trajectoires imposée dans l'image peut engendrer un passage par la zone invisible au centre de l'image omnidirectionnelle. Ce problème est également présent lorsque la matrice d'interaction utilisée est calculée à chaque itération. En effet, la trajectoire du point de contrôle est une droite qui passe par le centre de l'image. Le point contrôlant les translations se trouve alors dans la zone invisible ce qui ne permet pas la réalisation de la tâche de positionnement. Ce problème est souligné par les résultats de la figure 5.12.

Les résultats obtenus dans le cas d'une matrice d'interaction calculée à l'équilibre sont donnés par la figure 5.13. Une nouvelle fois, l'asservissement visuel peut échouer car la cible sort de l'image omnidirectionnelle. Enfin, en utilisant $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$, les problèmes de passage par la zone invisible et de sortie de l'image n'apparaissent pas dans cette configuration. Cela est clairement montré par les résultats donnés par la figure 5.14. Cependant, et comme le montre la figure 5.15, les vitesses de translation et de rotation sont alors couplées.

5.1.1.7 AV2D1/2 : Translation pure

Lors d'une translation pure, les vitesses de rotation sont nulles puisque l'erreur de rotation est nulle. Nous présentons ici uniquement les résultats obtenus avec une matrice d'interaction calculée à chaque itération (se reporter à la figure 5.16). Les résultats obtenus avec \mathbf{L}^* et $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ sont similaires (voir figure 5.17) même si les trajectoire 3D sont légèrement différentes (plutôt améliorées par rapport à l'utilisation de \mathbf{L}) car la contrainte d'une trajectoire rectiligne du point de contrôle n'est plus vérifiée.

5.1.1.8 Résumé

Nous avons tout d'abord validé l'extension du schéma d'asservissement visuel 2D1/2 pour les caméras catadioptriques à point central unique. Le couplage entre les composantes de translation et de rotation est réduit par rapport à l'AV2D. Il en découle que les trajectoires de la caméra sont plus satisfaisantes. Cependant, certaines limites subsistent (couplage partiel, passage par la zone invisible et sortie de champ de vue pour les cas extrêmes).

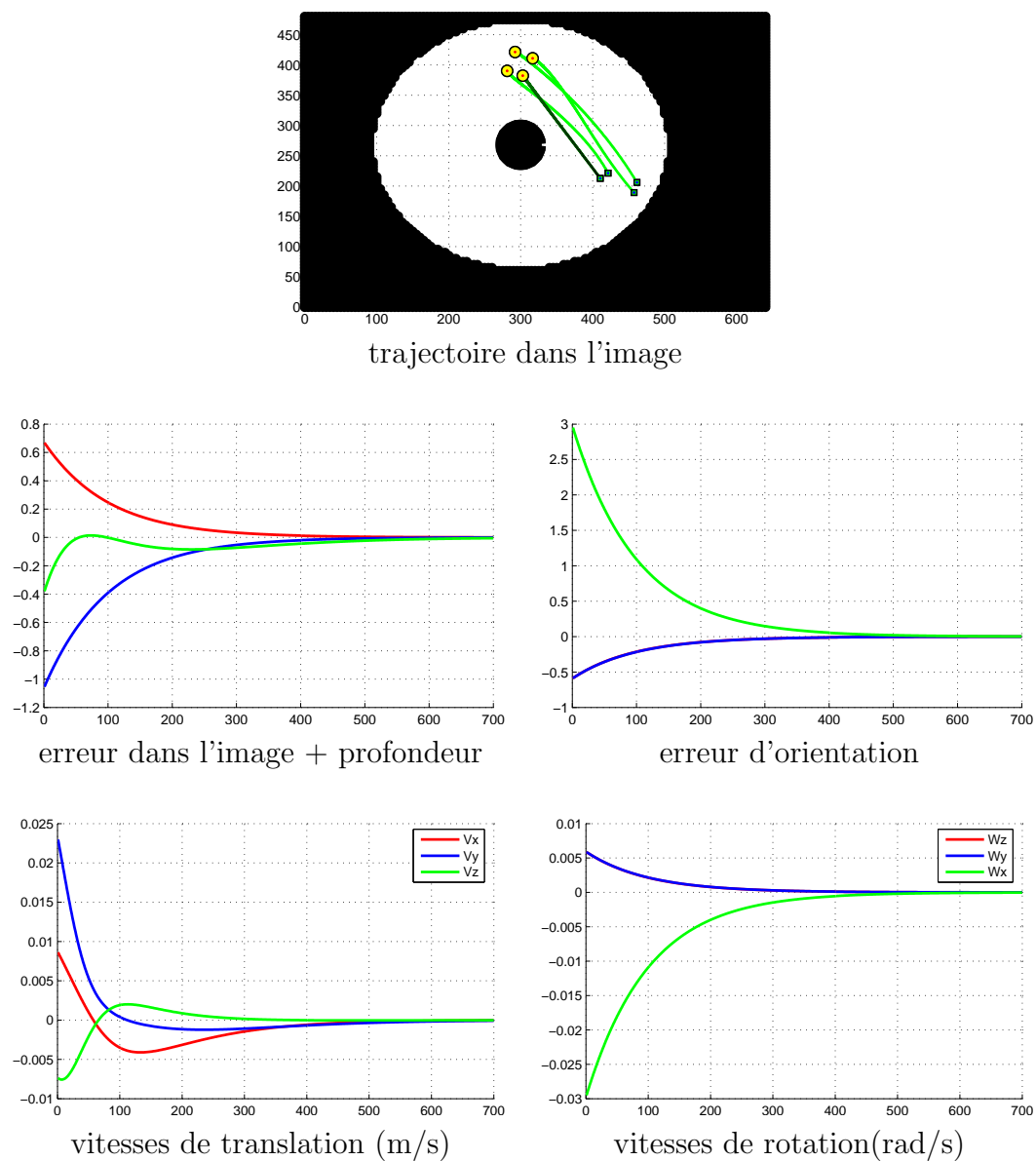


FIG. 5.9: AV2D1/2 cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : générique.

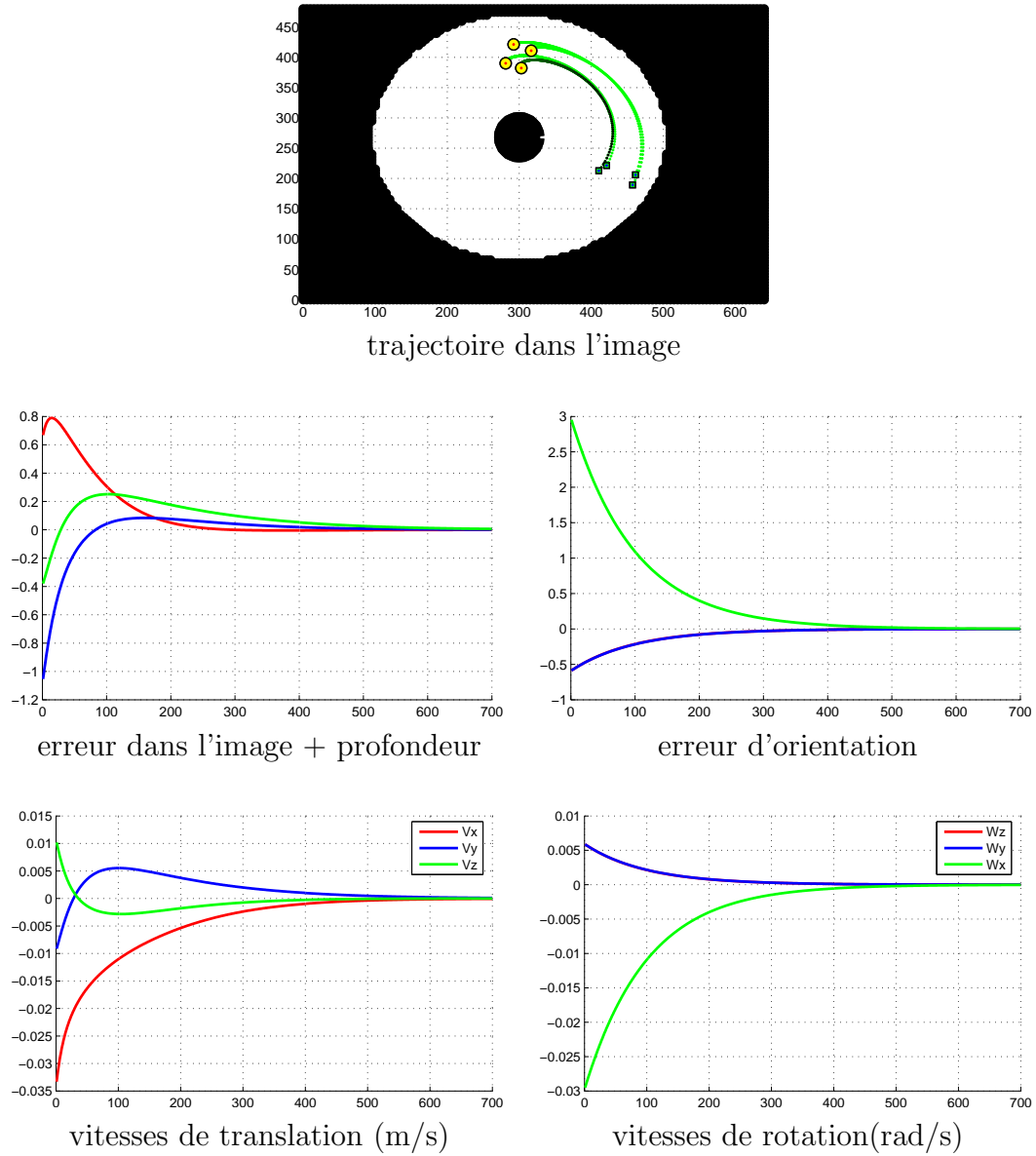


FIG. 5.10: AV2D1/2 cas des points, matrice d'interaction : à l'équilibre, déplacement : générique.

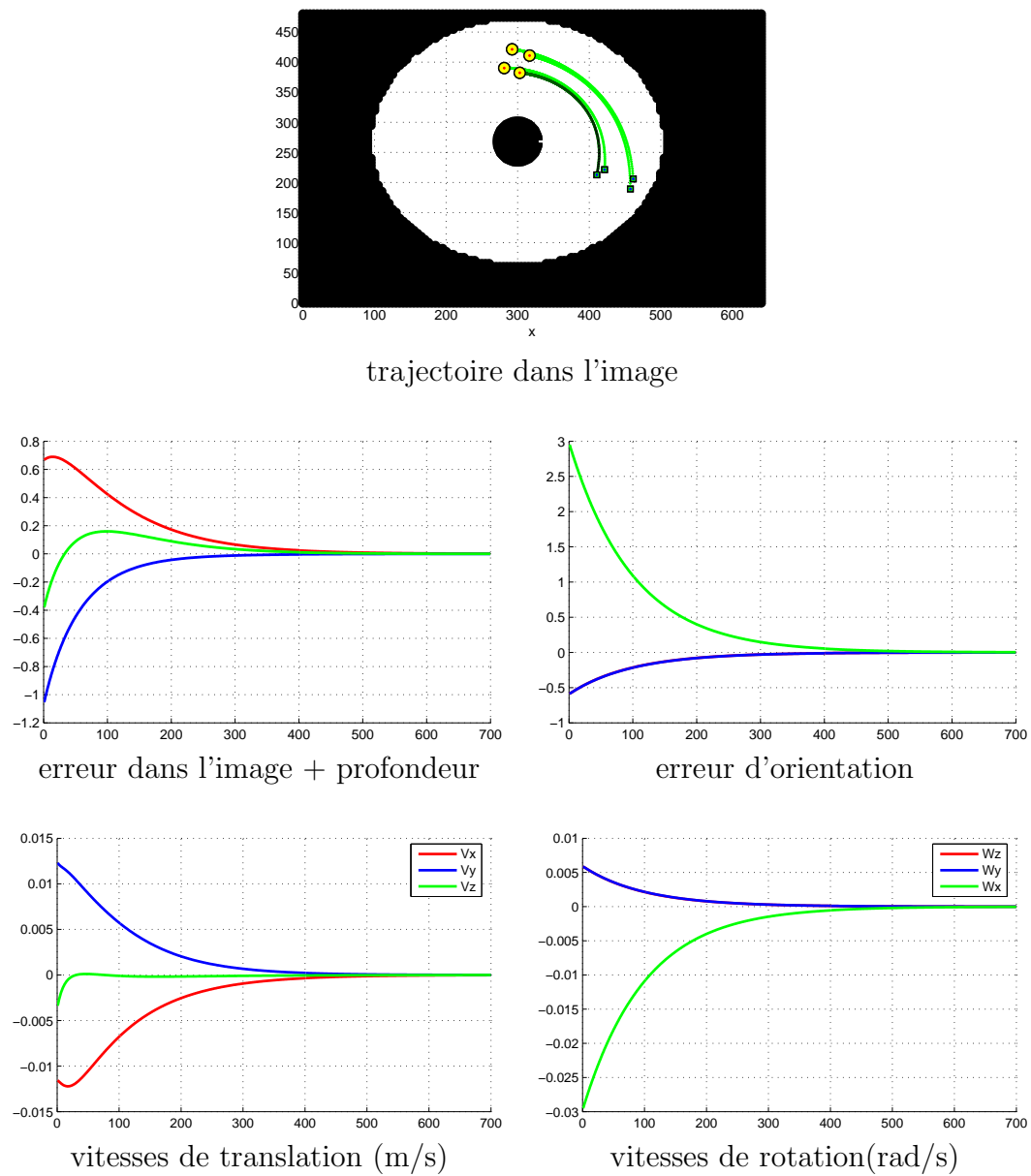


FIG. 5.11: AV2D1/2 cas des points, matrice de combinaison : demi-somme, déplacement : générique.

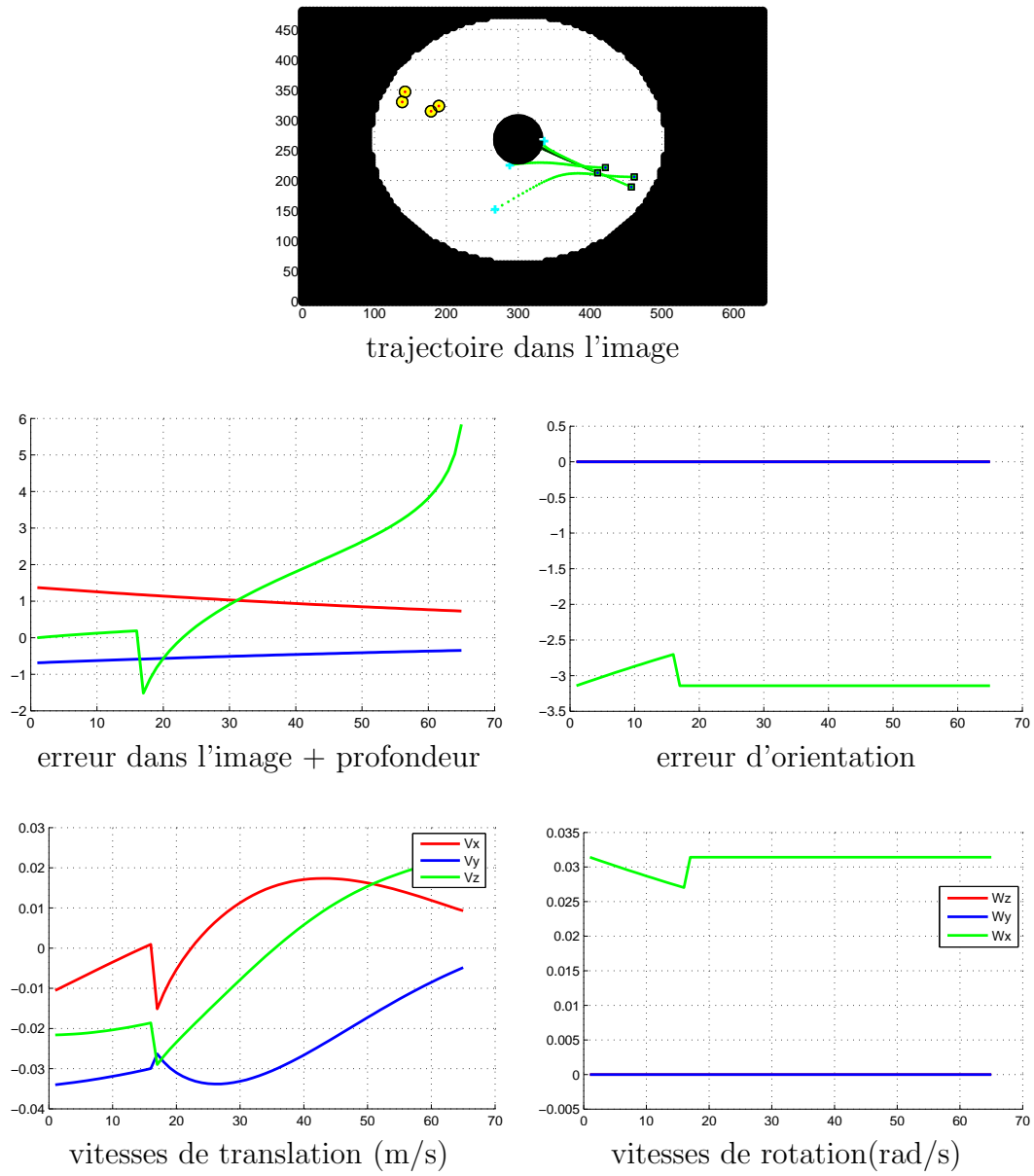


FIG. 5.12: AV2D1/2 cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : rotation pure.

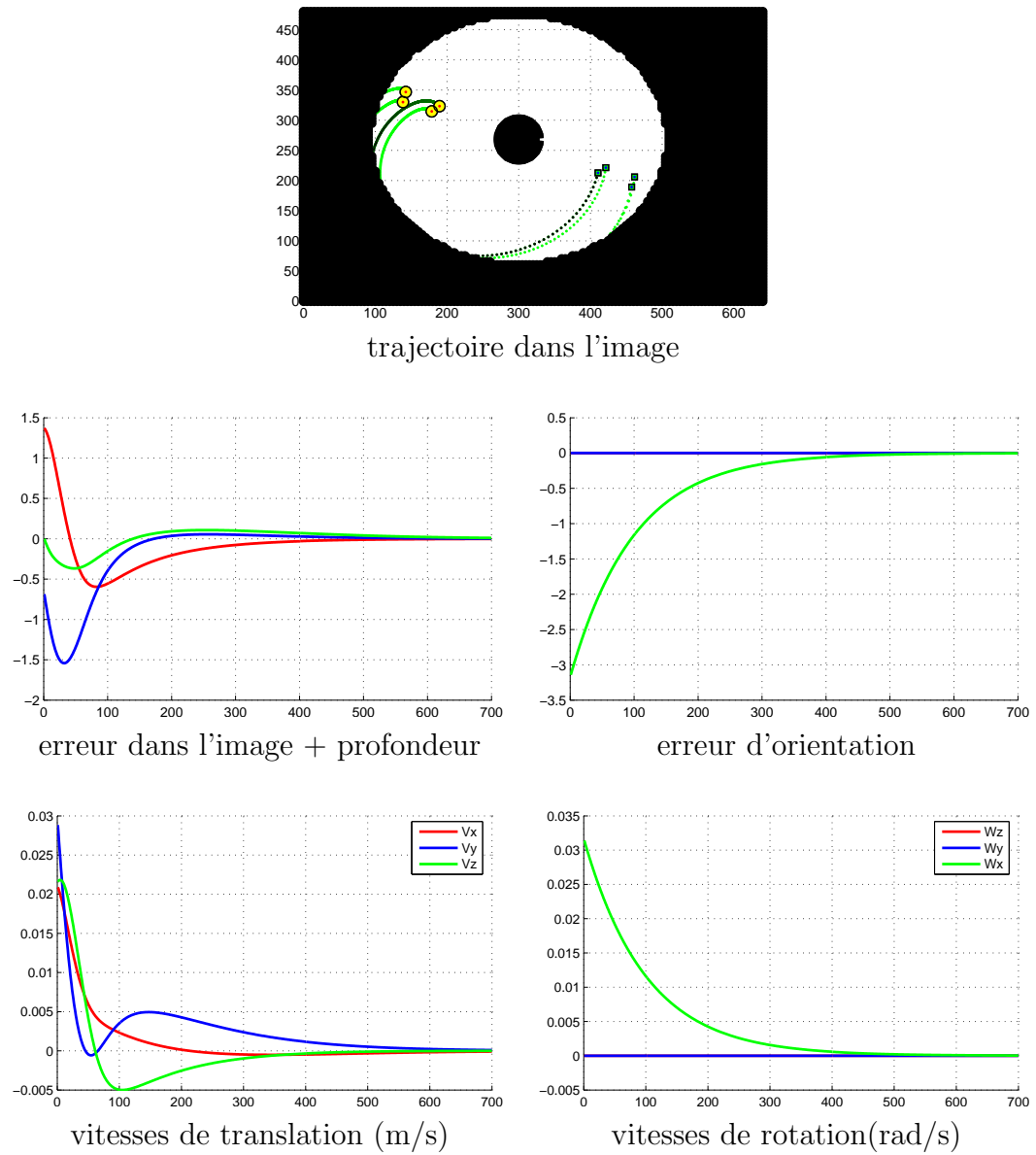


FIG. 5.13: AV2D1/2 cas des points, matrice d'interaction : à l'équilibre, déplacement : rotation pure.

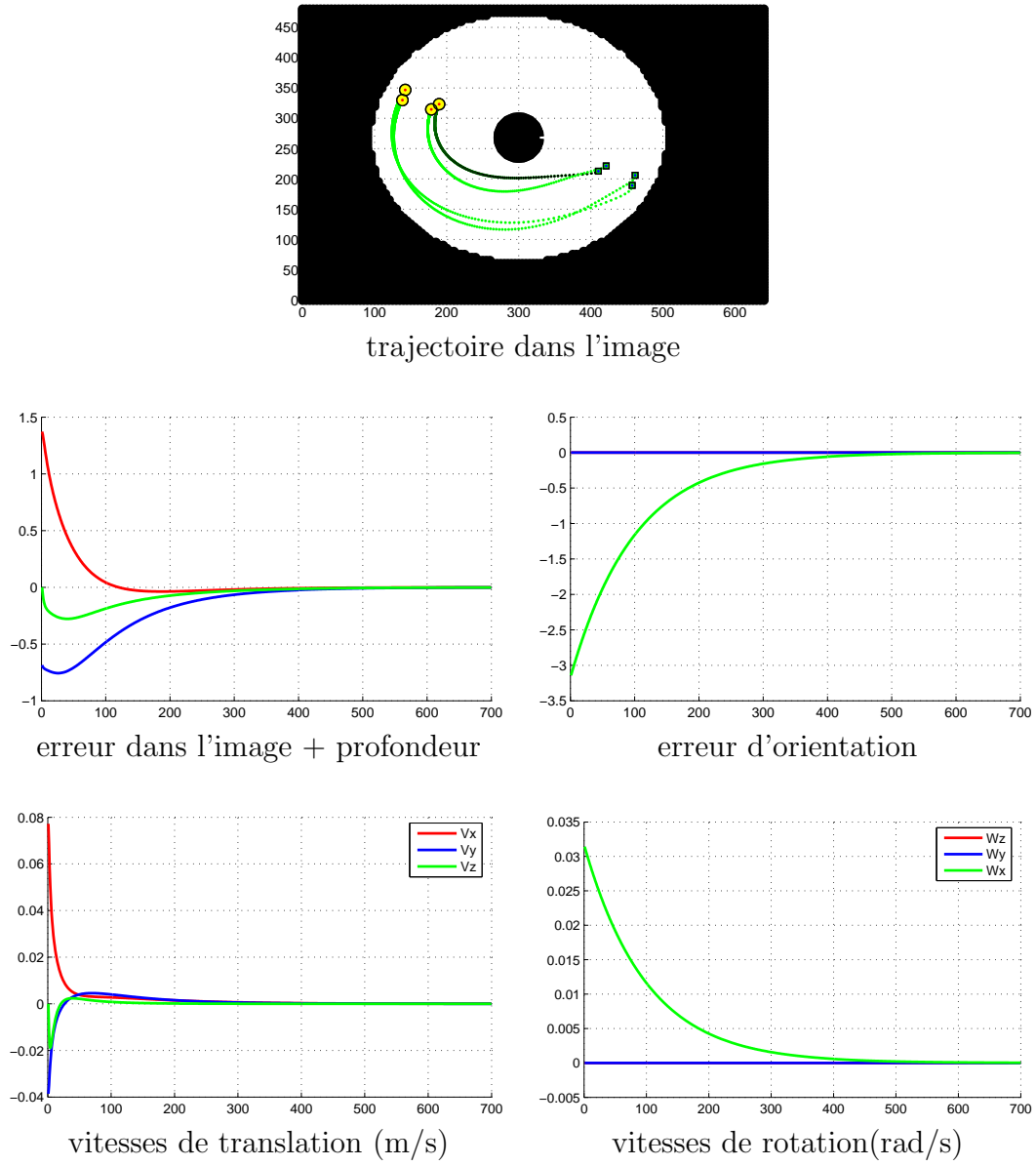


FIG. 5.14: AV2D1/2 cas des points, matrice de combinaison : demi-somme, déplacement : rotation pure.

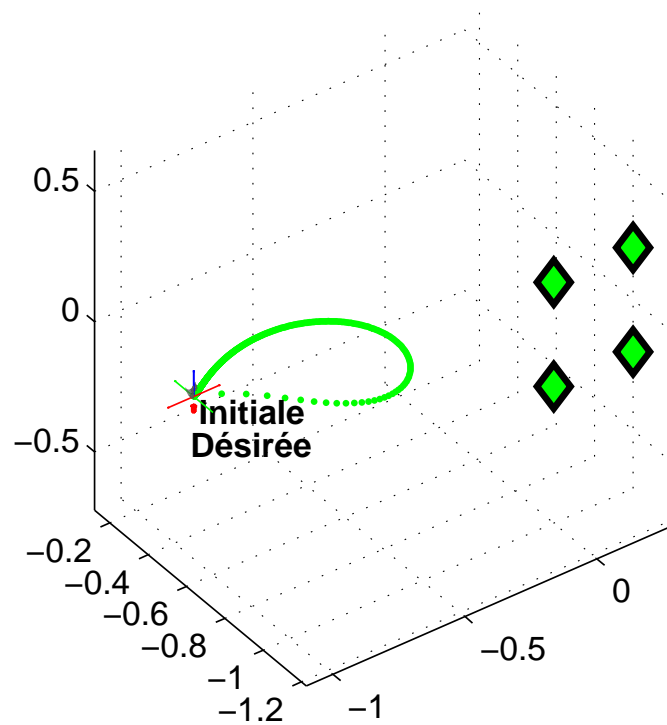


FIG. 5.15: Trajectoire 3D (en mètre) - AV2D1/2 cas des points, matrice de combinaison : demi-somme, déplacement : rotation pure.

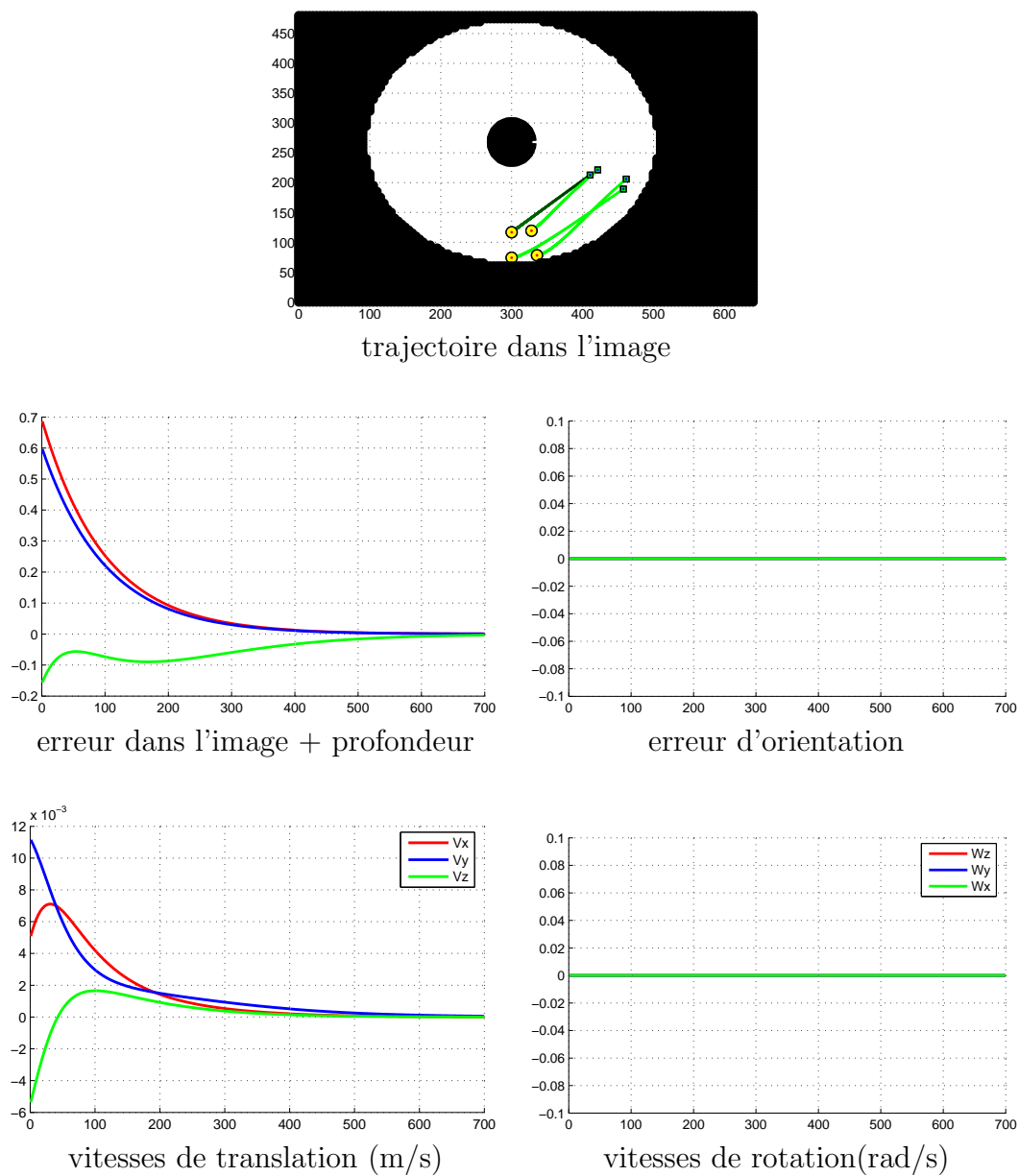
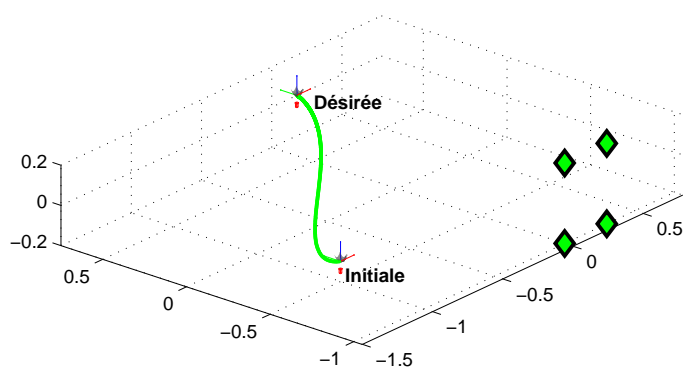
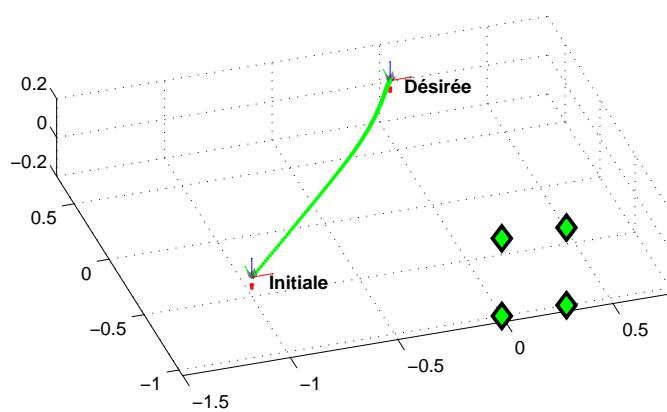


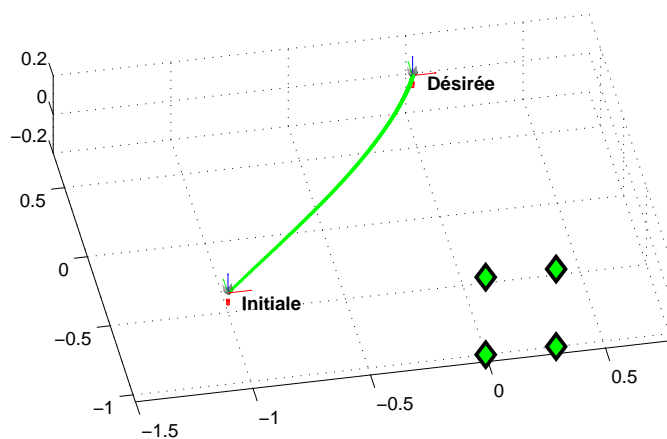
FIG. 5.16: AV2D1/2 cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : translation pure.



à chaque itération



à l'équilibre



moyenne

FIG. 5.17: Trajectoires 3D (en mètre) - AV2D1/2 cas des points, déplacement : translation.

5.1.1.9 AVDécoup : Déplacement générique

Nous présentons ici les différents résultats de simulation de la loi de commande proposée dans le chapitre précédent et permettant de découpler complètement les vitesses de translation et de rotation. La figure 5.18 illustre les résultats obtenus avec une matrice d'interaction calculée à chaque itération. Comme nous l'avons souligné précédemment, le contrôle de la trajectoire d'un point dans l'image n'est pas nécessaire car les problèmes de visibilité n'apparaissent que faiblement (aucun point n'est contraint à suivre une ligne droite dans l'image). Dans le cas présent, ce sont les profondeurs relatives de 3 points qui sont contraintes à décroître exponentiellement. Il s'avère alors que les trajectoires 3D sont très satisfaisantes.

Dans le cas d'un déplacement générique, il est difficile de constater le découplage complet entre les vitesses de translation et de rotation. Pour cela, nous présentons dans la suite des résultats illustrant clairement les avantages d'une telle loi de commande.

5.1.1.10 AVDécoup : Rotation pure

Nous allons voir maintenant que l'approche AVDécoup permet de réaliser des mouvements de rotation importants. Pour une rotation de 180 degrés autour de l'axe optique de la caméra (cas extrême où les commandes précédentes échouent), les résultats sont illustrés par la figure 5.19. Les trajectoires des points dans l'image restent dans les limites de l'image et elles sont cohérentes vis-à-vis des mouvements à réaliser. Comme le montre les vitesses de translation (nulles), elles sont complètement découplées des vitesses de rotation.

5.1.1.11 AVDécoup : Translation pure

Dans le cas d'une translation pure, nous constatons une nouvelle fois le découplage complet entre les vitesses de translation et de rotation (voir figure 5.20). Cependant, les différentes composantes des vitesses de translation sont couplées. Comme le montre la figure 5.21, l'utilisation de $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ permet de mieux découpler les composantes des vitesses de translation et d'améliorer le profil de la trajectoire 3D de la caméra.

5.1.1.12 Résumé

Nous avons validé dans ces simulations la nouvelle approche proposée. Nous avons constaté que les trajectoires des points dans l'image sont cohérentes vis-à-vis des mouvements de la caméra à réaliser. Le découplage complet des commandes en translation vis-à-vis de celles en rotation permet donc d'obtenir des trajectoires 3D très satisfaisantes. D'autre part, la tâche de positionnement est correctement réalisée pour le cas extrême d'une rotation de 180 degrés autour de l'axe optique (ce qui n'est pas le cas pour les schémas AV2D et AV2D1/2).

variance \ $\hat{\rho}_k$	+0%	+100%	+200%	+300%	+400%	+500%	+600%
0 pixel	O	O	O	O	O	O	N
1 pixel	O	O	O	O	O	O	N
2 pixels	O	O	O	O	O	O	N

TAB. 5.1: AV2D : Effet d'erreur d'estimation et de bruit de mesure, étalonnage exact

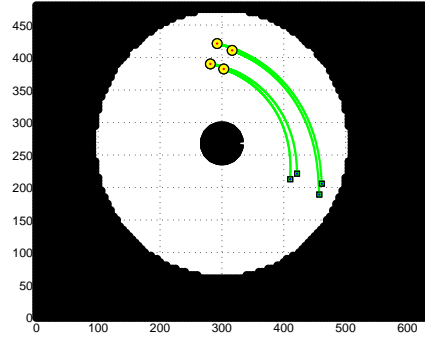
5.1.2 Effets des bruits de mesure, des erreurs d'étalonnage et d'estimation des profondeurs

Nous allons à présent vérifier les limites de la robustesse des approches proposées en présence de bruits de mesure, d'erreurs d'étalonnage et d'éventuelles erreurs d'estimation des profondeurs des points (ρ_k). Pour chaque schéma de commande (AV2D, AV2D1/2 et AVDécoup), nous présentons deux tableaux illustrant les limites de convergence en fonction du bruit de mesure (bruit aléatoire à distribution uniforme d'une variance de 0 à 2 pixels) et de l'erreur sur l'estimation de la profondeur (toutes les composantes subissent une même erreur de 0% à 600% de la valeur réelle). Dans le premier tableau associé à chaque schéma de commande, les paramètres d'étalonnage exacts sont utilisés, tandis que dans le second tableau, des paramètres erronés sont considérés (+10% sur les focales f_u et f_v , ± 2 pixels sur les coordonnées du point principal, et ξ est prise égale à 0.9 au lieu de 1). Nous indiquons que l'asservissement visuel a convergé ou non par les deux caractères **O** (pour la convergence) et **N** (pour la non convergence). Le déplacement à effectuer durant ces simulations est générique, composé d'une translation $\mathbf{t} = [100 \ 110 \ 40]^\top$ cm et d'une rotation $\mathbf{u}_\theta = [-23 \ 23 \ 180]^\top$ degrés.

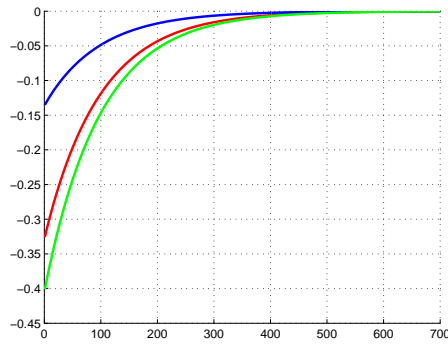
5.1.2.1 AV2D

Comme attendu, l'asservissement visuel 2D est robuste aux bruits de mesure. La tâche de positionnement n'est pas correctement réalisée, avec ou sans bruits de mesure, à partir de profondeurs estimées très importantes (six fois les valeurs réelles). En pratique, une estimation à vue des profondeurs initiales suivi par une estimation en ligne (en utilisant le modèle géométrique du robot par exemple) ne devrait pas compromettre la réussite de la tâche. En l'absence de bruits de mesure, la figure 5.22 illustre les trajectoires d'un point dans l'image lors de l'asservissement. Comme nous le constatons, la trajectoire image n'est plus rectiligne lorsque les profondeurs sont erronées, ce qui entraîne un passage par la zone invisible au centre de l'image.

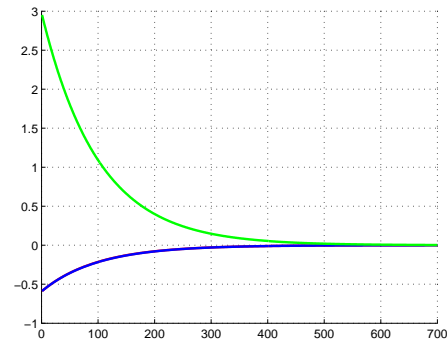
En présence d'éventuelles erreurs d'étalonnage, l'asservissement visuel 2D reste robuste comme le montre le tableau 5.2 qui est quasi-identique au tableau 5.1.



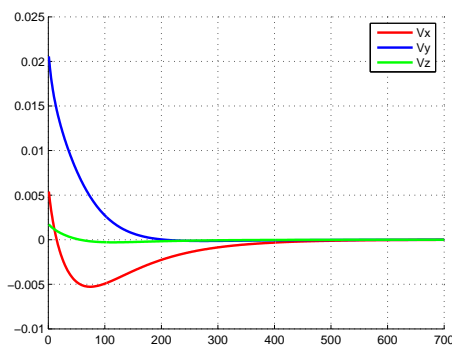
trajectoire dans l'image



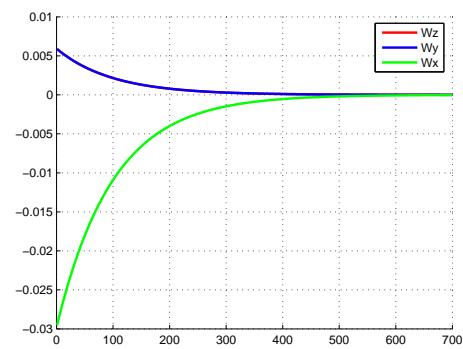
erreur des profondeurs



erreur d'orientation



vitesses de translation (m/s)



vitesses de rotation(rad/s)

FIG. 5.18: AVDécoupe cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : générique.

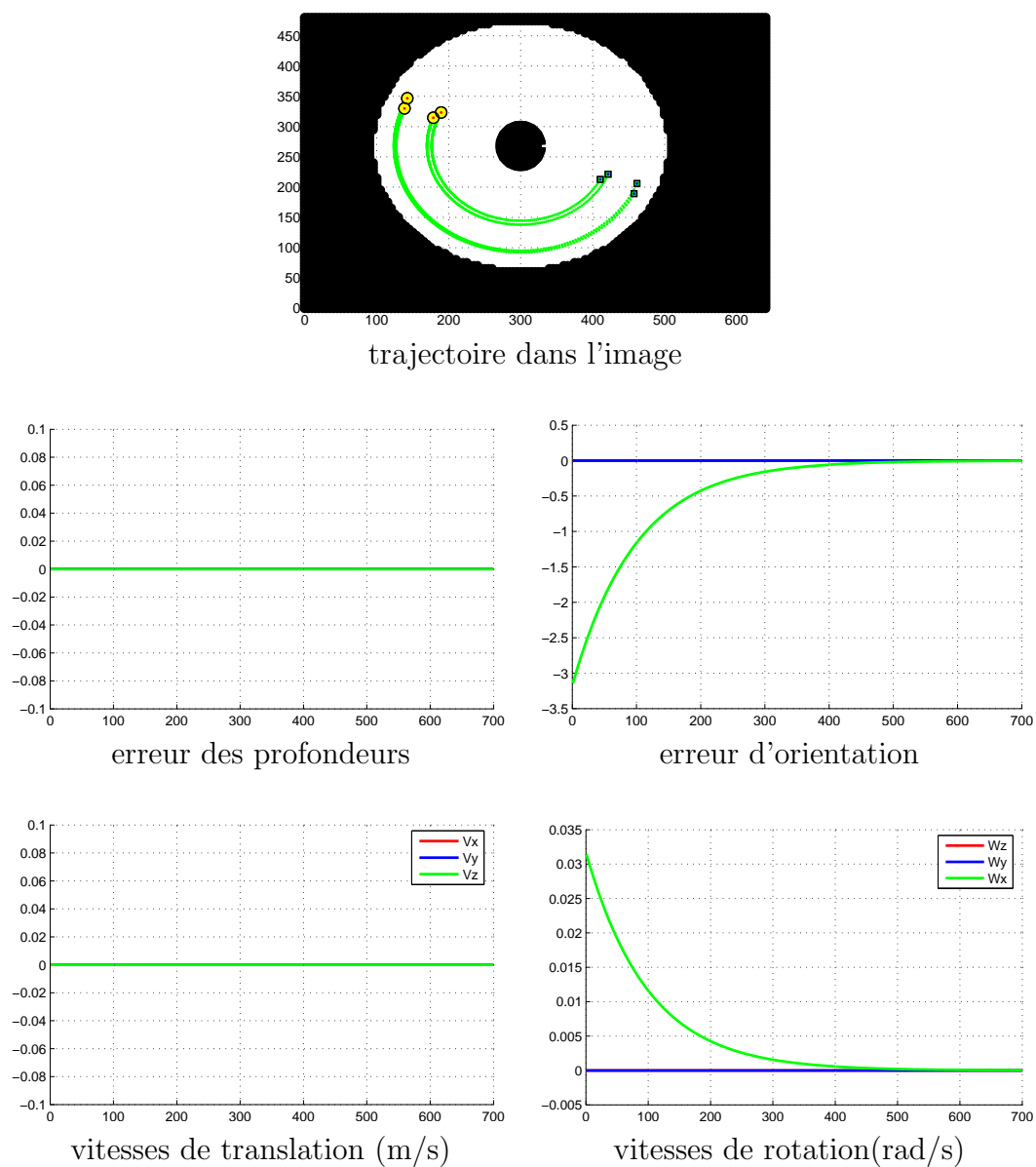
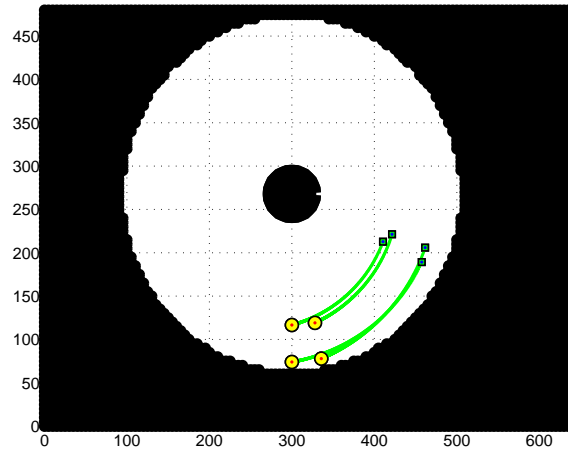


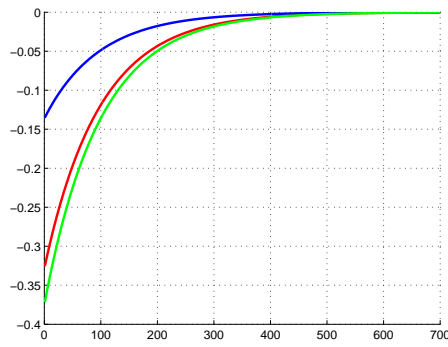
FIG. 5.19: AVDécoupe cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : rotation pure.

$\hat{\rho}_k$ variance	+0%	+100%	+200%	+300%	+400%	+500%	+600%
0 pixel	O	O	O	O	O	O	N
1 pixel	O	O	O	O	O	O	N
2 pixels	O	O	O	O	O	N	N

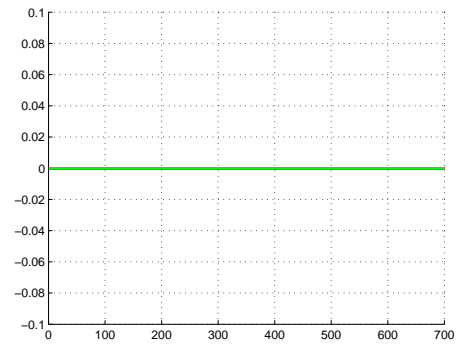
TAB. 5.2: AV2D : Effet d'erreur d'estimation et de bruit de mesure, étalonnage erroné



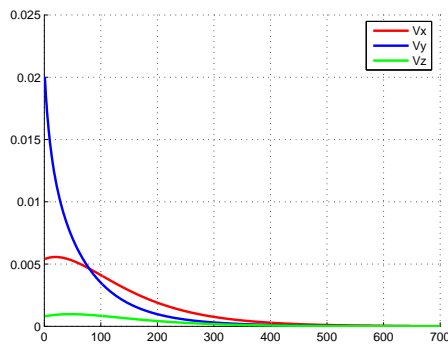
Trajectoire 3D (en mètre)



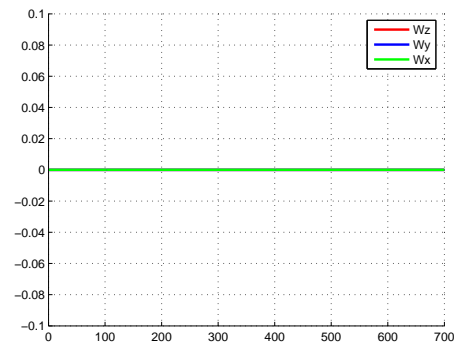
erreur des profondeurs



erreur d'orientation

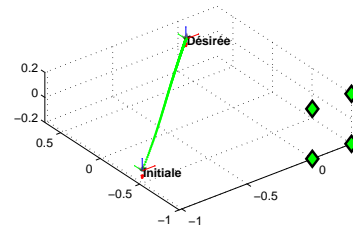
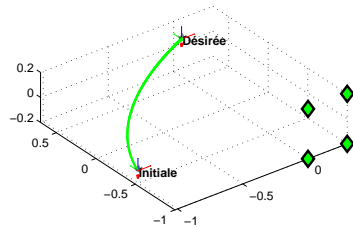


vitesses de translation (m/s)



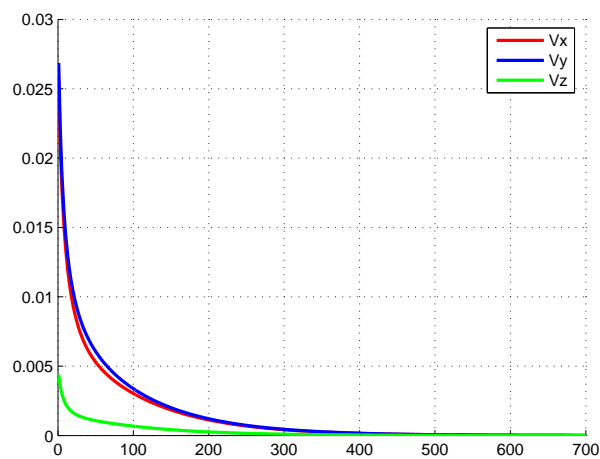
vitesses de rotation(rad/s)

FIG. 5.20: AVDécoup cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : translation pure.



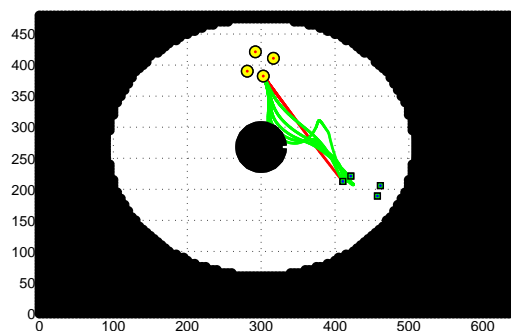
Trajectoire 3D (en mètre) avec \mathbf{L}

Trajectoire 3D (en mètre) avec $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$

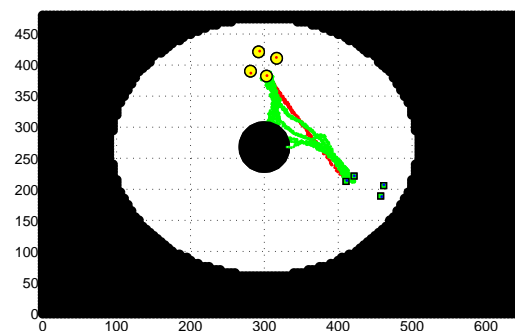


vitesse de translation (m/s) avec $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$

FIG. 5.21: AVDécoup cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : translation pure.



sans bruit de mesure



avec une variance de 1 pixel

FIG. 5.22: AV2D : trajectoire dans l'espace image.

variance \ $\hat{\rho}^*$	+0%	+100%	+200%	+300%	+400%	+500%	+600%
0 pixel	O	O	O	O	O	O	O
1 pixel	O	O	O	O	O	O	N
2 pixels	O	O	O	O	O	N	N

TAB. 5.3: AV2D1/2 : Effet d'erreur d'estimation et du bruit de mesure, étalonnage exact

variance \ $\hat{\rho}^*$	+0%	+100%	+200%	+300%	+400%	+500%	+600%
0 pixel	O	O	O	O	O	O	O
1 pixel	O	O	O	O	N	N	N
2 pixels	O	O	N	N	N	N	N

TAB. 5.4: AV2D1/2 : Effet d'erreur d'estimation et de bruit de mesure, étalonnage erroné

5.1.2.2 AV2D1/2

Les données des tableaux 5.3 et 5.4 montrent clairement que l'AV2D1/2 est moins robuste que l'AV2D. Cela s'interprète aisément en rappelant que le déplacement partiel de la caméra est obtenu en utilisant une matrice d'homographie estimée linéairement. Ce procédé s'avère peu robuste vis-à-vis des erreurs d'étalonnage et de bruits de mesure. Comme nous le constatons sur ces deux tableaux, en l'absence d'erreurs d'étalonnage, la commande 2D1/2 quitte la zone de convergence au-delà de 6 fois la profondeur désirée pour un bruit de mesure de variance 1 pixel et au-delà de 5 fois ρ^* pour un bruit de variance égale à 2 pixels.

En présence d'erreurs d'étalonnage, la commande 2D1/2 ne converge plus au-delà de $4 \times \rho^*$ pour un bruit de variance 1 pixel. Au delà d'une erreur de 100% sur ρ^* , et d'un bruit de variance de 2 pixels, l'asservissement devient très sensible aux erreurs d'étalonnage.

variance \ $\hat{\rho}_k^*$	+0%	+100%	+200%	+300%	+400%	+500%	+600%
0 pixel	O	O	O	O	O	O	O
1 pixel	O	O	O	O	O	O	N
2 pixels	O	O	O	N	N	N	N

TAB. 5.5: AVDécoup : Effet d'erreur d'estimation et de bruit de mesure, étalonnage exact

variance $\hat{\rho}_k^*$	+0%	+100%	+200%	+300%	+400%	+500%	+600%
0 pixel	O	O	O	O	O	O	O
1 pixel	O	O	O	N	N	N	N
2 pixels	O	O	N	N	N	N	N

TAB. 5.6: AVDécoup : Effet d'erreur d'estimation et de bruit de mesure, étalonnage erroné

5.1.2.3 AVDécoup

Les mêmes conclusions que dans le cas de l'AV2D1/2 peuvent être tirées dans le cas de l'AVDécoup puisque l'estimation partielle du déplacement s'effectue de la même manière. Les tableaux synthétisant les résultats avec ou sans erreurs d'étalonnage sont donnés par 5.5 et 5.6 respectivement. Notons que sans bruit de mesure, la commande est toujours stable comme nous l'avons montré dans le chapitre précédent.

5.1.3 Asservissement visuel catadioptrique à partir des droites

Nous considérons dans ces simulations, quatre droites appartenant à une cible plane. De la même façon que pour les points, nous analyserons les propriétés des deux approches proposées dans le chapitre 4. Ensuite, nous vérifions leur robustesse vis-à-vis d'erreurs d'étalonnage, d'erreurs d'estimation des paramètres 3D utilisés dans le calcul de la matrice d'interaction, et des bruits de mesure.

Nous simulons les différentes tâches de positionnement pour les mêmes déplacements que ceux utilisés dans le cas des points :

- un déplacement générique composé d'une translation $\mathbf{t} = [100 \ 110 \ 40]^\top$ cm et d'une rotation $\mathbf{u}_\theta = [-23 \ 23 \ 180]^\top$ degrés.
- une rotation pure $\mathbf{u}_\theta = [0 \ 0 \ 180]^\top$ degrés (une rotation de π autour de l'axe optique de la caméra).
- une translation pure de la caméra catadioptrique $\mathbf{t} = [100 \ 110 \ 40]^\top$ cm.

Nous validons dans un premier temps les différents schémas de commande pour un déplacement générique, puis nous verrons les avantages et limites de chaque approche en nous intéressant plus particulièrement au couplage entre les vitesses de translation et de rotation de la caméra catadioptrique.

Nous utilisons également les trois matrices de combinaison suivantes :

- la matrice d'interaction calculée à chaque itération notée \mathbf{L} ,
- la matrice d'interaction calculée à l'équilibre notée \mathbf{L}^* ,
- la moyenne des deux matrices d'interaction (à chaque itération et à l'équilibre) notée $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$.

En ce qui concerne les méthodes d'ajout de bruit et d'extraction des coniques, nous procédons comme indiqué dans la section 5.1.4.

5.1.3.1 AV2D : Déplacement générique

Les résultats de l'asservissement visuel 2D à partir d'informations visuelles relatives à des droites sont données par les figures 5.23 et 5.24 pour \mathbf{L} et $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ respectivement. Lorsque la matrice d'interaction est prise à l'équilibre \mathbf{L}^* , la tâche de positionnement échoue (voir la figure 5.25 des vitesses de translation et de rotation). En effet, la matrice d'interaction à l'équilibre n'est valide qu'au voisinage de la position désirée alors que le déplacement considéré est très important.

Comme nous le constatons, la trajectoire 3D de la caméra dans le cas de $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ est plus satisfaisante que celle obtenue dans le cas de \mathbf{L} . Cela est dû à un découplage plus important des composantes du torseur cinématique lorsque $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ est utilisée.

Les trajectoires des coniques, issues de la projection des droites 3D, dans l'espace image sont difficilement interprétables. Nous donnons, à titre d'exemple, le profil de ces trajectoires lorsque la matrice de combinaison $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ est utilisée (voir figure 5.26).

5.1.3.2 AV2D : Rotation pure

Les résultats obtenus pour \mathbf{L} , \mathbf{L}^* et $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ sont donnés par les figures 5.27, 5.28 et 5.29 respectivement. Dans le premier cas où la matrice d'interaction est calculée à chaque itération, nous constatons un pic au niveau de la commande (vitesses de translation et de rotation). La matrice d'interaction passe alors par une configuration où son conditionnement chute. Ce problème peut être résolu en utilisant la matrice d'interaction à l'équilibre. Cependant, et comme nous l'avons montré précédemment, lors d'un grand déplacement, la matrice d'interaction à l'équilibre ne garantit plus la faisabilité de la tâche de positionnement. La matrice de combinaison $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ peut alors être utilisée pour contourner les problèmes numériques. Notons que pour ce déplacement (rotation pure de 180 degrés autour de l'axe optique), la tâche de positionnement est bien réalisée, mais sans aucune garantie pour d'autres déplacements.

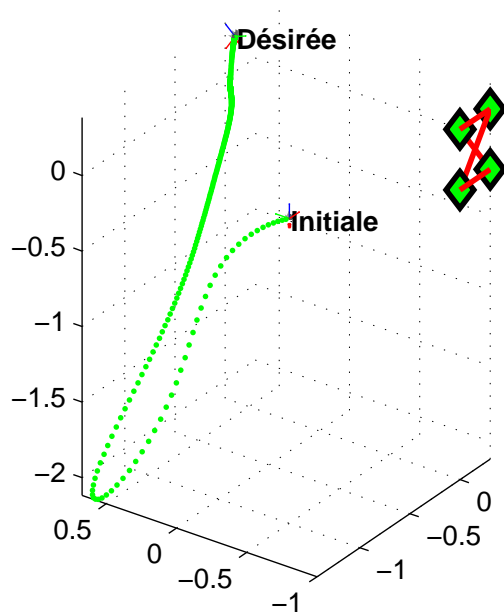
5.1.3.3 AV2D : Translation pure

Quand le déplacement considéré est une translation pure, les résultats sont donnés par les figures 5.30 et 5.31 pour \mathbf{L} et \mathbf{L}^* respectivement. Cela peut s'expliquer par le choix des primitives. En effet, la matrice d'interaction relative aux droites montrent un couplage moins importants des composantes de translation et de rotation que celle relative aux points.

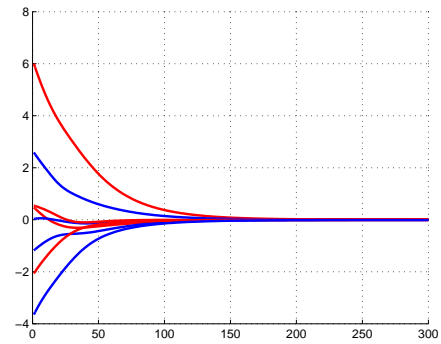
5.1.3.4 Résumé

Nous avons présenté les différents résultats de simulation pour le schéma d'asservissement visuel 2D à partir de droites. Les résultats obtenus confirment la validité de l'approche proposée et montrent un découplage partiel entre les vitesses de translation et de rotation. Le choix des droites comme primitives visuelles s'avère donc intéressant lorsque l'on cherche à découpler les commandes des différents degrés de liberté.

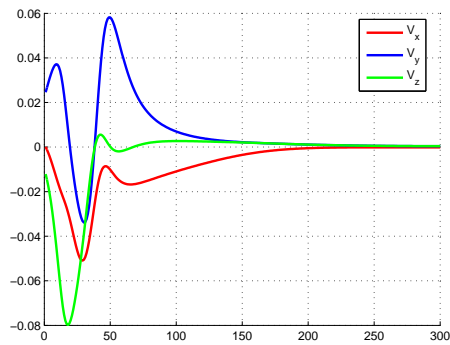
Dans la suite, nous présentons les résultats de simulation concernant l'asservissement visuel découplé.



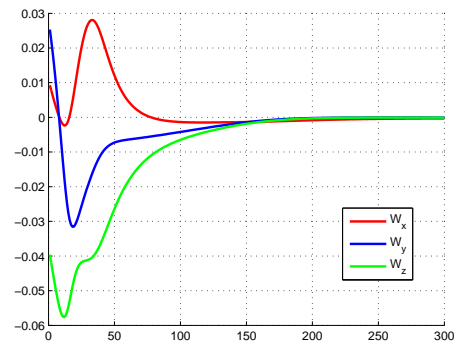
Trajectoire 3D (en mètre)



erreur dans l'image



vitesses de translation (m/s)



vitesses de rotation(rad/s)

FIG. 5.23: AV2D cas des droites, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : générique.

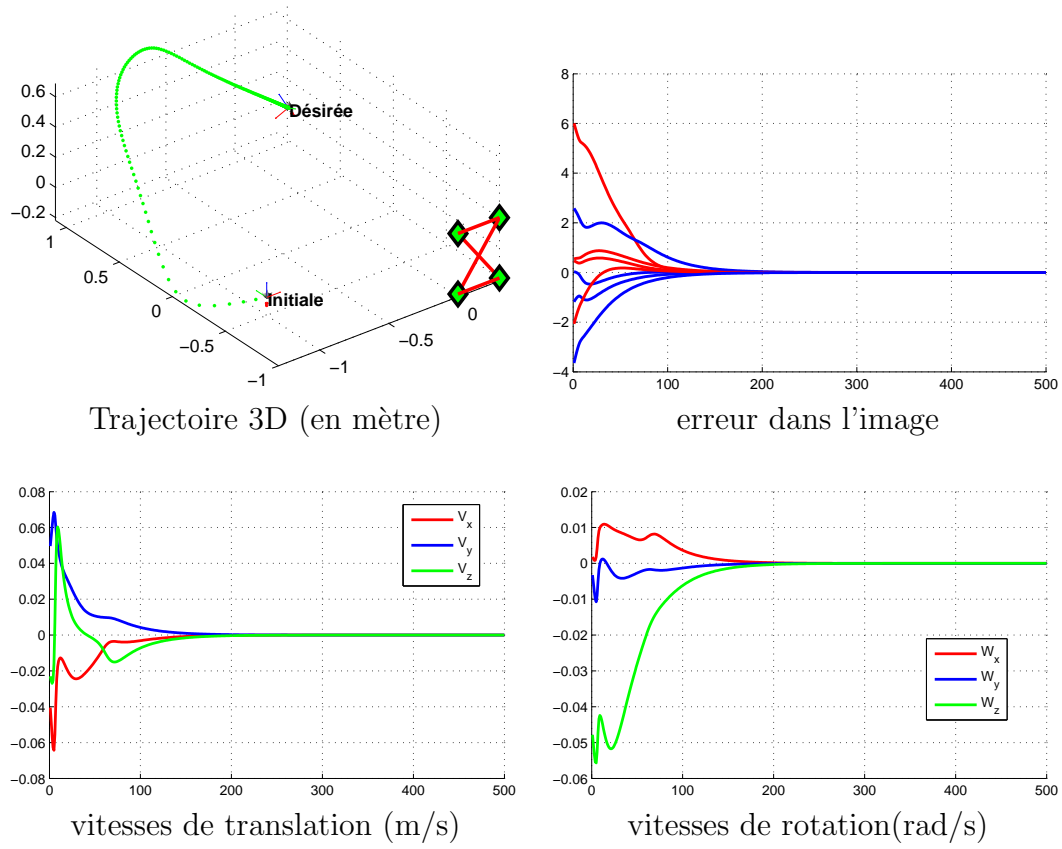


FIG. 5.24: AV2D cas des droites, matrice d'interaction : demi-somme, déplacement : générique.

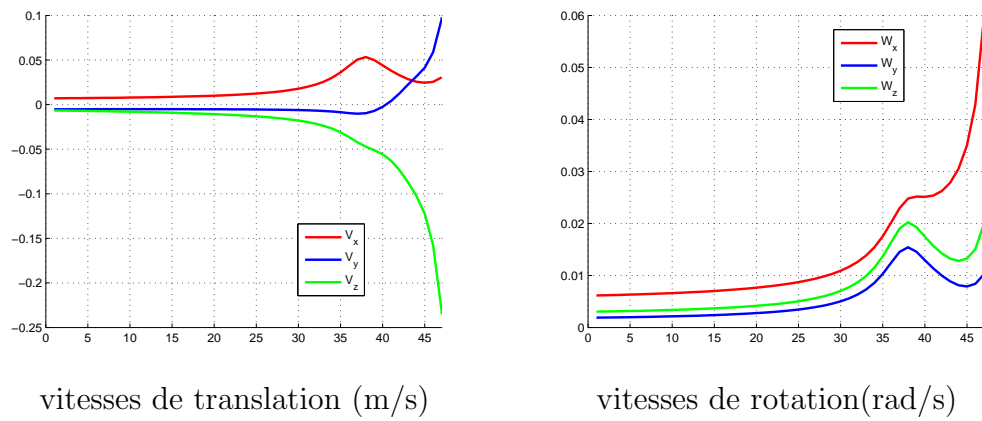


FIG. 5.25: AV2D cas des droites, matrice d'interaction : à l'équilibre, déplacement : générique.

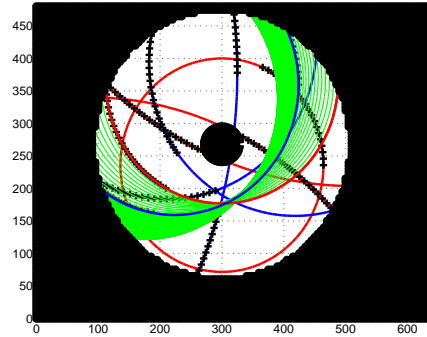


FIG. 5.26: Trajectoire des coniques dans l'image pour un déplacement générique.

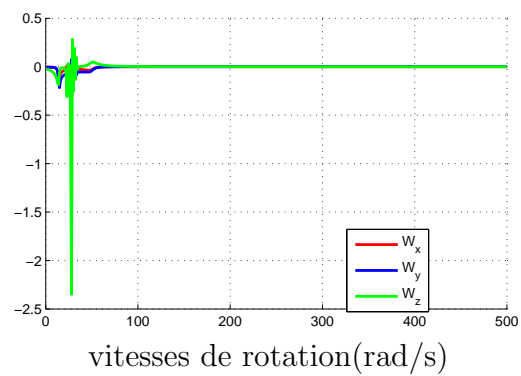
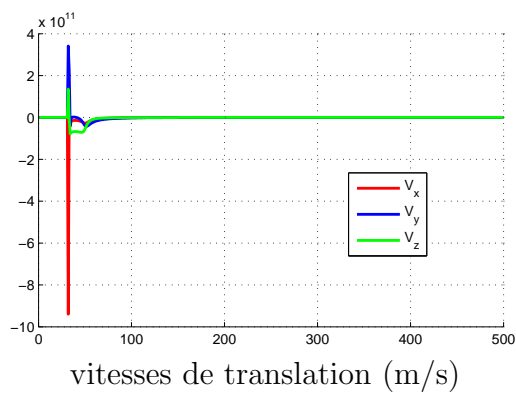
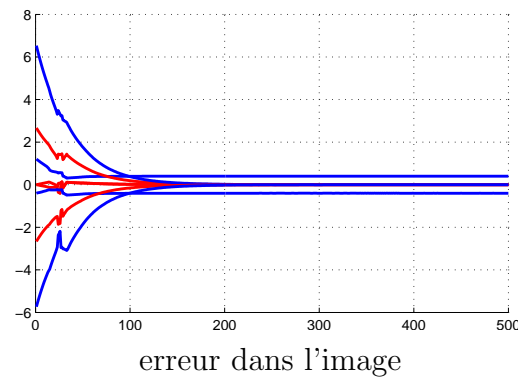


FIG. 5.27: AV2D cas des droites, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : rotation.

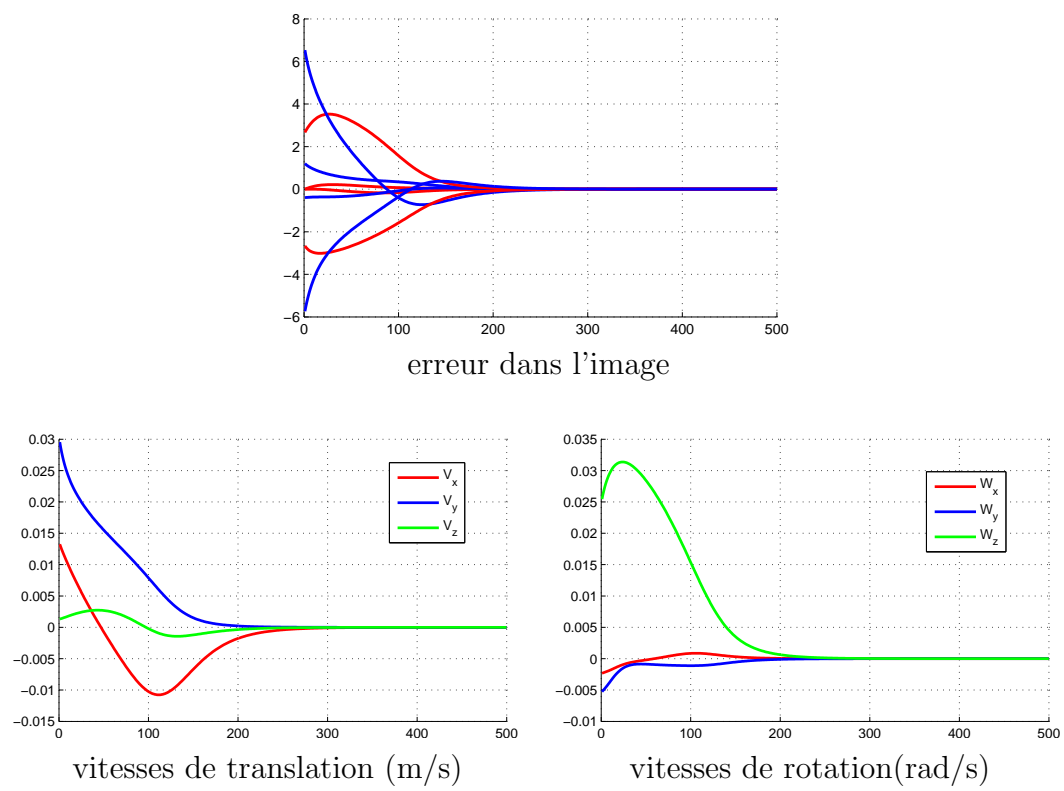


FIG. 5.28: AV2D cas des droites, matrice d'interaction : à l'équilibre, déplacement : rotation.

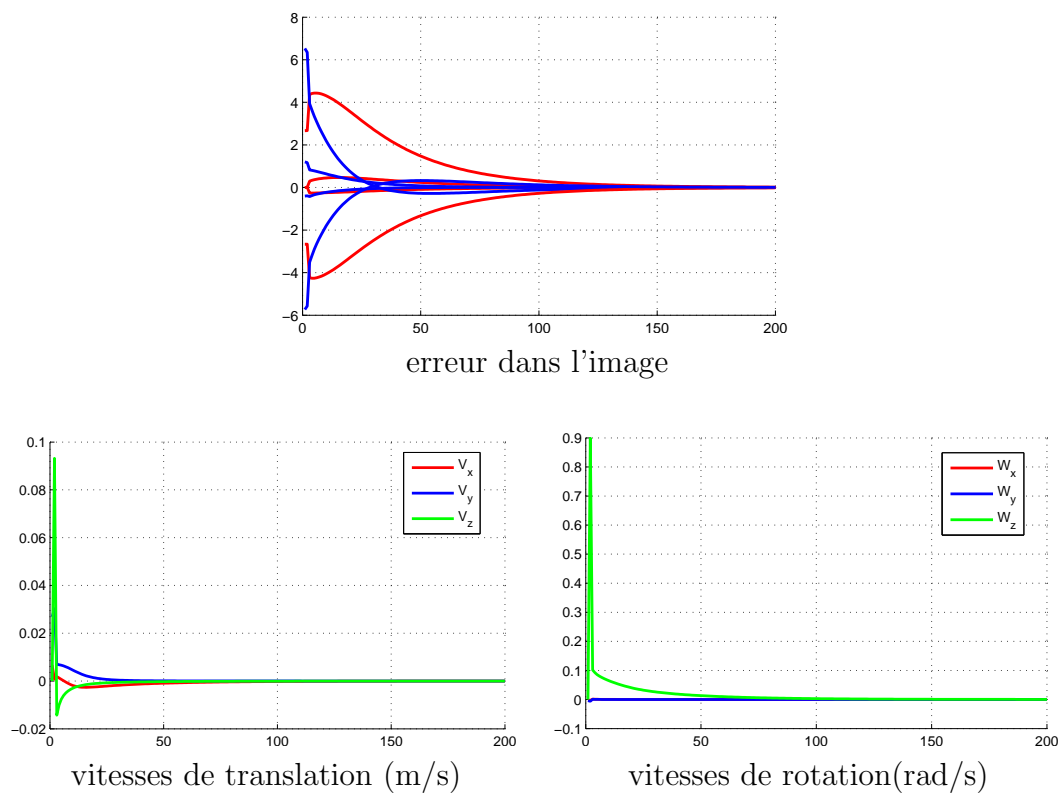


FIG. 5.29: AV2D cas des droites, matrice d'interaction : demi-somme, déplacement : rotation.

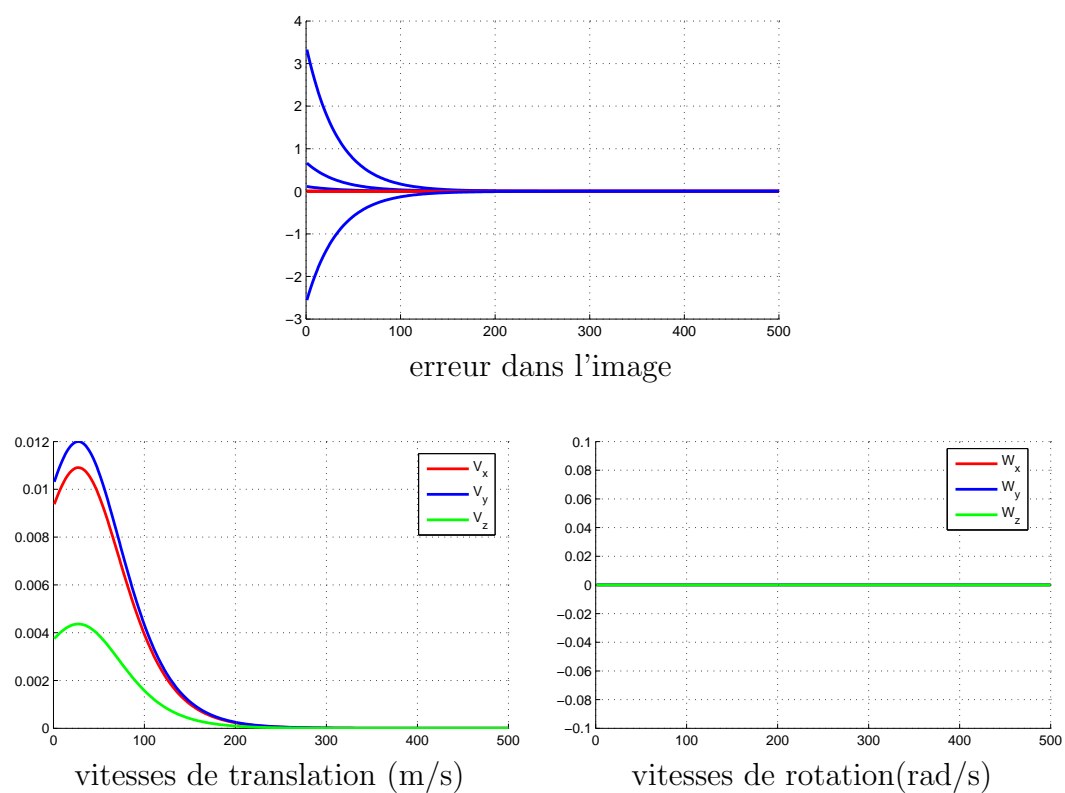


FIG. 5.30: AV2D cas des droites, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : translation.

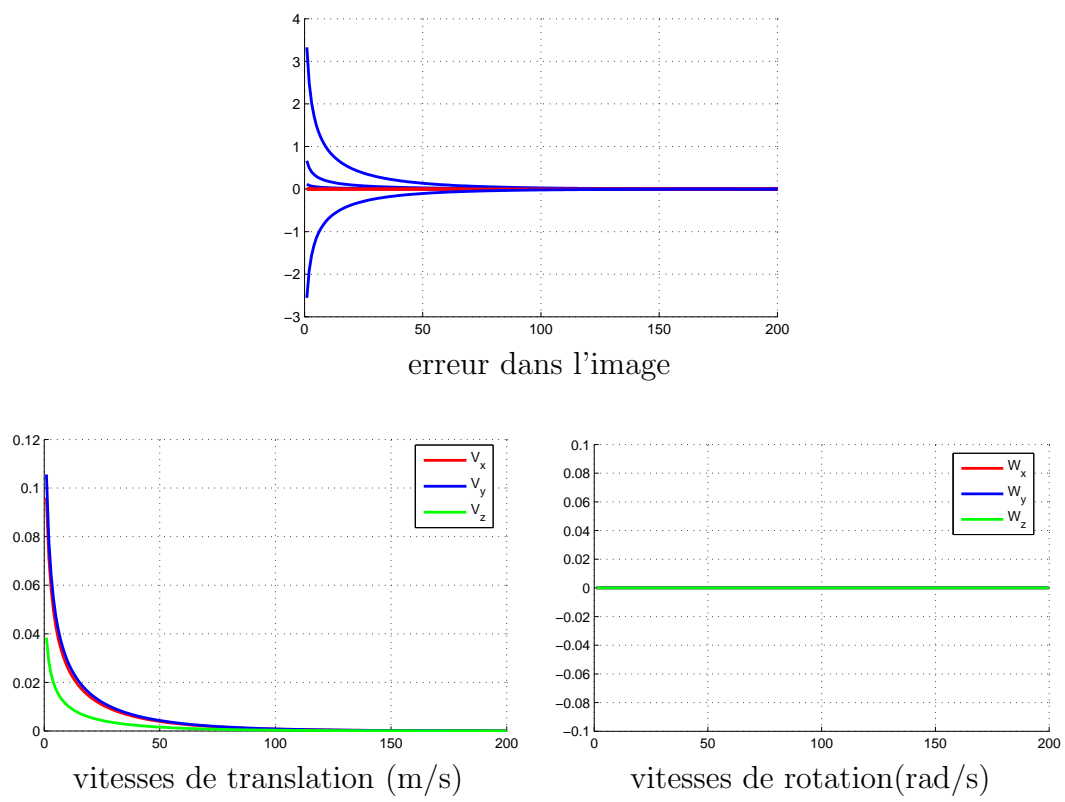


FIG. 5.31: AV2D cas des droites, matrice d'interaction : demi-somme, déplacement : translation.

5.1.3.5 AVDécoup : Déplacement générique

Dans le cas d'un déplacement générique, les résultats obtenus sont données par la figure 5.32. Comme il est montré sur les figures représentant les erreurs, l'annulation des erreurs des rapports de profondeur σ_k des droites et des erreurs d'orientation \mathbf{u}_θ attestent la réussite de la tâche. Cela est confirmé par le profil de la trajectoire 3D de la caméra. Les commandes des vitesses de translation et de rotation sont complètement découplées. Afin de mieux illustrer ce découplage, nous avons effectué des simulations pour des déplacement en rotation pure et en translation pure.

Notons que les vitesses de translation sont couplées entre elles. Il est donc possible d'utiliser la matrice d'interaction $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$ afin de réduire cet effet de couplage. Cela est confirmé par le profil de la trajectoire 3D de la caméra et les vitesses de translation (voir figure 5.33).

5.1.3.6 AVDécoup : Rotation pure

Les résultats concernant un déplacement en rotation pure de 180 degrés autour de l'axe optique de la caméra, sont donnés par la figure 5.34. Comme le montrent les profils des vitesses de translation et de rotation, le mouvement réalisé est une rotation pure autour l'axe Z du repère caméra (ou miroir). Aucune translation de la caméra n'est observée.

5.1.3.7 AVDécoup : Translation pure

Nous présentons maintenant les résultats de simulation pour un déplacement en translation pure. Comme le montre les différentes courbes dans la figure 5.35, les vitesses de translation sont complètement découplées des vitesses de rotation. En effet, comme attendu, les vitesses de rotation sont nulles. La trajectoire 3D montre que la tâche de positionnement est correctement réalisée.

Les mouvements en translation peuvent être améliorés en utilisant la matrice d'interaction $\frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^*)$. En effet, le couplage entre les composantes de translation est réduit. Cela est confirmé par les profils des vitesses de translation et la trajectoire 3D de la caméra (voir figure 5.36)

5.1.3.8 Résumé

Nous avons donc montré la validité et le découplage souhaité de la commande en asservissement visuel à partir de droites. Les résultats obtenus seront validés par des expérimentations sur un robot cartésien à six degrés de liberté.

Nous présentons dans la suite, les limites de la robustesse des deux techniques AV2D et AVDécoup vis-à-vis d'erreurs d'étalonnage, de bruits de mesure et d'erreurs sur les paramètres 3D utilisés dans l'estimation des matrices d'interaction.

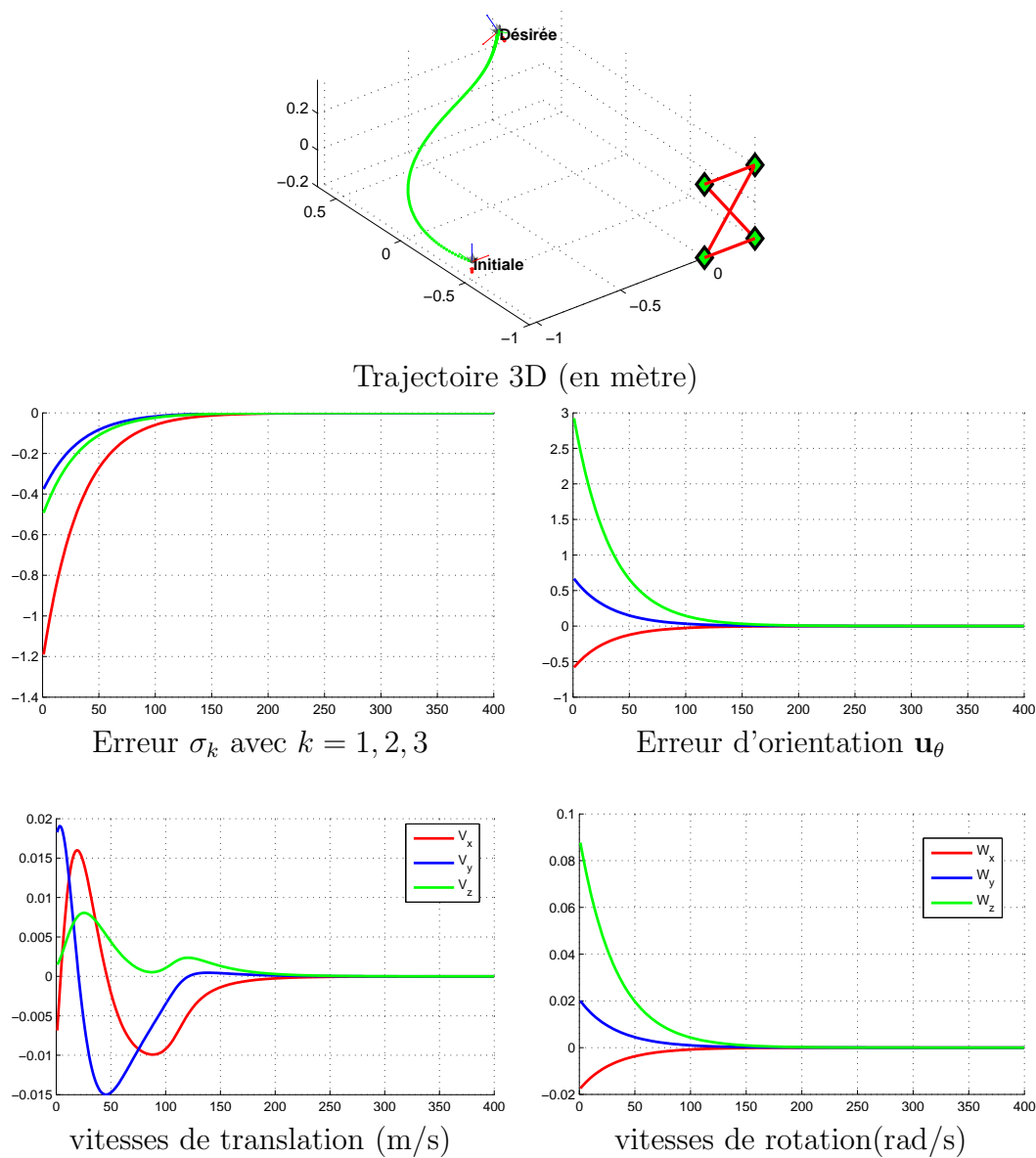


FIG. 5.32: AVDécouplage cas des droites, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : générique.

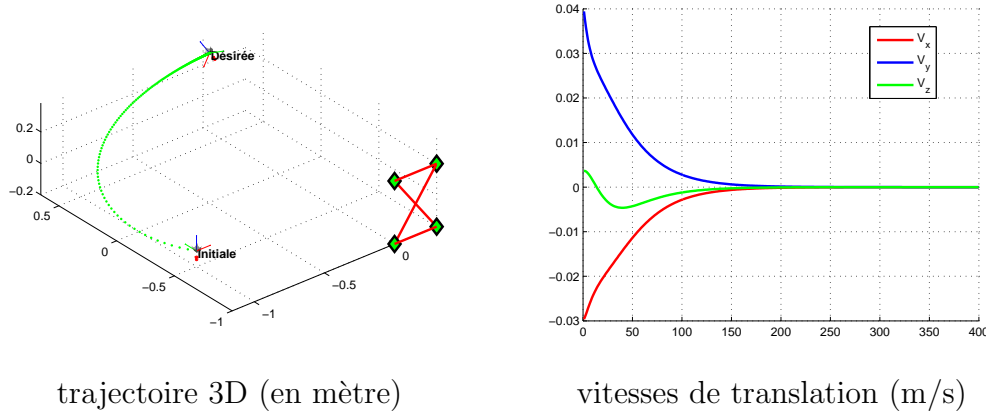


FIG. 5.33: AVDécoup cas des droites, matrice d'interaction : demi-somme, déplacement : générique.

5.1.4 Effets des bruits de mesure, d'erreurs d'étalonnage et des paramètres 3D

Afin de vérifier la robustesse des approches proposées lorsque des droites sont utilisées, vis-à-vis des éventuelles erreurs d'étalonnage, de bruits de mesure et d'erreurs sur les paramètres 3D estimés et utilisés pour le calcul des matrices d'interaction, nous avons effectué plusieurs simulations dont les résultats sont récapitulés sous la forme de tableaux indiquant si la tâche a été ou pas réalisée avec succès.

Afin de simuler le bruit de mesure lorsque des droites 3D sont projetées dans l'image catadioptrique, nous avons considéré des pixels carrés, les images des droites sont alors des cercles. Nous utilisons la même stratégie que dans les simulations présentées dans le chapitre 3. Nous rappelons ici la procédure :

- le cercle Ω_i issu de la projection para-catadioptrique d'une droite 3D sur l'image catadioptrique est échantillonné avec un pas de 10 pixels, sur un angle de $\pi/4$ radian par rapport au centre du cercle Ω_i ;
- nous ajoutons un bruit aléatoire de distribution uniforme et de variance comprise entre 0 et 2 pixels sur chaque point obtenu après échantillonnage. Le bruit est ajouté le long de la direction de la normale à la tangente du cercle au point considéré ;
- nous appliquons un lissage 3D robuste sur les points bruités en utilisant les paramètres d'étalonnage (exact \mathbf{K} ou erronés $\hat{\mathbf{K}}$) et le paramètre $\hat{\xi}$ (exact ou erroné). La méthode du lissage 3D est présentée dans l'annexe C. Le résultat du lissage est un cercle bruité.

Lorsqu'un calcul de la matrice d'homographie (ou de collinéation en pixel) est nécessaire, la droite polaire de chaque conique $\hat{\Omega}_i$ est obtenue en utilisant le point principal estimé avec trois droites (voir la section 3.4).

Il est clair que le calcul des matrices d'interaction dans les deux schémas de

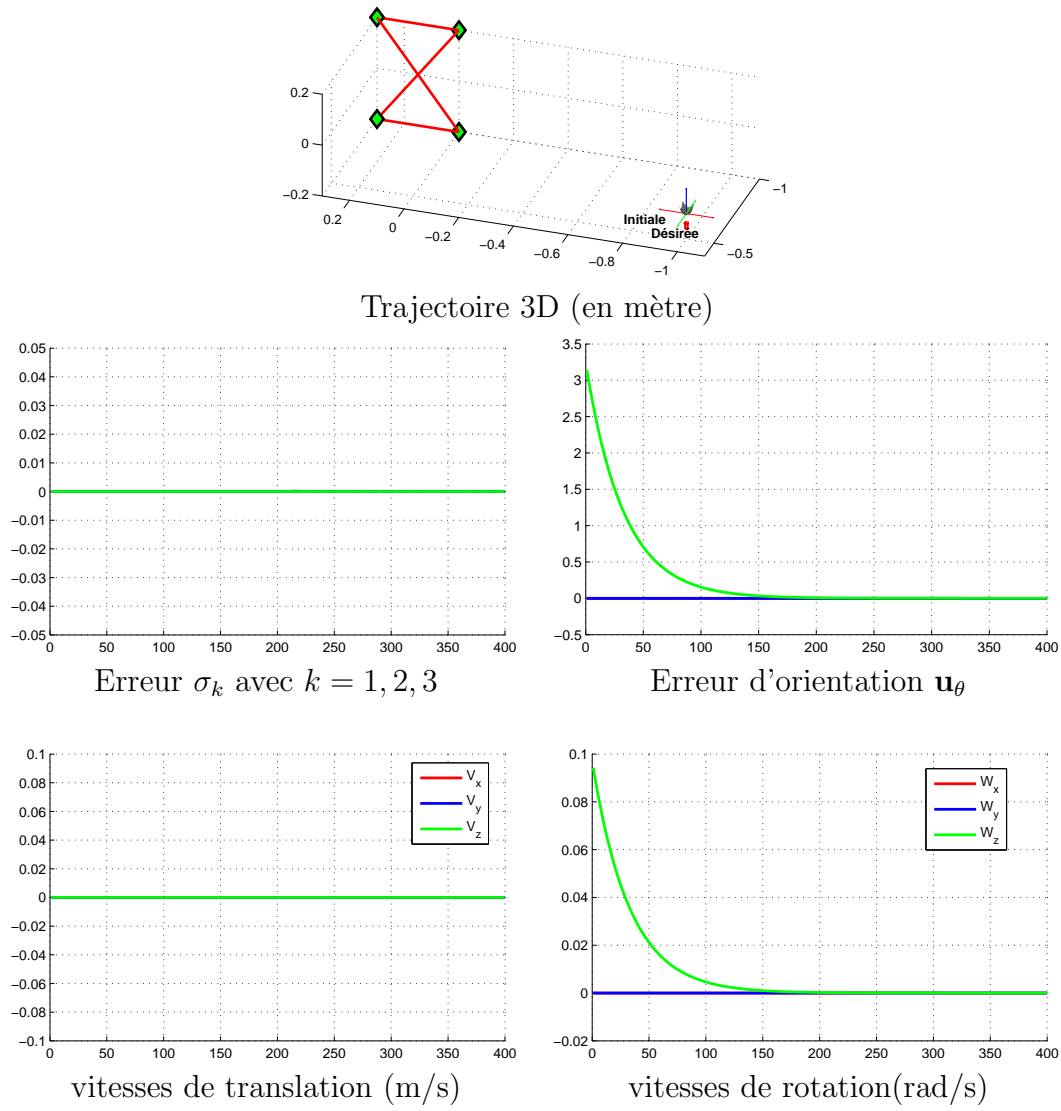


FIG. 5.34: AV2Ddécouplé cas des droites, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : rotation.

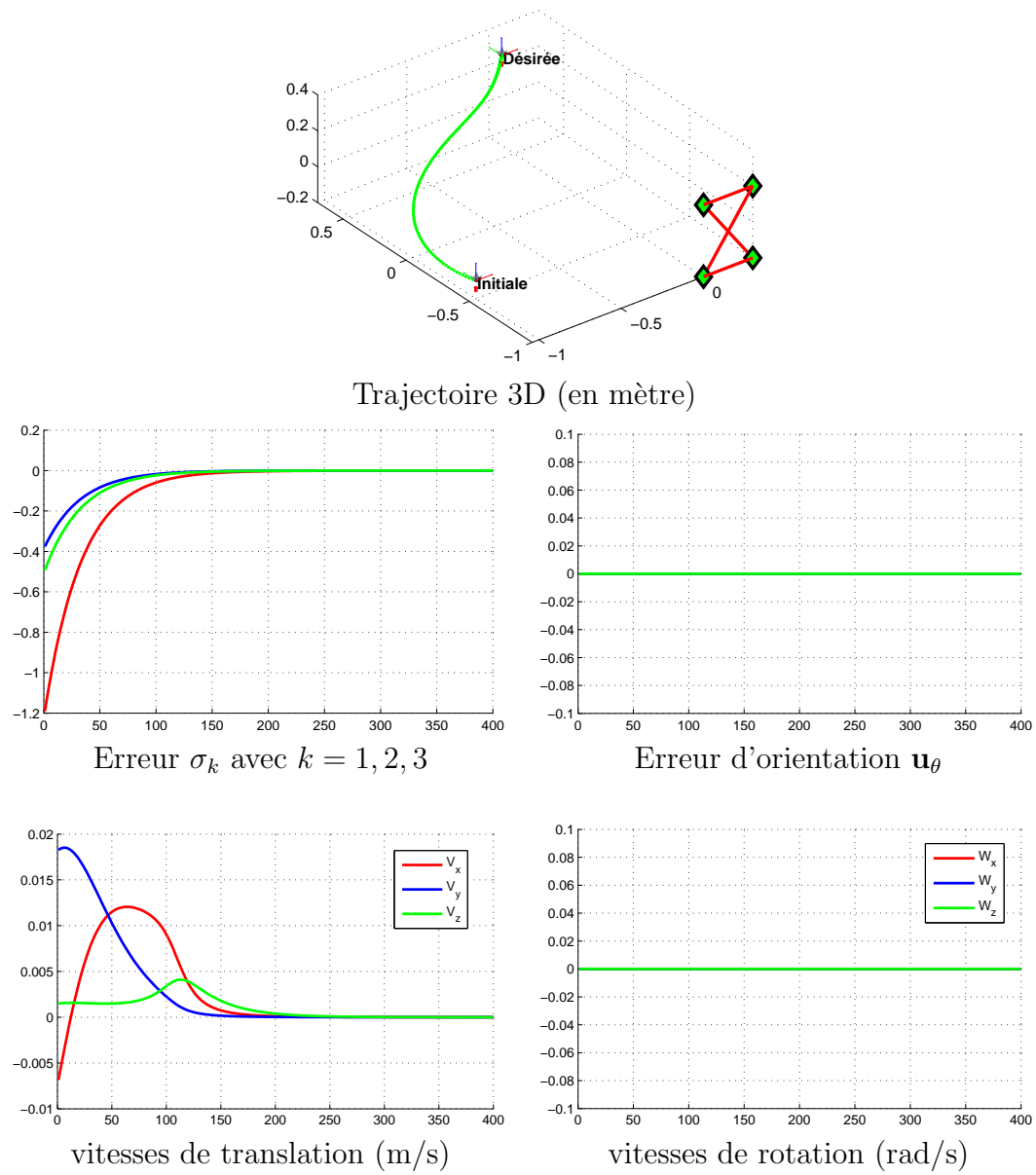


FIG. 5.35: AV2Ddécouplé cas des droites, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : translation.

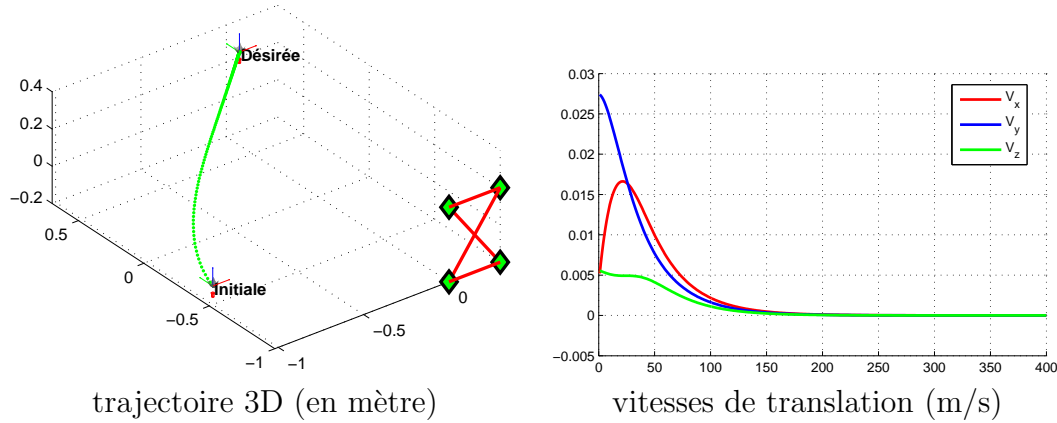


FIG. 5.36: AVDécoup cas des droites, matrice d'interaction : demi-somme, déplacement : translation pure.

commande proposés dans le chapitre précédent, nécessite une estimation des vecteurs directeurs de chaque droite 3D considérée. Afin de simuler cette estimation, nous avons effectué des rotations sur ces directions. Dans ces simulations, nous avons considéré trois cas :

- des vecteurs directeurs exacts,
- une rotation de 3 degrés sur chaque axe des vecteurs directeurs réels,
- et enfin, une rotation de 7 degrés sur chaque axe des vecteurs directeurs réels.

Dans un premier temps, nous analyserons la robustesse de la commande 2D avec une matrice d'interaction calculée à chaque itération. Dans ce cas, les profondeurs h_k où k est la k^{eme} droite (ou conique) dans l'image, sont estimées à chaque itération. Le premier tableau illustre les limites de convergence lorsque des bruits de mesure, des erreurs de profondeur et des erreurs sur les directions des droites sont introduits. L'étalonnage dans ce cas est considéré exact. Dans les tableaux présentés **O** indique que la tâche a convergé et **N** indique que la tâche n'a pas convergée. Le premier caractère correspond à l'utilisation des vecteurs directeurs exacts, le deuxième et le troisième correspondent aux cas où une rotation de 3 degrés et 7 degrés (resp.) autour de chaque axe sont appliquées aux vecteurs directeurs réels.

5.1.4.1 AV2D

Nous remarquons sur le tableau 5.7 que sans bruit de mesure, l'asservissement visuel 2D converge malgré des erreurs importantes sur l'estimation des profondeurs et sur les vecteurs directeurs des droites 3D. En revanche, lorsque les coniques sont extraites en présence de bruits de mesure, la tolérance sur l'estimation des profondeurs h_k diminue.

Lorsque les paramètres d'étalonnage de la caméra catadioptrique sont erronés (+10% sur les focales réelle f_u et f_v , ± 2 pixels sur les coordonnées du point principal et $\hat{\xi} = 0.9$ au lieu de 1), le domaine de convergence reste acceptable (voir tableau

variance \ \hat{h}_k	+0%	+10%	+20%	+30%	+50%	+100%	+150%
0 pixel	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O
1 pixel	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O	N N N
2 pixels	O O O	O O O	O O O	O O O	O O N	N N N	N N N

TAB. 5.7: AV2D : Effet d'erreurs d'estimation et des bruits de mesure, étalonnage exact

variance \ \hat{h}_k	+0%	+10%	+20%	+30%	+50%	+100%	+150%
0 pixel	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O
1 pixel	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O	O N N	N N N
2 pixels	O O O	O O O	O O O	O O N	O N N	N N N	N N N

TAB. 5.8: AV2D : Effet d'erreurs d'estimation et des bruits de mesure, étalonnage erroné

5.8). Nous constatons que lorsque le bruit de mesure est de variance égale à 2 pixels et les vecteurs directeurs sont erronés, l'estimation des profondeurs doit être précise (moins de 30% des valeurs réelles).

5.1.4.2 AVDécoup

Dans le cas de la commande découplée, les mêmes conditions que précédemment sont considérées. Les résultats sont illustrés dans les tableaux 5.9 et 5.10. Dans ce cas, seules les profondeurs des droites à l'équilibre sont à estimer.

variance \ \hat{h}_k^*	+0%	+10%	+20%	+30%	+50%	+100%	+150%
0 pixel	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O
1 pixel	O O O	O O O	O O O	O O O	N N N	N N N	N N N
2 pixels	O O O	O O O	O O O	N N N	N N N	N N N	N N N

TAB. 5.9: AV2Ddécouplé : Effet d'erreurs d'estimation et des bruits de mesure, étalonnage exact

Nous constatons après ces simulations que la commande est relativement sensible aux bruits de mesure et aux erreurs sur les directions des droites 3D. Cela était prévisible car l'estimation des rapports de profondeur utilise un produit vectoriel entre le vecteur normal au plan de référence et les droites polaires (voir équation (3.57)) et l'estimation partiel du déplacement (à travers la matrice d'homographie estimée linéairement). Enfin, ces résultats montrent que la convergence de la commande découplée et un bon comportement du système dépendent de la précision de l'étalonnage et des estimations des paramètres 3D.

variance \ \hat{h}_k	+0%	+10%	+20%	+30%	+50%	+100%	+150%
0 pixel	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O	O O O
1 pixel	O O O	O O O	O O O	O N N	N N N	N N N	N N N
2 pixels	O O O	O O O	O N N	N N N	N N N	N N N	N N N

TAB. 5.10: AV2Ddécouplé : Effet d’erreurs d’estimation et des bruits de mesure, étalonnage erroné

5.2 Résultats expérimentaux

Nous présentons dans cette dernière partie les différents résultats expérimentaux pour une tâche de positionnement utilisant les lois de commande proposées dans le chapitre précédent, et validées en simulation dans la première partie de ce chapitre.

5.2.1 Conditions expérimentales

Les différentes techniques d’asservissement visuel que nous avons proposées ont été testées sur la plate-forme robotique du LASMEA, constituée d’un robot cartésien AFMA à six degrés de liberté. Nous avons adopté la configuration caméra déportée pour des raisons techniques (voir Figure 5.37). La caméra utilisée est une caméra para-catadioptrique qui fournit des images de taille 480×640 pixels (notons que cette résolution est relativement faible). Les paramètres de cette caméra ne sont pas fournis par le constructeur. Nous avons donc étalonné le capteur en utilisant la librairie *Omnidirectional Calibration Toolbox* développée sous Matlab par Mei et al. [Mei 06]. Les paramètres obtenus sont alors : $\alpha_u = \alpha_v = 161$, $\alpha_{uv} = 0$ et les coordonnées du point principal sont $[300 \ 269]^T$ pixels. Comme le capteur est para-catadioptrique, nous avons fixé le paramètre ξ à 1.

Pour toute implementation d’une commande de robot par asservissement visuel, l’étalonnage caméra/effecteur (dans une configuration *eye-in-hand*), ou caméra / base du robot (dans une configuration *eye-to-hand*) s’avère indispensable. Dans nos expérimentations, nous avons adopté la deuxième configuration (*eye-to-hand*). Dans ce cas, la caméra catadioptrique est rigidement liée à la base du robot et observe une cible rigidement liée à l’effecteur (voir figure 5.37). Les lois de commande proposées dans le chapitre précédent ont été définies dans le repère caméra. Or, les commandes envoyées au robot doivent être définies dans un repère rigidement lié à l’effecteur. Un étalonnage caméra/base du robot est alors nécessaire.

Plusieurs méthodes d’étalonnage robot/caméra sont proposées dans la littérature. A notre connaissance, aucune méthode n’a été adaptée au cas d’une caméra omnidirectionnelle. Pour cette raison, nous avons étalonné le système robot/caméra en effectuant des mesures approximatives à la main. Comme nous le verrons dans la suite, le succès des différentes tâches de positionnement n’a pas été compromis par cet étalonnage très grossier. Cependant, un couplage entre les

différentes composantes du torseur cinématique pourra être observé même dans le cas des AVDécoup.

La cible observée par la caméra catadioptrique est un plan composé d'un ensemble de disques blancs imprimés sur un fond noir. La cible est fixée sur l'effecteur du robot (voir Figure 5.37). Lorsque des primitives visuelles de type point sont utilisées, le choix naturel est de considérer le centre de gravité de chaque disque de la cible. Pour cela, nous avons utilisé la librairie VISP (Visual Servoing Platform) de l'équipe LAGADIC/IRISA, développée par Marchand et al. [Marchand 05] pour le suivi et l'extraction du centre de gravité des disques.

Dans ce chapitre, nous nous limitons à un déplacement important de l'effecteur par rapport à la caméra. Des résultats expérimentaux pour des déplacements moins importants sont présentés dans l'annexe E. Le déplacement effectué dans ces expérimentations est composé d'une translation $\mathbf{t} = [-10 \ -80 \ 60]^\top$ cm et d'une rotation $\mathbf{u}_\theta = [0 \ 0 \ 100]^\top$ degrés. Nous avons considéré ce déplacement afin de souligner les limites des asservissements visuels 2D. En effet, le couplage entre les vitesses de translation et de rotation peut être pénalisant lors de la tâche de positionnement. Par exemple, nous montrons qu'un tel déplacement nécessite des translations importantes le long de l'axe Z du robot qui peut alors atteindre ses butées articulaires. En revanche, nos approches découplées permettent de contourner ce problème.

Les matrices d'interaction utilisées sont calculées à chaque itération. Des résultats utilisant la matrice d'interaction à l'équilibre sont présentés dans l'annexe E.

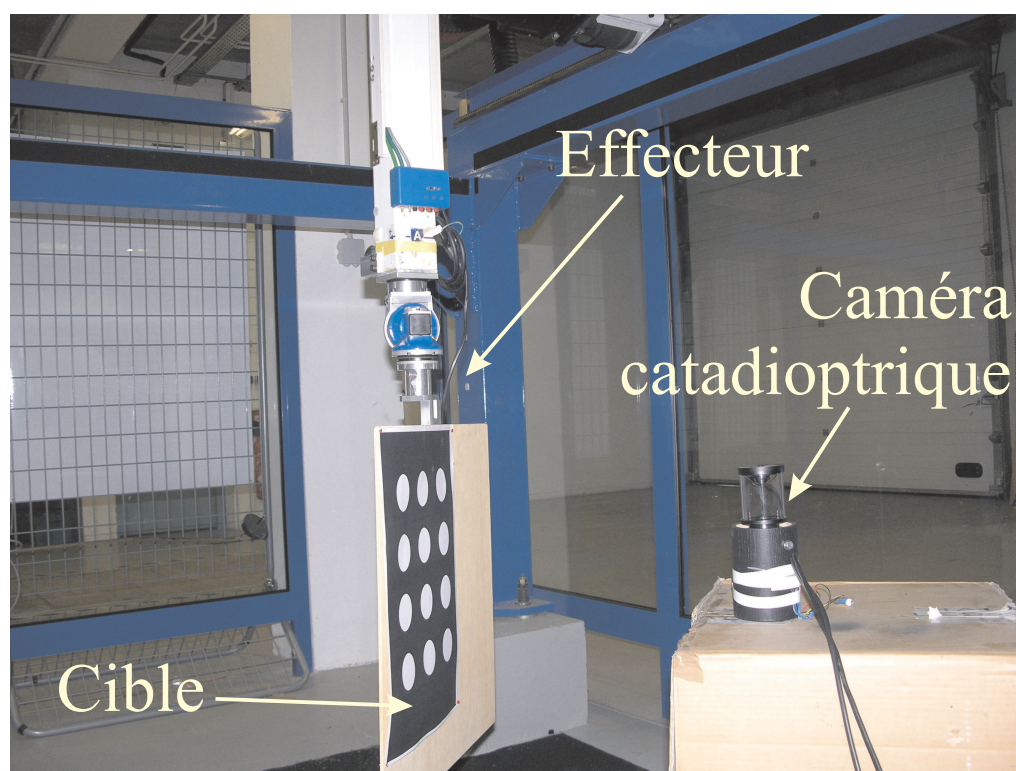


FIG. 5.37: Configuration expérimentale : caméra déportée.

5.2.2 Asservissement visuel catadioptrique à partir de points

Nous considérons dans la première partie, des primitives visuelles de type point. Comme nous l'avons mentionné précédemment, les centres de gravité des disques blancs de la cible sont extraits et suivis de l'image catadioptrique. Les coordonnées normalisées des points sont obtenues à partir de l'étalonnage de la caméra catadioptrique.

Dans le cas d'une commande AV2D à partir des points, les résultats illustrés dans la figure 5.38 montrent que la commande conduit les points à suivre des trajectoires quasiment (en raison des erreurs sur les modèles utilisés) rectilignes. Cela induit des mouvements le long de l'axe Z du robot. Ces déplacements indésirables amènent le robot sur ses butées articulaires, ce qui stoppe la tâche.

Nous remarquons le même problème lorsque une commande AV2D1/2 est utilisée. En effet, le contrôle de la translation par un point image (la trajectoire de ce point est tracée en jaune sur la figure 5.39) engendre des déplacements du même type que ceux observés dans le cas de la commande AV2D. Comme le montre la figure 5.39, l'asservissement est arrêté lorsque le robot atteint une butée articulaire.

Enfin, ce type de déplacement peut être effectué avec succès en utilisant l'AVDécoup. Comme le montre la figure 5.40, les points dans l'image atteignent leurs positions souhaitées. Les erreurs de profondeurs des trois points choisis ainsi que l'erreur d'orientation s'annulent. Cela confirme que la tâche de positionnement est bien réalisée.

5.2.3 Asservissement visuel catadioptrique à partir de droites

Dans cette partie, nous validons les approches de commande relatives à des primitives de types droites. Afin de réaliser correctement des commandes en asservissement visuel à partir de droites, il est nécessaire de suivre ces droites dans l'image. Or, l'image catadioptrique d'une droite est une conique (ou un cercle dans le cas de notre capteur omnidirectionnelle). Un suivi de conique dans l'image s'avère indispensable. Cependant, les algorithmes de suivi de conique à notre disposition sont instables. Pour cette raison, nous avons considéré des droites passant par les centres de chaque disque de la cible utilisée dans le cas des points. A partir de trois points colinéaires, nous estimons la conique associée à la droite contenant les trois points. Cela nous permettra de valider nos approches.

Pour une commande AV2D en utilisant les droites, les résultats obtenus sont donnés par la figure 5.41. Notons que quatre droites sont utilisées lors de l'asservissement. Seules les trajectoires de deux droites sont présentées. L'annulation des erreurs sur les coefficients des quatres coniques considérées confirme que la tâche de positionnement est bien réalisée. Nous constatons que le couplage des vitesses de translation et de rotation est plus faible que lorsque des points sont utilisés. La tâche

est alors bien réalisée sans atteindre les butées articulaires du robot. Nous remarquons également que les mouvements en rotation sont couplés (seule une rotation de 100 degrés autour de l'axe Z de la caméra est considérée dans le déplacement initial).

Les résultats obtenus avec l'AVDécoup sont illustrés par la figure 5.42. Pour estimer les vecteurs directeurs des droites, nous avons simplement fixé une valeur initiale approximative mise à jour durant le déplacement en utilisant le modèle géométrique du robot. Les profondeurs h_k^* ont également été fixés approximativement (notons que la convergence est peu sensible à ce choix).

Comme nous le constatons, la composante de rotation autour de l'axe Z est plus importante. On observe également que les deux autres composantes apparaissent faiblement. Cela peut-être expliqué par l'étalonnage très grossier du passage caméra-effecteur. Cependant, un découplage intéressant est tout de même assuré.

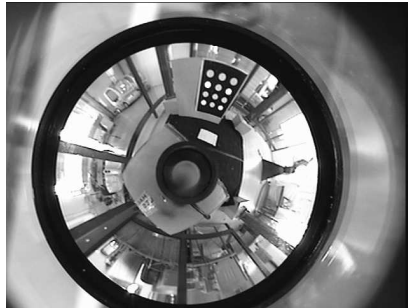


image initiale

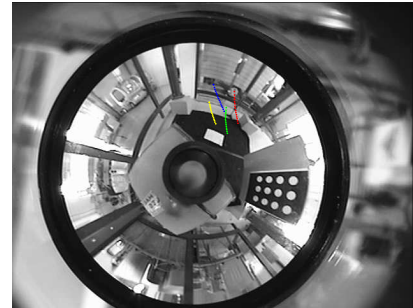
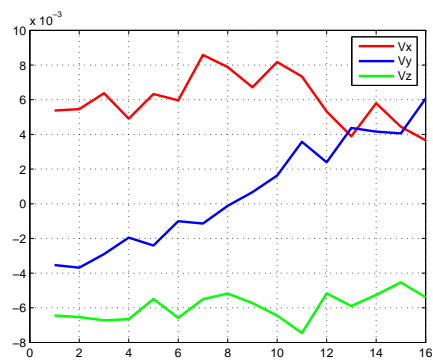
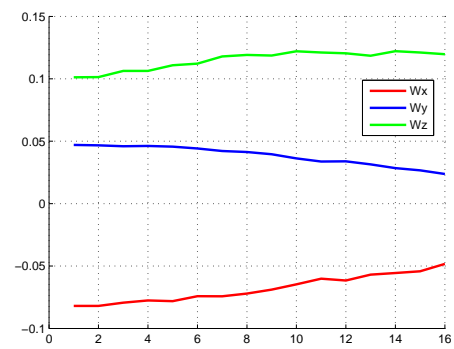


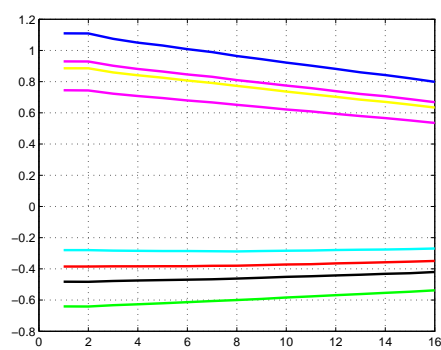
image désirée et trajectoire



vitesses de translation (m/s)



vitesses de rotation (rad/s)



erreur sur les coordonnées des points

FIG. 5.38: AV2D point.

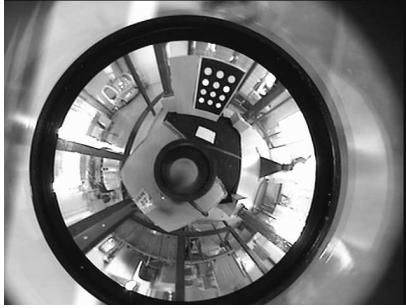


image initiale

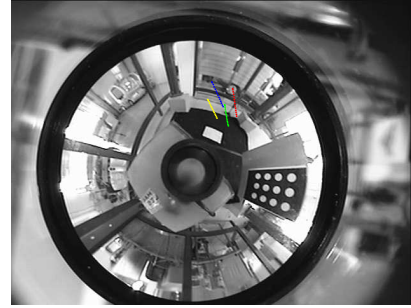
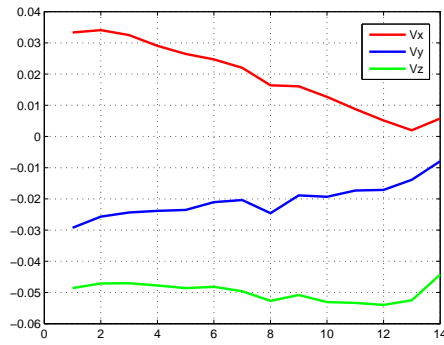
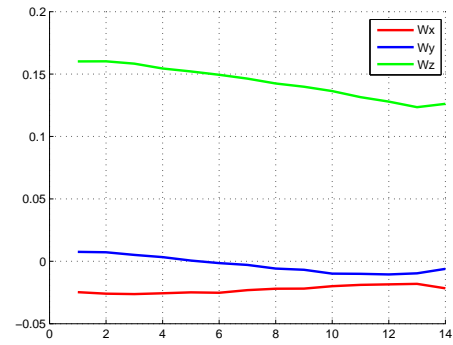


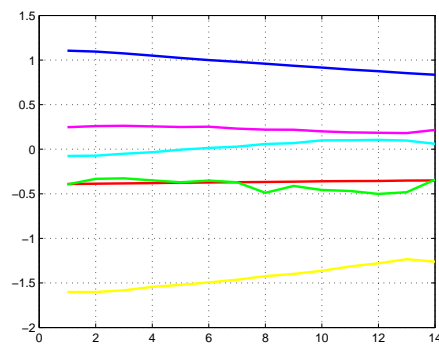
image désirée et trajectoire



vitesses de translation (m/s)



vitesses de rotation (rad/s)



erreur sur les coordonnées du point de contrôle, $\log(\rho/\rho^*)$ et l'erreur d'orientation \mathbf{u}_θ

FIG. 5.39: AV2D1/2 point.

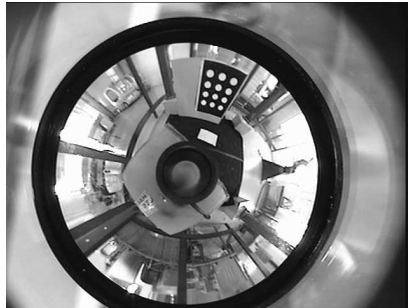


image initiale

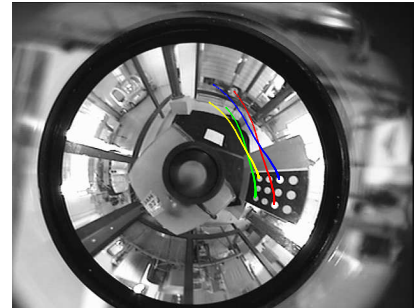
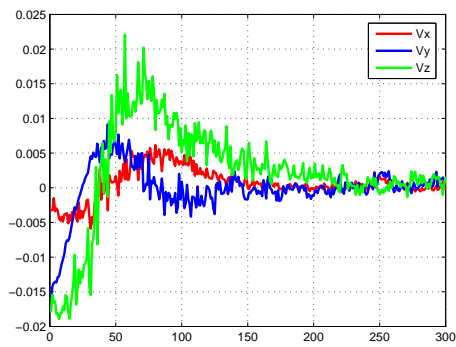
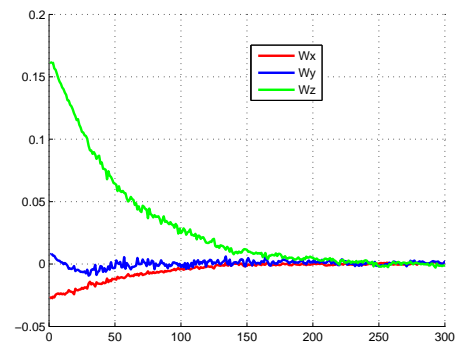


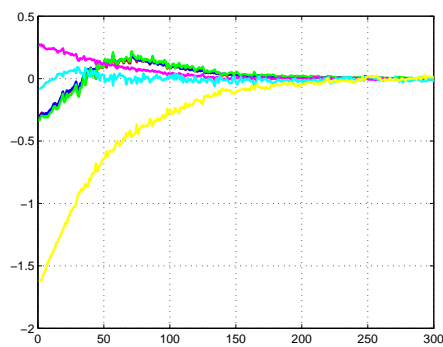
image désirée et trajectoire



vitesses de translation (m/s)



vitesses de rotation (rad/s)



$\log(\rho_k/\rho_k^*)$ et l'erreur d'orientation \mathbf{u}_θ

FIG. 5.40: AVDécoup point.



image initiale

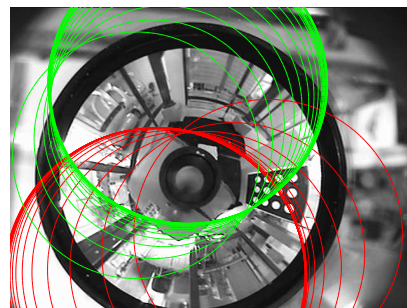
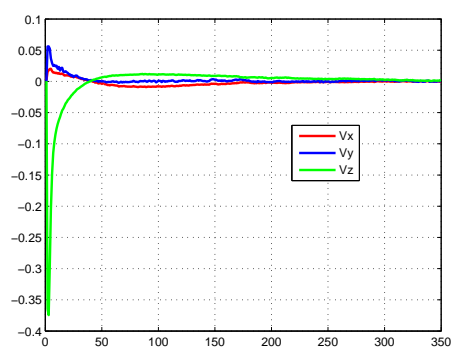
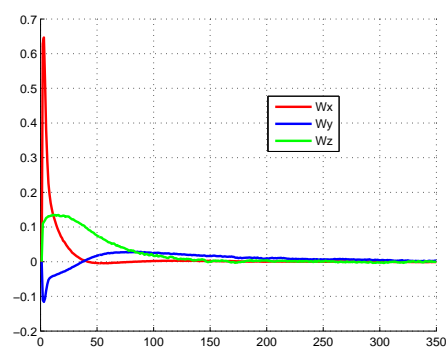


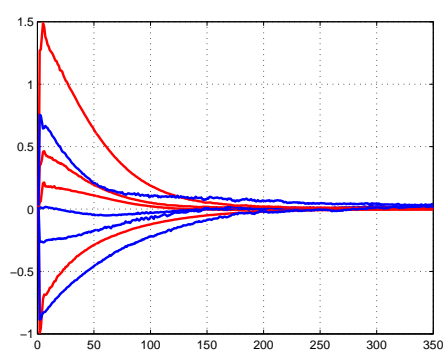
image désirée et trajectoire



vitesses de translation (m/s)



vitesses de rotation (rad/s)



erreur sur les coefficients des coniques

FIG. 5.41: AV2D droite.

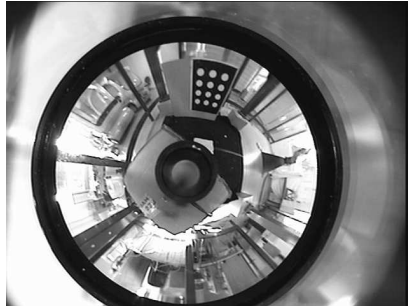


image initiale

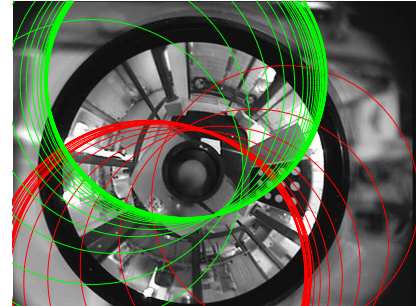
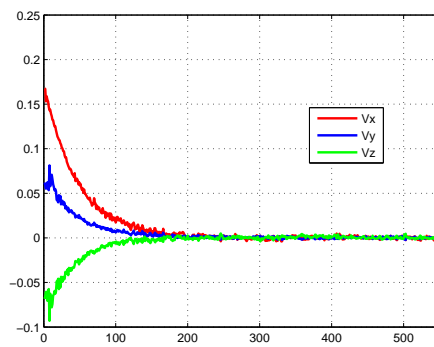
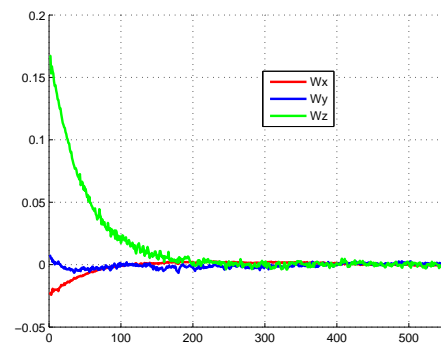


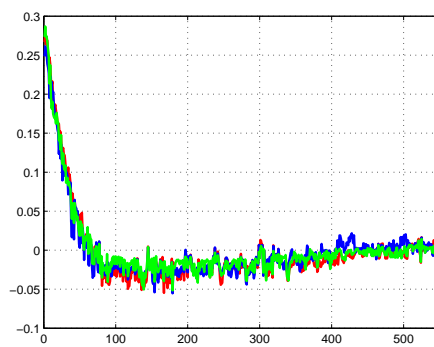
image désirée et trajectoire



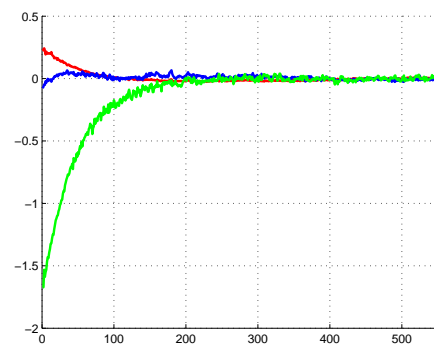
vitesses de translation (m/s)



vitesses de rotation (rad/s)



$\log(h_k/h_k^*)$



erreur d'orientation \mathbf{u}_θ

FIG. 5.42: AV2Ddécouplé droite.

5.3 Bilan

Dans ce chapitre, des résultats de simulation et expérimentaux ont été présentés. Dans les deux premières sections, les approches de commande 2D et hybride proposées dans le chapitre précédent ont été validées en simulation et expérimentalement. Les mouvements réalisés dans ce cadre ont délibérément été choisis de très grandes amplitudes. Ensuite, une application dédiée au suivi de droite par un robot mobile non-holonyme a été traitée.

Nous nous sommes tout d'abord focalisé sur les commandes utilisant des points pour construire la fonction de tâche. Les trois schémas d'asservissement visuel présentés dans le chapitre précédent (AV2D, AV2D1/2, AVDécoup) ont été mis à l'épreuve. Ensuite, les deux schémas d'asservissement visuel (AV2D et AVDécoup) concernant les droites ont été présentés. Les matrices d'interaction calculées à chaque itération, à l'équilibre et la moyenne des deux ont été utilisées comme matrice de combinaison pour les simulations. Ensuite, ces approches ont été validées sur un site expérimental composé d'un robot à six degrés de liberté et d'une caméra omnidirectionnelle en configuration déportée.

L'AV2D montre une robustesse très satisfaisante vis-à-vis des différentes perturbations considérées (bruits de mesure, étalonnage, erreurs sur le 3D) pour les trois matrices de combinaison. Cependant et comme attendu, les trajectoires 3D induites par le contrôle des trajectoires des primitives dans l'image s'avèrent inadéquates en particulier pour une matrice de combinaison prise égale à la matrice d'interaction calculée à chaque itération. Dans ce cas, une partie de la cible passe par la zone non visible si un des segments liant un point dans ses positions initiale et désirée dans l'image intersecte la projection de cette zone dans l'image. Pour une matrice de combinaison égale à la matrice d'interaction à l'équilibre, ce problème subsiste et est absent pour la moyenne des deux matrices d'interaction (pour une rotation autour de l'axe optique inférieure à π). Dans ces deux derniers cas, les trajectoires dans l'image sont moins contraintes. En particulier, dans le cas de la moyenne des matrices d'interaction, la matrice de combinaison lie au second ordre les déplacements des primitives dans l'image et ceux de la caméra dans l'espace de travail. Cela implique un comportement spatial plus adéquat. Une solution envisageable est d'utiliser la distance de chaque point dans l'image par rapport au centre de la zone non visible. En effet, dans le cas d'un AV2D, cette distance est limitée par les deux cercles passants par le point considéré dans ses positions courante et désirée et centrés au centre de la zone non visible; les points images sont alors contraints à rester dans les zones visibles. D'autre part l'AV2D présente des couplages très importants des différentes composantes du torseur cinématique de la caméra. Pour la raison citée précédemment, lorsque la matrice de combinaison est prise égale à la moyenne des matrices d'interaction, ce couplage est réduit (mais toujours présent). Nous avons vu dans ce chapitre, que l'AV2D1/2 permet de répondre partiellement à ces difficultés car la matrice d'interaction présente un certain degré de découplage. Cependant, le contrôle de la translation via des

coordonnées étendues d'un point dans l'image peut également conduire la cible à passer par la zone non visible (pour la même raison que pour l'AV2D). D'autre part, du fait de l'étape de reconstruction partielle du déplacement, l'AV2D1/2 montre une plus grande sensibilité aux bruits de mesures et erreurs de modélisation. Lorsqu'une vue panoramique de la scène est disponible, le contrôle de la trajectoire d'un point dans l'image n'est pas une nécessité (la cible sort de l'image pour des déplacements extrêmes, ces déplacements étant par ailleurs limités par les butées articulaires du robot). Cette dernière remarque a été exploitée dans le chapitre précédent pour construire l'AV2Découp. Les résultats de simulation ont confirmé les avantages d'un découplage total des commandes en translation et rotation (trajectoire de la caméra, passage par la zone non visible). Cependant, pour les mêmes raisons que pour l'AV2D1/2, on observe une sensibilité importante vis-à-vis des bruits de mesure et des erreurs de modélisation. Les résultats expérimentaux obtenus pour une tâche de positionnement confirment les remarques précédentes lorsque le déplacement considéré est important, et confirme les avantages du découplage réalisé par la commande AVDécoup.

L'AV2D utilisant les primitives visuelles de type droites a montré un découplage partiel entre les vitesses de translation et de rotation à travers les résultats obtenus en simulation. Ce choix de droites comme primitives visuelles s'avère donc intéressant pour découpler au mieux les commandes des différents degrés de liberté. Cependant, il est souhaitable de découpler complètement les commandes de translation et de rotation pour un bon comportement du système à commander. Cela a été confirmé par les résultats de simulation et expérimentaux. Cependant, pour les mêmes raisons que pour les points (l'étape reconstruction partielle), l'AVDécoup reste relativement sensible vis-à-vis des bruits de mesure et erreurs de modélisation.

Notons que lorsqu'une commande AV2D est considérée, il est souhaitable de choisir des droites plutôt que des points comme informations visuelles. En effet, le passage des points images par la zone non visible est absent lorsque des droites sont considérées (la décroissance exponentielle agit sur le plan d'interprétation). De plus, le choix de droites comme primitives visuelles permet naturellement d'assurer un certain degré de découplage. Cependant, l'AVDécoup semble plus sensible vis-à-vis des bruits de mesure et erreurs de modélisation dans le cas des droites.

Une application de suivi de droite par un robot mobile non holonome est décrite dans l'annexe F.

Chapitre 6

Conclusion

Le travail que nous avons présenté dans ce mémoire avait comme première ambition de s'affranchir de la contrainte de visibilité en exploitant au mieux le champ de vision important fourni par une caméra omnidirectionnelle (plus particulièrement catadioptrique à point central unique). Cette ambition nous a amené à proposer des outils de modélisation géométrique et cinématique adaptés à ce type de capteur afin de construire des lois de commande efficaces.

Contributions

Les droites de l'espace se projettent en des coniques dans le plan image d'une caméra catadioptrique à point central unique. En effet, l'équation de projection relative aux droites est une quadratique. Afin de surmonter cette non-linéarité du modèle de projection, nous avons introduit la notion de droites polaires : toute conique issue de la projection catadioptrique de droite de l'espace peut être transformée en une droite appelée droite polaire caractérisant complètement le plan d'interprétation (la droite projective). D'autre part, la droite polaire peut être obtenue en connaissant uniquement le point principal dans l'image.

Nous avons ensuite montré comment une transformation homographique entre deux prises de vue d'une cible plane, composée d'un ensemble de points ou de droites, pouvait être obtenue. Dans le cas des points, nous avons présenté cette matrice d'homographie dans l'espace image normalisé en utilisant des coordonnées de points images étendues incluant le paramètre ξ du miroir afin de surmonter la non linéarité du modèle de projection. Nous avons proposé une formulation linéaire pour l'estimation de la matrice d'homographie en connaissant l'étalonnage de la caméra catadioptrique. Dans le cas des droites, la non linéarité de la fonction de projection est surmontée en utilisant la notion de droites polaires. La matrice d'homographie peut alors être estimée linéairement ou non dans l'espace image en pixel avec une connaissance faible de l'étalonnage (seulement le point principal). Lorsque

l'étalonnage complet est connu, il est alors possible de déduire la matrice d'homographie dans l'image normalisée.

Nous avons exploité ces résultats sur le calcul de la matrice d'homographie pour remonter à une reconstruction euclidienne. Nous avons également validé ces résultats sur une technique de planification de trajectoires dans l'espace image.

Nous avons ensuite traité le couplage asservissement visuel et vision omnidirectionnelle. Deux types de primitives visuelles ont été considérés : points et droites. Dans le cas des points, nous avons, dans un premier temps, revisité la matrice d'interaction liant les vitesses des coordonnées de points dans l'image catadioptrique et les vitesses de la caméra, obtenue dans [Barreto 02a], puis nous avons fourni l'expression d'une matrice d'interaction plus générale incluant tout capteur central (projection sphérique incluse). Dans un second temps, nous avons présenté deux nouvelles techniques de commande hybride en asservissement visuel. La première technique est une extension du schéma d'asservissement visuel 2D1/2 à tout capteur catadioptrique central en conservant le découplage partiel entre les vitesses de translation et de rotation et un contrôle partiel de la trajectoire dans image (une trajectoire rectiligne d'un point choisi dans l'image). Afin d'assurer un meilleur comportement de la commande en asservissement visuel, nous avons proposé une deuxième technique de commande hybride, basée sur le calcul de la matrice d'homographie et permettant de découpler complètement les vitesses de translation et de rotation. En effet, puisque la contrainte de visibilité est naturellement vérifiée, sauf dans quelques cas très particuliers, il n'est plus nécessaire d'imposer une trajectoire généralement rectiligne d'un ou de plusieurs points dans l'image. Un choix judicieux des primitives permet donc d'assurer une trajectoire plus directe dans l'espace sans que la cible quitte le champ de vue de la caméra. Nous avons montré qu'il était possible d'extraire ces primitives de la matrice d'homographie et d'assurer un découplage total des vitesses de translation et de rotation. Des résultats de simulation et expérimentaux ont permis de valider l'ensemble des schémas de commande étudiés. Une étude concernant l'influence des erreurs de modélisation et des bruits de mesure a été menée. Comme attendu, l'asservissement visuel 2D montre une plus grande robustesse à ces perturbations que les schémas nécessitant une reconstruction partielle. Cependant les asservissements visuels hybrides proposés (en particulier la commande découplant totalement les mouvements de rotation des mouvements de translation) permettent de réaliser des mouvements très importants avec des trajectoires de la caméra et des primitives dans l'image très satisfaisantes.

Dans le cas où la cible est composée d'un ensemble de droites, nous avons présenté l'expression analytique et générique de la matrice d'interaction associée aux cinq coefficients de la forme quadratique. Par ailleurs, comme une droite projective n'a que deux degrés de liberté, nous avons réduit la matrice d'interaction en utilisant uniquement deux coefficients de la quadratique représentant complètement le plan d'interprétation. Néanmoins, cette représentation minimale est dégénérée lorsque la conique dans l'image passe par le point principal (elle devient alors une droite).

Afin de proposer une approche encore plus générique, nous avons une nouvelle fois exploité les droites polaires associées aux coniques (coniques dégénérées incluses). Ceci permet ainsi de manipuler des droites dans l'image plutôt que des coniques. De cette manière, tous les schémas d'asservissement visuel classiques utilisent des droites pour construire la fonction de tâche peuvent alors être exploités avec une caméra catadioptrique. Cependant, tous ces schémas classiques contiennent un certain degré de couplage entre les vitesses de translation et de rotation. En effet, il est en général souhaitable de découpler ses vitesses. Dans cette optique, nous avons proposé un schéma d'asservissement visuel permettant de découpler complètement les vitesses de translation et de rotation. Nous avons abouti à ce résultat intéressant grâce aux droites polaires et à l'estimation du déplacement partiel de la caméra et de la profondeur relative des droites de l'espace. Ces résultats ont également été validés par une série de simulations et d'expérimentations sur une cellule robotique à six degrés de liberté.

Perspectives

Dans le chapitre 3, nous avons vu qu'il était possible d'obtenir une reconstruction projective en utilisant les projections d'un ensemble de droites coplanaires dans deux images panoramiques. Cette reconstruction projective ne nécessite alors qu'une connaissance faible de l'étalonnage (les coordonnées du point principal). Il serait intéressant d'étendre nos résultats aux cas où les droites ne sont pas coplanaires ; par exemple en utilisant au moins trois images panoramiques. En effet, les algorithmes de reconstruction partielle à partir de droites non coplanaires pour les caméras conventionnelles (par exemple via les tenseurs trifocaux) devraient pouvoir s'adapter facilement aux droites polaires. Dans le cadre de l'asservissement visuel, il est envisageable d'acquérir la troisième image lors de la phase d'apprentissage de la consigne ou d'utiliser plusieurs caméras (par exemple une paire stéréographique).

D'autre part, dans le cas des points, la relation fortement non linéaire (dans des espaces projectifs) liant les points du monde et leurs projections dans l'image panoramique pourrait être surmontée afin de proposer des algorithmes de reconstruction projective. Dans le cas d'une caméra combinant un miroir parabolique et une caméra orthographique, ce problème a été résolu dans [Geyer 03] en exploitant des coordonnées étendues des points dans l'image. Nous sommes convaincu que ces résultats peuvent être étendus à toutes caméras à point central unique.

Dans le cadre de ce manuscrit, nous ne nous sommes pas intéressé aux problèmes liés à la résolution faible et variable des caméras catadioptriques centrales. Cependant, cela peut nuire à la qualité des reconstructions projective et euclidienne. Une comparaison des résultats obtenus avec des caméras conventionnelle et catadioptrique serait intéressante à mener. D'autre part, nous pourrions envisager de tenir compte d'une résolution non-uniforme dans la fonction de projection.

Les non linéarités et la résolution non uniforme dans les images panoramiques

sont très souvent négligées dans les stratégies de détection et de suivi de primitives visuelles (les algorithmes dédiés aux caméras conventionnelles sont en général directement utilisés). Il n'est alors pas étonnant que ceux-ci se montrent peu fiables. Une adaptation tenant compte des particularités des caméras catadioptriques semble nécessaire. Notons également qu'il est possible d'obtenir une résolution plus importante et parfois constante en considérant des caméras omnidirectionnelles non centrales. Il est clair que l'étude géométrique et les schémas de commande proposés dans ce manuscrit devront alors être revisités. Une perspective très intéressante serait de proposer une modélisation générique englobant l'ensemble des caméras panoramiques.

Dans le chapitre 4, nous avons vu que les matrices d'interaction pour les commandes hybrides sont relativement simples (triangulaire par blocs dans le cas de l'asservissement visuel 2D1/2, et diagonale par blocs dans le cas de l'asservissement visuel découplé). Une analyse de stabilité complète (en considérant toutes les erreurs de modélisation) semble possible. D'autre part, nous avons constaté que les schémas de commande 2D sont plus robustes vis-à-vis des bruits de mesure mais révèlent un couplage important entre les composantes du torseur cinématique. Par conséquent, les trajectoires spatiales de la caméra sont parfois inadéquates. A contrario, les schémas de commande hybride montrent un découplage partiel pour la commande 2D1/2 et un découplage total entre les commandes en translation et en rotation pour l'AVDÉcoup. Il en résulte que les trajectoires 3D sont en général satisfaisantes. Cependant, ces schémas sont relativement sensibles vis-à-vis des bruits de mesure. Afin de combiner les avantages des deux approches, les schémas de commande 2D et hybride pourraient être couplés. Par exemple pour une tâche de positionnement, la commande hybride peut être utilisée pour se rapprocher de la configuration désirée et la commande 2D pour finaliser la tâche. La commutation entre les deux lois de commande doit alors être soigneusement étudiée afin d'assurer la continuité de la commande et donc un bon comportement global du système. Une alternative consisterait à n'utiliser qu'une commande découplée mais en s'assurant de la qualité du signal régulé. Ceci nous amènerait donc à affiner le suivi dans les images et les calculs d'homographie.

Les différentes expériences présentées dans ce manuscrit ont montré certaines limites de l'asservissement visuel omnidirectionnel pour des déplacements à réaliser importants (passage par la zone non visible, sortie du champ de vue pour des déplacements extrêmes). Pour remédier à ces difficultés, il est possible d'introduire une phase de planification de trajectoires dans l'espace omnidirectionnel (ou sur la sphère unitaire équivalente) en imposant les contraintes de visibilité. Notons également que les lois de commandes proposées dans ce manuscrit peuvent être, assez directement, appliquées au suivi de trajectoires.

L'asservissement visuel 2D à partir de points impose une trajectoire rectiligne à la projection des points dans l'image. Ceci correspond évidemment au chemin le plus court dans le plan image. Lorsque une caméra omnidirectionnelle est considérée,

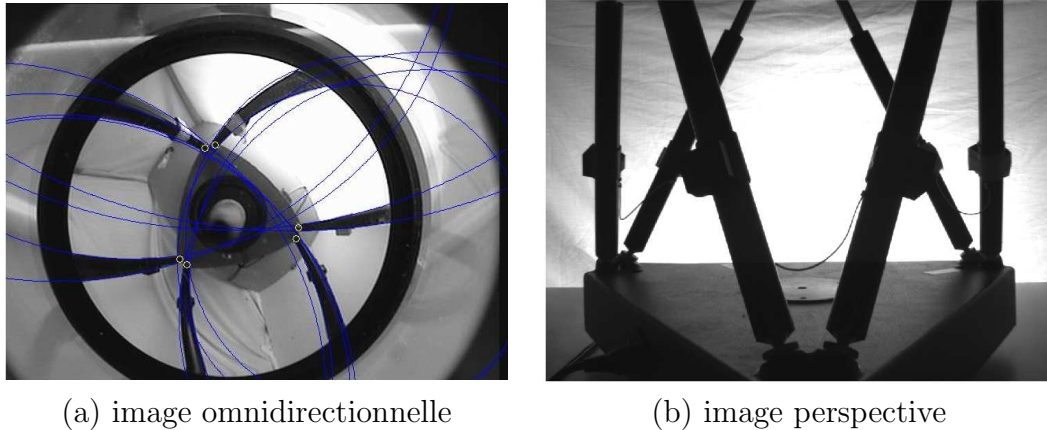


FIG. 6.1: Images des jambes d'un robot parallèle.

imposer une ligne droite dans l'image panoramique n'a pas vraiment de sens. Par exemple, un mouvement de translation du capteur correspond à un segment dans l'image d'une caméra perspective et à une portion de conique dans le cas d'une caméra catadioptrique. Nous pensons qu'il serait plus pertinent d'imposer des contraintes sur la sphère unitaire équivalente plutôt que dans l'image brute. Une première solution consiste à définir la fonction de tâche à partir de primitives projetées sur la sphère (par exemple à partir des coordonnées étendues définies dans le chapitre 3 section 3.3). Une seconde solution (plus attirante) consisterait à modifier le comportement en boucle fermée (classiquement une décroissance exponentielle de la fonction de tâche) de manière à imposer une trajectoire quadratique aux primitives visuelles dans l'image brute.

Les applications en robotique mobile et parallèle peuvent également bénéficier d'une vue panoramique. Nous avons proposé dans [HadjAbdelkader 05a, HadjAbdelkader 05b, HadjAbdelkader 06] nos premiers résultats sur la commande de robots mobiles non-holonomes par vision omnidirectionnelle. Ceux-ci concernaient le suivi d'une droite 3D. Les perspectives naturelles à ces travaux sont d'une part le suivi de trajectoires quelconques et la stabilisation du robot mobile et d'autre part la planification de trajectoires dans l'image en tenant compte des contraintes de non-holonomie. Par ailleurs, nous travaillons actuellement sur l'utilisation de la caméra omnidirectionnelle dans la boucle de commande des robots parallèles. En effet, il est possible d'identifier et de commander un robot parallèle en observant ses éléments cinématiques (par exemple : les jambes de la plate-forme de Gough (voir figure 6.1(a))). Lorsque la vision perspective est utilisée, une solution utilisant un système composé de plusieurs caméras pour résoudre les problèmes d'occultation des jambes dans l'image (voir figure 6.1(b)) a été proposée dans [Renaud 03]. Cependant, un étalonnage précis de la position relative des différentes caméras est nécessaire. Une solution, semblant plus adaptée pour ce type de robot, est d'utiliser un seul capteur omnidirectionnel en bénéficiant de son champ de vision de 360° en

azimut, qui permettrait d'observer en permanence et en entier toutes les jambes. Des travaux sur l'étalonnage sont présentés dans [Dallej 06], et des travaux sont en cours sur la commande de la plate-forme de Gough.

Annexe A

Matrice d'interaction générique pour les points

A.1 Modèle de projection générique

La fonction de projection $\mathbf{f}(\mathbf{X}, \xi)$, donnée par l'expression (2.29) peut être généralisée en intégrant la projection sphérique.

Soit \mathcal{X} un point de \mathbb{P}^3 de coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{X}} = [\mathbf{X}^\top \ 1]^\top = [X \ Y \ Z \ 1]^\top$ exprimées dans le repère miroir \mathcal{F}_m (voir Figure A.1). La projection sphérique de \mathcal{X} sur la surface de la sphère unitaire est un point \mathcal{X}_s de coordonnées $\mathbf{X}_s = \frac{1}{\rho} [X \ Y \ Z]^\top$.

En multipliant la composante Z de la fonction de projection \mathbf{f} par un paramètre noté ϵ_s , la projection sphérique apparaît dans \mathbf{f} en fixant $\epsilon_s = 1$ et $\xi = 0$.

La nouvelle fonction de projection générique sera notée dans la suite \mathbf{f}_g . On écrit donc :

$$\mathbf{f}_g(\mathbf{X}, \xi, \epsilon_s) = \left[\frac{X}{\epsilon_s Z + \xi \rho} \quad \frac{Y}{\epsilon_s Z + \xi \rho} \quad 1 \right]^\top \quad (\text{A.1})$$

A.2 Calcul de la matrice d'interaction associée au modèle de projection A.1

La matrice d'interaction $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}$ liant les vitesses du capteur catadioptrique et les variations du vecteur des coordonnées normalisées $\mathbf{x} = \mathbf{f}_g(\mathbf{X}, \xi, \epsilon_s)$ peut être décomposée comme $\mathbf{L}_{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{L}_{\mathbf{X}}$ où $\mathbf{L}_{\mathbf{X}}$ est donnée par (4.26).

Posons $x = \frac{X}{\epsilon_s Z + \xi \rho}$ et $y = \frac{Y}{\epsilon_s Z + \xi \rho}$ pour le calcul des dérivées de $\mathbf{f}_g(\mathbf{X}, \xi, \epsilon_s)$.

Calculons tout d'abord les dérivées suivantes :

$$\dot{\mathbf{f}}_g = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial X} & \frac{\partial x}{\partial Y} & \frac{\partial x}{\partial Z} \\ \frac{\partial y}{\partial X} & \frac{\partial y}{\partial Y} & \frac{\partial y}{\partial Z} \end{pmatrix} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}_{\mathbf{xX}} \dot{\mathbf{X}} \quad (\text{A.2})$$

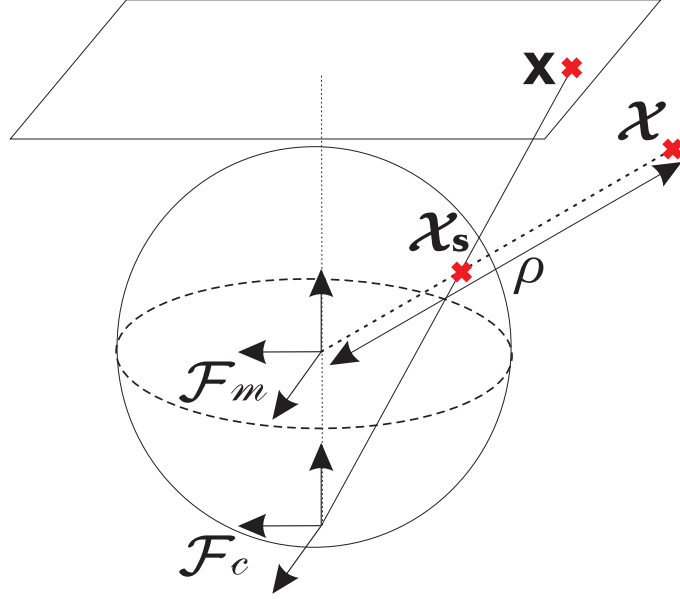


FIG. A.1: Projection sur la sphère unitaire.

les dérivées de x sont :

$$\frac{\partial x}{\partial X} = \frac{1}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} \left(\varepsilon_s Z + \xi \rho - \xi \frac{X^2}{\rho} \right) = \frac{\varepsilon_s \rho Z + \xi(Y^2 + Z^2)}{\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}$$

$$\frac{\partial x}{\partial Y} = \frac{1}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} \left(-\xi \frac{XY}{\rho} \right) = -\frac{\xi Y Y}{\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}$$

$$\frac{\partial x}{\partial Z} = \frac{1}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} \left(-X(\varepsilon_s + \xi \frac{Z}{\rho}) \right) = -X \frac{\varepsilon_s \rho + \xi Z}{\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}$$

et les dérivées de y sont :

$$\frac{\partial y}{\partial X} = \frac{1}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} \left(-\xi \frac{XY}{\rho} \right) = -\frac{\xi Y Y}{\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial Y} = \frac{1}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} \left(\varepsilon_s Z + \xi \rho - \xi \frac{Y^2}{\rho} \right) = \frac{\varepsilon_s \rho Z + \xi(X^2 + Z^2)}{\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial Z} = \frac{1}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} \left(-Y(\varepsilon_s + \xi \frac{Z}{\rho}) \right) = -Y \frac{\varepsilon_s \rho + \xi Z}{\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}$$

La matrice $\mathbf{J}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$ est donc donnée par :

$$\mathbf{J}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} = \frac{1}{\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} \begin{pmatrix} \varepsilon_s \rho Z + \xi(Y^2 + Z^2) & -\xi XY & -X(\varepsilon_s \rho + \xi Z) \\ -\xi XY & \varepsilon_s \rho Z + \xi(X^2 + Z^2) & -Y(\varepsilon_s \rho + \xi Z) \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

En utilisant les expressions de $\mathbf{J}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$ et $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}$, la matrice $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}$ est obtenue :

$$\mathbf{L}_{\mathbf{x}} = \frac{1}{\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} \begin{pmatrix} \mathbf{L}_1 & \mathbf{L}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

avec

$$\mathbf{L}_1 = \begin{pmatrix} -\varepsilon_s \rho Z - \xi(Y^2 + Z^2) & \xi XY & X(\varepsilon_s \rho + \xi Z) \\ \xi XY & -\varepsilon_s \rho Z - \xi(X^2 + Z^2) & Y(\varepsilon_s \rho + \xi Z) \end{pmatrix}$$

et

$$\mathbf{L}_2 = \begin{pmatrix} \varepsilon_s \rho XY & -\varepsilon_s \rho(X^2 + Z^2) - \xi Z \rho^2 & Y \rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho) \\ \varepsilon_s \rho(Y^2 + Z^2) + \xi Z \rho^2 & -\varepsilon_s \rho XY & -X \rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho) \end{pmatrix}$$

Les expressions de \mathbf{L}_1 et \mathbf{L}_2 montrent clairement la dépendance avec les paramètres 3D. Nous allons, maintenant retravailler leur expression afin de réduire cette dépendance au minimum.

A partir des expressions de x et y dans \mathbf{f}_g , il es possible d'écrire :

$$\begin{cases} x = \frac{X}{\varepsilon_s Z + \xi \rho} = \frac{\frac{X}{Z}}{\varepsilon_s + \xi \frac{\rho}{Z}} = \frac{\frac{X}{Z}}{\varepsilon_s + \xi \eta} \\ y = \frac{Y}{\varepsilon_s Z + \xi \rho} = \frac{\frac{Y}{Z}}{\varepsilon_s + \xi \frac{\rho}{Z}} = \frac{\frac{Y}{Z}}{\varepsilon_s + \xi \eta} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Nous écrivons ainsi :

$$\begin{cases} \frac{X}{Z} = (\varepsilon_s + \xi \eta)x \\ \frac{Y}{Z} = (\varepsilon_s + \xi \eta)y \\ \eta = \frac{\rho}{Z} = s \frac{\|\mathbf{X}\|}{|Z|} = \sqrt{1 + \frac{X^2}{Z^2} + \frac{Y^2}{Z^2}} \end{cases}$$

où $s = \text{sign}(Z)$. Notons que η peut être écrit en fonction des coordonnées x et y :

$$\eta = \sqrt{1 + (\varepsilon_s + \xi \eta)^2 x^2 + (\varepsilon_s + \xi \eta)^2 y^2}$$

Afin de retrouver l'expression de η en fonction de x et y , nous résolvons l'équation du second degré suivante :

$$\begin{aligned} \eta^2 &= 1 + (\varepsilon_s + \xi \eta)^2 x^2 + (\varepsilon_s + \xi \eta)^2 y^2 \\ (1 - \xi^2(x^2 + y^2))\eta^2 - 2\varepsilon_s \xi(x^2 + y^2)\eta - 1 - \varepsilon_s^2(x^2 + y^2) &= 0 \end{aligned}$$

Le discriminant est :

$$\begin{aligned} \Delta &= 4\varepsilon_s^2 \xi^2 (x^2 + y^2)^2 - 4(1 - \xi^2(x^2 + y^2))(-1 - \varepsilon_s^2(x^2 + y^2)) \\ \Delta &= 4\varepsilon_s^2 \xi^2 (x^2 + y^2)^2 + 4(1 - \xi^2(x^2 + y^2))(1 + \varepsilon_s^2(x^2 + y^2)) \\ \Delta &= 4\varepsilon_s^2 \xi^2 (x^2 + y^2)^2 + 4\left(1 - \xi^2(x^2 + y^2) + \varepsilon_s^2(x^2 + y^2) - \varepsilon_s^2 \xi^2 (x^2 + y^2)^2\right) \\ \Delta &= 4(1 + (\varepsilon_s^2 - \xi^2)(x^2 + y^2)) \end{aligned}$$

Les solutions sont alors :

$$\eta = \frac{\varepsilon_s \xi (x^2 + y^2) \pm \sqrt{(1 + (\varepsilon_s^2 - \xi^2)(x^2 + y^2))}}{1 - \xi^2 (x^2 + y^2)}$$

Finalement,

$$\eta = \frac{\varepsilon_s \xi (x^2 + y^2) \pm \gamma}{1 - \xi^2 (x^2 + y^2)}$$

où $\gamma = \sqrt{(1 + (\varepsilon_s^2 - \xi^2)(x^2 + y^2))}$. Lorsque $\varepsilon_s = 1$, nous obtenons le résultat du chapitre 3 :

$$\eta = \frac{\xi (x^2 + y^2) \pm \gamma}{1 - \xi^2 (x^2 + y^2)}$$

avec $\gamma = \sqrt{(1 + (1 - \xi^2)(x^2 + y^2))}$. Parmi les deux solutions, la solution suivante est retenue (ce référer à la fin de l'annexe pour la démonstration) :

$$\eta = \frac{\xi (x^2 + y^2) + \gamma}{1 - \xi^2 (x^2 + y^2)} \quad (\text{A.6})$$

Maintenant que l'on a l'expression liant les informations 3D ρ et Z aux informations images x et y , nous allons développer les calculs afin de réduire au minimum la dépendance aux paramètres 3D, et faire apparaître les informations visuelles concernées. Nous notons $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(i, j)$ l'élément de la matrice $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}$ de la i^{eme} ligne et de la j^{eme} colonne. Nous commençons par les deux éléments similaires $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(1, 1)$ et $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(2, 2)$.

$$\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(1, 1) = \frac{-\varepsilon_s \rho Z - \xi (Y^2 + Z^2)}{\rho (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}$$

$$\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(2, 2) = \frac{-\varepsilon_s \rho Z - \xi (X^2 + Z^2)}{\rho (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}$$

Nous détaillons ici le calcul de $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(1, 1)$ (le calcul de $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(2, 2)$ est similaire).

$$\begin{aligned} \frac{-\varepsilon_s \rho Z - \xi (Y^2 + Z^2)}{\rho (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} &= \frac{-\varepsilon_s \rho Z}{\rho (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} - \frac{\xi (\rho^2 - X^2)}{\rho (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} \\ &= \frac{-\rho}{\rho (\varepsilon_s Z + \xi \rho)} - \frac{-\xi x^2}{\rho} \\ &= -\frac{\frac{\rho}{Z}}{\rho \left(\varepsilon_s + \xi \frac{\rho}{Z} \right)} + \frac{\xi x^2}{\rho} \end{aligned}$$

Quelques calculs intermédiaires :

$$\begin{aligned}
 \frac{\frac{\rho}{Z}}{\varepsilon_s + \xi \frac{\rho}{Z}} &= \frac{\frac{-\gamma - \xi(x^2 + y^2)}{\xi^2(x^2 + y^2) - 1}}{\varepsilon_s + \xi \frac{-\gamma - \xi(x^2 + y^2)}{\xi^2(x^2 + y^2) - 1}} \\
 &= \frac{-\gamma - \xi(x^2 + y^2)}{\varepsilon_s(\xi^2(x^2 + y^2) - 1) + \xi(-\gamma - \xi(x^2 + y^2))} \\
 &= \frac{-\gamma - \xi(x^2 + y^2)}{-\varepsilon_s + (\xi^2(\varepsilon_s - 1)(x^2 + y^2)) - \xi\gamma} \\
 &= \frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2)}{\varepsilon_s - (\xi^2(1 - \varepsilon_s)(x^2 + y^2)) + \xi\gamma}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\frac{\rho}{Z}}{\varepsilon_s + \xi \frac{\rho}{Z}} - \xi x^2 &= \frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2) - \xi x^2(\varepsilon_s - (\xi^2(1 - \varepsilon_s)(x^2 + y^2)) + \xi\gamma)}{\varepsilon_s - (\xi^2(1 - \varepsilon_s)(x^2 + y^2)) + \xi\gamma} \\
 &= \frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2) - \xi x^2 \varepsilon_s - \xi^2 x^2 \gamma + \xi x^2((\xi^2(1 - \varepsilon_s)(x^2 + y^2)))}{\varepsilon_s - (\xi^2(1 - \varepsilon_s)(x^2 + y^2)) + \xi\gamma}
 \end{aligned}$$

Cette expression présente le cas général. Lorsque $\varepsilon_s = 1$, elle devient :

$$\begin{aligned}
 \frac{\frac{\rho}{Z}}{1 + \xi \frac{\rho}{Z}} - \xi x^2 &= \frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2) - \xi x^2 - \xi^2 x^2 \gamma}{1 + \xi\gamma} \\
 &= \frac{\gamma + \xi y^2 - \xi^2 x^2 \gamma}{1 + \xi\gamma}
 \end{aligned}$$

Nous obtenons, dans le cas général :

$$\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(1, 1) = \frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2) - \xi x^2 \varepsilon_s - \xi^2 x^2 \gamma + \xi x^2((\xi^2(1 - \varepsilon_s)(x^2 + y^2)))}{\varepsilon_s - (\xi^2(1 - \varepsilon_s)(x^2 + y^2)) + \xi\gamma}$$

et

$$\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(2, 2) = \frac{\gamma + \xi(x^2 + y^2) - \xi y^2 \varepsilon_s - \xi^2 y^2 \gamma + \xi y^2((\xi^2(1 - \varepsilon_s)(x^2 + y^2)))}{\varepsilon_s - (\xi^2(1 - \varepsilon_s)(x^2 + y^2)) + \xi\gamma}$$

Dans le cas catadioptrique ($\varepsilon_s = 1$), nous obtenons :

$$\mathbf{L}_x(1, 1) = \frac{1 - \gamma - \xi y^2 + \xi^2 x^2 \gamma}{\rho (1 + \xi \gamma)}$$

et

$$\mathbf{L}_x(2, 2) = \frac{1 - \gamma - \xi x_n^2 + \xi^2 y_n^2 \gamma}{\rho (1 + \xi \gamma)}$$

Les calculs de $\mathbf{L}_x(1, 2)$, $\mathbf{L}_x(2, 1)$, $\mathbf{L}_x(1, 4)$ et $\mathbf{L}_x(2, 5)$ sont simples.

$$\mathbf{L}_x(1, 2) = \frac{\xi XY}{\rho (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} = \frac{\xi xy}{\rho}$$

$$\mathbf{L}_x(2, 1) = \frac{\xi XY}{\rho (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} = \frac{\xi xy}{\rho}$$

$$\mathbf{L}_x(1, 4) = \frac{\varepsilon_s \rho XY}{\rho (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} = \varepsilon_s xy$$

$$\mathbf{L}_x(2, 5) = \frac{-\varepsilon_s \rho XY}{\rho (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} = -\varepsilon_s xy$$

Avant de calculer $\mathbf{L}_x(1, 3)$, $\mathbf{L}_x(2, 3)$, $\mathbf{L}_x(1, 6)$ et $\mathbf{L}_x(2, 6)$, nous faisons le calcul suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_s \rho + \xi Z}{\varepsilon_s Z + \xi \rho} &= \sqrt{\frac{(\varepsilon_s \rho + \xi Z)^2}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}} \\ &= \sqrt{\frac{\varepsilon_s^2 \rho^2 + \xi^2 Z^2 + 2\varepsilon_s \rho \xi Z}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}} \\ &= \sqrt{\frac{\varepsilon_s^2 \rho^2 + \xi^2 Z^2 + 2\varepsilon_s \rho \xi Z + (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2 - (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}} \\ &= \sqrt{\frac{\varepsilon_s^2 \rho^2 + \xi^2 Z^2 + 2\varepsilon_s \rho \xi Z + (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2 - (\varepsilon_s^2 Z^2 + \xi^2 \rho^2 + 2\varepsilon_s Z \xi \rho)}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}} \\ &= \sqrt{\frac{\varepsilon_s^2 \rho^2 + \xi^2 Z^2 - \varepsilon_s^2 Z^2 - \xi^2 \rho^2 + (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}} \\ &= \sqrt{\frac{(\varepsilon_s^2 - \xi^2) (\rho^2 - Z^2) + (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2 + (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2}} \\ &= \sqrt{1 + (\varepsilon_s^2 - \xi^2) (x^2 + y^2)} \\ &= \gamma \end{aligned}$$

Les expressions de $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(1, 3)$, $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(2, 3)$, $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(1, 6)$ et $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(2, 6)$ sont donc :

$$\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(1, 3) = \frac{X(\varepsilon_s \rho + \xi Z)}{\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} = \frac{\gamma x}{\rho}$$

$$\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(2, 3) = \frac{Y(\varepsilon_s \rho + \xi Z)}{\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} = \frac{\gamma y}{\rho}$$

$$\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(1, 6) = \frac{Y\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)}{\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} = y$$

$$\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(2, 6) = \frac{-X\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)}{\rho(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} = -x$$

Nous calculons finalement les deux éléments restants $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(1, 5)$ et $\mathbf{L}_{\mathbf{x}}(2, 4)$. Pour cela, nous avons besoin de :

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\rho}{Z}}{\varepsilon_s + \xi \frac{\rho}{Z}} &= \frac{\gamma + \xi (x^2 + y^2)}{\varepsilon_s - (\xi^2 (1 - \varepsilon_s) (x^2 + y^2)) + \xi \gamma} \\ \mathbf{L}_{\mathbf{x}}(1, 5) &= \frac{-\varepsilon_s \rho (X^2 + Z^2) - \xi Z \rho^2}{\rho (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} \\ &= \frac{-\varepsilon_s \rho (\rho^2 - Y^2) - \xi Z \rho^2}{\rho (\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} \\ &= -\frac{\varepsilon_s (\rho^2 - Y^2) + \xi Z \rho}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} \\ &= -\frac{\rho (\varepsilon_s \rho + \xi Z)}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)^2} + \varepsilon_s y^2 \\ &= -\gamma \frac{\rho}{(\varepsilon_s Z + \xi \rho)} + \varepsilon_s y^2 \\ &= -\gamma \frac{\frac{\rho}{Z}}{\left(\varepsilon_s + \xi \frac{\rho}{Z}\right)} + \varepsilon_s y^2 \\ &= -\gamma \frac{\frac{\rho}{Z}}{\left(\varepsilon_s + \xi \frac{\rho}{Z}\right)} + \varepsilon_s y^2 \\ &= -\gamma \frac{\gamma + \xi (x^2 + y^2)}{\varepsilon_s - (\xi^2 (1 - \varepsilon_s) (x^2 + y^2)) + \xi \gamma} + \varepsilon_s y^2 \end{aligned}$$

De la même façon, nous obtenons :

$$\begin{aligned}\mathbf{L}_x(2,4) &= \gamma \frac{\frac{\rho}{Z}}{\left(\varepsilon_s + \xi \frac{\rho}{Z}\right)} - \varepsilon_s x^2 \\ &= \gamma \frac{\gamma + \xi (x^2 + y^2)}{\varepsilon_s - (\xi^2 (1 - \varepsilon_s) (x^2 + y^2)) + \xi \gamma} - \varepsilon_s x^2\end{aligned}$$

Les matrices d'interaction utilisées dans le chapitre 4 sont obtenues en fixant la valeur de $\varepsilon_s = 1$:

$$\mathbf{L}_x = \begin{pmatrix} \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\gamma + \xi (x^2 + y^2)}{1 + \xi \gamma} + \xi x^2 \right) & \frac{1}{\rho} \xi x y & \frac{1}{\rho} \gamma x \\ \frac{1}{\rho} \xi x y & \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\gamma + \xi (x^2 + y^2)}{1 + \xi \gamma} + \xi y^2 \right) & \frac{1}{\rho} \gamma y \\ x y & -\gamma \frac{\gamma + \xi (x^2 + y^2)}{1 + \xi \gamma} + y^2 & y \\ \gamma \frac{\gamma + \xi (x^2 + y^2)}{1 + \xi \gamma} - x^2 & -x y & -x \end{pmatrix}$$

Les matrices d'interaction dans [Barreto 02b], noté \mathbf{Lb}_x après quelques corrections (essentiellement sur les signes) est :

$$\mathbf{Lb}_x = \begin{pmatrix} -\frac{1+x^2(1-\xi(\gamma+\xi))+y^2}{\rho(\gamma+\xi)} & \frac{\xi x y}{\rho} & \frac{\gamma x}{\rho} & x y & -\frac{(1+x^2)\gamma-\xi y^2}{\gamma+\xi} & y \\ \frac{\xi x y}{\rho} & -\frac{1+y^2(1-\xi(\gamma+\xi))+x^2}{\rho(\gamma+\xi)} & \frac{\gamma y}{\rho} & \frac{(1+y^2)\gamma-\xi x^2}{\gamma+\xi} & -x y & -x \end{pmatrix}$$

Nous avons démontré après quelques manipulation algébriques, que les deux matrices étaient équivalentes.

A.3 Solution exacte de η

Dans cette partie, nous allons montrer géométriquement qu'une seule expression pour la variable η est viable. Pour cela, nous prenons en compte le signe de Z .

D'après l'équation (A.6) et

$$\eta = s \frac{\rho}{|Z|}$$

η a le même signe que Z si son dénumérateur est du signe de $-s$ car son numérateur est toujours positif.

Soient \mathcal{C}^+ , \mathcal{C}^0 et \mathcal{C}^- trois sous espaces de \mathbb{E}^3 , définis par

$$\begin{cases} \mathcal{C}^+ : \{X, Y, Z\} & \text{tel que } Z > 0 \\ \mathcal{C}^0 : \{X, Y, Z\} & \text{tel que } Z = 0 \\ \mathcal{C}^- : \{X, Y, Z\} & \text{tel que } Z < 0 \end{cases}$$

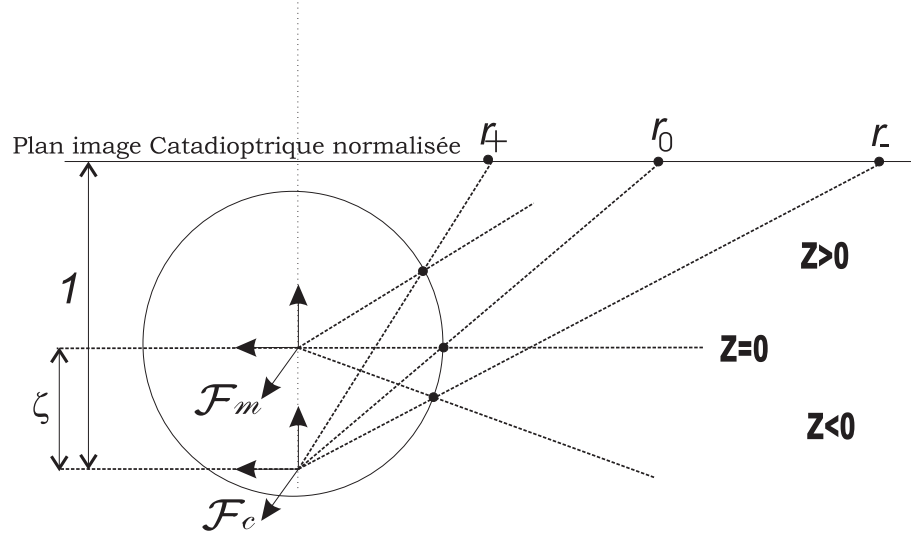


FIG. A.2: Vue 2D d'un projection catadioptrique.

Tout point \mathcal{X} de l'espace 3D se projette en un point de coordonnées $[x \ y \ 1]^\top$ dans l'image catadioptrique normalisée. Notons $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ (voir figure A.2).

Les points 3D des sous-espaces \mathcal{C}^+ , \mathcal{C}^0 et \mathcal{C}^- se projettent dans l'image catadioptrique normalisée en points de coordonnées $[x_+ \ y_+ \ 1]^\top$, $[x_0 \ y_0 \ 1]^\top$ et $[x_- \ y_- \ 1]^\top$ respectivement. Il est clair que $r_+ < r_0 < r_-$ où $r_+ = \sqrt{x_+^2 + y_+^2}$, $r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ et $r_- = \sqrt{x_-^2 + y_-^2}$. Géométriquement, nous avons $r_0 = \frac{1}{\xi}$, et il est facile de montrer que

$$\begin{aligned}
 \text{Si } Z > 0 &\implies r_+ < r_0 \\
 &\implies r_+^2 < r_0^2 \\
 &\implies x_+^2 + y_+^2 < \frac{1}{\xi^2} \\
 &\implies \xi^2(x_+^2 + y_+^2) - 1 < 0 \\
 &\implies \eta > 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Si } Z < 0 &\implies r_- > r_0 \\
 &\implies \eta < 0
 \end{aligned}$$

Donc, η est du même signe que Z .

Annexe B

Singularités du modèle de projection

Dans cette annexe, nous traitons les singularités de la fonction de projection (2.29), et nous montrons que ces singularités ne sont pas observable en pratique.

Le cas du capteur para-catadioptrique (miroir parabolique combiné avec une caméra orthographique) est tout d'abord considéré. Puis, les autres cas sont abordés.

B.1 Cas d'une caméra para-catadioptrique

Dans ce type de capteur, le paramètre miroir ξ vaut 1. la fonction de projection $\mathbf{f}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \frac{X}{Z+\rho} & \frac{Y}{Z+\rho} & 1 \end{bmatrix}^\top$ est singulière si $Z = -\rho$. Comme $\rho = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$, la singularité existe si à la fois $X = Y = 0$ et $Z < 0$. L'ensemble des points vérifiant cette singularité se trouve sur la partie négative de l'axe optique Z . Ces points se trouvent à l'intérieur du miroir parabolique, et ne sont pas réfléchis sur la caméra orthographique (voir figure 2.20).

Lorsque le modèle unifié est considéré, les projections de ces points sur la sphère unitaire ont pour coordonnées $[0 \ 0 \ 1]^\top$ dans le repère miroir. Ce qui correspond au centre de projection de la caméra perspective (voir figure 2.20). On se ramène alors au cas singulier de la projection perspective.

B.2 Cas d'un capteur catadioptrique de paramètre $\xi < 1$

Lorsque le paramètre miroir $\xi < 1$, la singularité de (2.29) est donnée par

$$Z + \xi\rho = 0$$

Cette égalité peut être vérifiée si $Z = -\xi\rho$. Nous cherchons donc les solutions de

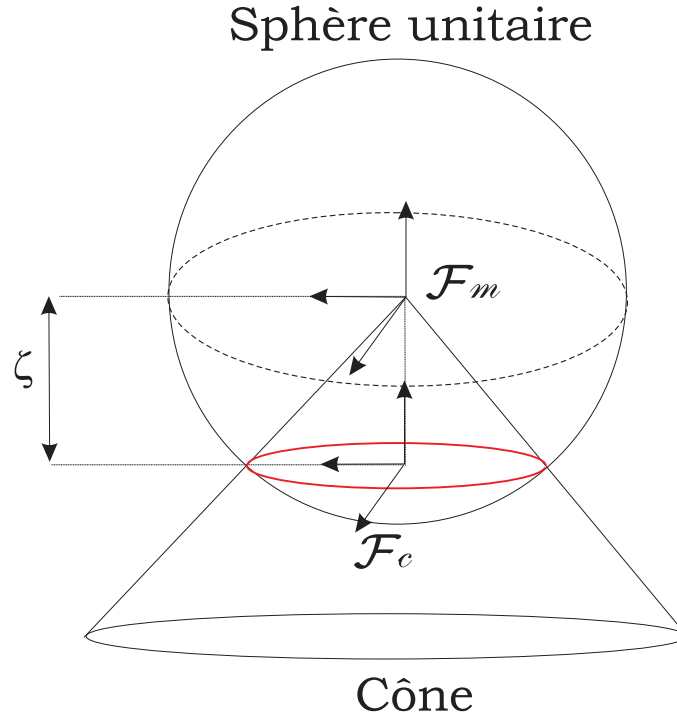


FIG. B.1: Espace singulier.

$$-|Z| = -\xi\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}.$$

$$\begin{aligned} -|Z| = -\xi\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} &\implies Z^2 = \xi^2(X^2 + Y^2 + Z^2) \\ &\implies Z^2 = \frac{\xi^2}{1-\xi^2}(X^2 + Y^2) \end{aligned}$$

Les points singuliers définissent alors le cône donné par l'équation $Z^2 = \frac{\xi^2}{1-\xi^2}(X^2 + Y^2)$. (voir figure B.1).

La projection des points du cône sur la sphère unitaire est le cercle (l'intersection entre la sphère et le cône), de rayon $\sqrt{1-\xi^2}$, appartenant au plan (XY) du repère caméra perspective (le plan $Z = -\xi$ dans le repère miroir). La projection perspective de ce cercle sur l'image de la caméra perspective est indéfinie.

Annexe C

Lissage 3D de conique

Il est connu que les algorithmes de lissage de conique directement dans l'image sont très instables. Cela est pénalisant lors de l'extraction des coniques dans l'image catadioptrique issues de la projection de droites. Dans cette annexe, nous présentons une technique de lissage 3D de coniques issues de la projection de droites sur une caméra catadioptrique, lorsque cette dernière est étalonnée.

Soit \mathcal{L} une droite 3D définie par les coordonnées de Plücker $[\underline{\mathbf{u}}^\top \ \underline{\mathbf{h}}^\top \ h]^\top$ exprimées dans le repère miroir \mathcal{F}_m . La projection catadioptrique de la droite \mathcal{L} est une conique notée Ω_i exprimée en pixel. La conique dans l'image normalisée peut être obtenue en utilisant la matrice d'étalonnage \mathbf{K}

$$\Omega = \mathbf{K}^\top \Omega_i \mathbf{K}$$

Il est bien connu que la projection de la droite 3D \mathcal{L} est complètement définie par le plan d'interprétation (π) . Le plan (π) est défini par le vecteur unitaire $\underline{\mathbf{h}}$. Soient N points \mathcal{X}_k ($k = 1..N$) appartenant à la droite \mathcal{L} , de coordonnées $\mathbf{X}_k = [X_k \ Y_k \ Z_k]^\top$ exprimées dans le repère miroir. Le vecteur normal au plan d'interprétation (π) peut être obtenu par le produit vectoriel normalisé de deux points appartenant à la droite \mathcal{L} :

$$\underline{\mathbf{h}} = \frac{\mathbf{X}_i \times \mathbf{X}_j}{\|\mathbf{X}_i \times \mathbf{X}_j\|}$$

Soient N points \mathbf{x}_{ik} extraits de l'image catadioptrique à partir de la conique Ω_i . En absence de bruit de mesure, les N points \mathbf{x}_{ik} appartiennent à la conique Ω_i . En pratique, l'extraction de points de l'image est souvent entaché d'erreurs de mesure. Notons $\hat{\mathbf{x}}_{ik}$ l'ensemble de points de la conique Ω_i obtenus par un algorithme de suivi ou d'extraction de points de contour par exemple. En utilisant la transformation projective inverse (voir chapitre 2), les rayons 3D correspondant aux points $\hat{\mathbf{x}}_{ik}$ sont (voir équation (2.32)) :

$$\hat{X}_k = \mathbf{f}^{-1}(\hat{x}_k, \xi)$$

où

$$\hat{x}_k = \mathbf{K}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{ik}$$

A partir des rayons 3D \widehat{X}_k , des vecteurs unitaires quasi-normaux au vrai plan d'interprétation (π) peuvent être obtenus. Pour une meilleure estimation de ces vecteurs, il est souhaitable de considérer des couplets de points éloignés dans l'image. En considérant les couplets de points $(\widehat{X}_{k'}, \widehat{X}_{M+k'})$ avec $M = N/2$ pour N pair, et $M = \text{around}(N/2) - 1$ pour N impair où $k' = 1..M$, les vecteurs unitaires estimés sont :

$$\widehat{\mathbf{h}}_{k'} = \frac{\widehat{X}_{k'} \times \widehat{X}_{M+k'}}{\|\widehat{X}_{k'} \times \widehat{X}_{M+k'}\|}$$

Le vecteur solution $\widehat{\mathbf{h}}$ le plus proche de \mathbf{h} peut être obtenu par la résolution du système d'équation des contraintes $\widehat{\mathbf{h}}_{k'} \times \widehat{\mathbf{h}} = 0$.

En construisant la matrice $\widehat{\mathbf{A}}$ telle que :

$$\widehat{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} [\widehat{\mathbf{h}}_1]_{\times} \\ \vdots \\ [\widehat{\mathbf{h}}_M]_{\times} \end{pmatrix}$$

où $[\mathbf{a}]_{\times}$ est la matrice anti-symétrique du vecteur \mathbf{a} , la solution $\widehat{\mathbf{h}}$ est le vecteur propre associé à la valeur singulière la plus petite de la matrice $\widehat{\mathbf{A}}$.

La conique estimée $\widehat{\Omega}$ peut alors être calculée en utilisant (2.47).

Notons qu'en absence de bruit de mesure, la plus petite valeur singulière de la matrice \mathbf{A} est nulle, et la solution obtenue est alors le vecteur exact \mathbf{h} .

Annexe D

Asservissement visuel avec la représentation (ρ, θ)

Nous présentons dans cette annexe le calcul de la matrice d'interaction associée à la représentation (ρ, θ) de la droite polaire.

Considérons le vecteur \mathbf{s} de dimension 2 contenant les deux paramètres ρ et θ de l'image virtuelle de la droite 3D \mathcal{L} :

$$\mathbf{s} = [\rho_i \ \theta_i]^\top \quad (\text{D.1})$$

où

$$\theta_i = \arctan 2(l_y, l_x) \quad \text{et} \quad \rho_i = -\frac{l_z}{\sqrt{l_x^2 + l_y^2}} \quad (\text{D.2})$$

avec l_x , l_y et l_z sont les trois coordonnées du vecteur \mathbf{l}_i exprimées en pixel.

En procédant de la même façon que dans le cas des coniques, la dérivée temporelle du vecteur \mathbf{s} est liée au torseur cinématique du capteur catadioptrique (ou de la caméra virtuelle) par :

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{L}_s \boldsymbol{\tau} = \mathbf{L}_{s\mathbf{h}} \mathbf{L}_{\mathbf{h}} \boldsymbol{\tau} \quad (\text{D.3})$$

Dans la suite et pour simplifier les calculs, nous supposons que les pixels sont carrés, c'est-à-dire que l'angle ϕ entre les axes du repère image est égale à $\frac{\pi}{2}$ et que les facteurs d'échelles horizontal et vertical des pixels sont égaux ($\alpha_u = \alpha_v = \alpha$). En calculant la dérivée partielle du vecteur des observations \mathbf{s} par rapport au vecteur \mathbf{h} , nous obtenons la matrice d'interaction $\mathbf{L}_{s\mathbf{h}}$:

$$\mathbf{L}_{s\mathbf{h}} = \sqrt{\mu^2 + 1} \begin{pmatrix} -\rho_i \cos \theta_i & -\rho \sin \theta_i & -f \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.4})$$

où $f = \alpha(\psi - \xi)$ est la focale du système combiné miroir-caméra conventionnelle et

$$\mu = -\frac{\rho_i}{f} \quad (\text{D.5})$$

En combinant (D.3) et l'expression de la matrice $\mathbf{L}_{\mathbf{h}}$ donnée dans (4.55), nous obtenons l'expression de la matrice d'interaction $\mathbf{L}_{\mathbf{s}}$:

$$\mathbf{L}_{\mathbf{s}} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \end{pmatrix} \quad (\text{D.6})$$

où

$$\mathbf{A} = \frac{\sqrt{\mu^2 + 1}}{\mu h} \begin{pmatrix} \beta_\rho \cos \theta_{\mathbf{i}} u_x + (\beta_\rho \sin \theta_{\mathbf{i}} + f\mu) u_y & -(\delta_\rho \cos \theta_{\mathbf{i}} + f\mu) u_x - \delta_\rho \sin \theta_{\mathbf{i}} u_y \\ -\eta_\theta \cos \theta_{\mathbf{i}} & -\eta_\theta \sin \theta_{\mathbf{i}} \\ \mu(\beta_\rho u_x - \delta_\rho u_y) & -\eta_\theta \mu \end{pmatrix} \quad (\text{D.7})$$

et

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} f \sin \theta_{\mathbf{i}} - \mu \beta_\rho & -f \cos \theta_{\mathbf{i}} + \mu \delta_\rho & 0 \\ \mu \cos \theta_{\mathbf{i}} & \mu \sin \theta_{\mathbf{i}} & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{D.8})$$

avec

$$\begin{aligned} \delta_\rho &= \rho_{\mathbf{i}} \cos \theta_{\mathbf{i}} \\ \beta_\rho &= \rho_{\mathbf{i}} \sin \theta_{\mathbf{i}} \\ \eta_\theta &= u_x \cos \theta_{\mathbf{i}} + u_y \sin \theta_{\mathbf{i}} \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

Il est clair que le rang de la matrice d'interaction $\mathbf{L}_{\mathbf{s}}$ est de 2. Il faut donc au moins trois droites afin de contrôler les six degrés de liberté du capteur catadioptrique. Le calcul de la matrice d'interaction globale nécessite l'estimation des paramètres 3D u_x/h et u_y/h de chaque droite 3D observée intervenant dans la commande des mouvements de translation du capteur catadioptrique. Dans l'approche originale proposée dans [Espiau 92], le signal d'erreur est défini dans l'espace image normalisé. La matrice d'étalonnage \mathbf{K} intervient alors dans le vecteur d'erreur $(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*)$ à réguler. Dans notre cas, l'étalonnage n'apparaîtra que dans la matrice d'interaction, ce qui fait que les erreurs d'étalonnage n'affectent que la phase transitoire et non le point de convergence.

Notons que la matrice d'interaction associée au vecteur d'observations

$$\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{g}(\mathbf{K}, \mathbf{s}) = \begin{bmatrix} \tilde{\rho} & \tilde{\theta} \end{bmatrix}^\top$$

défini dans l'espace image normalisé (c'est-à-dire après la transformation plan-à-plan par la matrice \mathbf{K}) peut facilement être obtenue en remplaçant dans $\mathbf{L}_{\mathbf{s}}$, la focale f par la valeur 1. Nous obtenons alors :

$$\mathbf{L}_{\tilde{\mathbf{s}}} = \begin{pmatrix} \lambda_{\tilde{\rho}} \cos \tilde{\theta} & \lambda_{\tilde{\rho}} \sin \tilde{\theta} & -\lambda_{\tilde{\rho}} \tilde{\rho} & (\tilde{\rho}^2 + 1) \sin \tilde{\theta} & -(\tilde{\rho}^2 + 1) \cos \tilde{\theta} & 0 \\ \lambda_{\tilde{\theta}} \cos \tilde{\theta} & \lambda_{\tilde{\theta}} \sin \tilde{\theta} & -\lambda_{\tilde{\theta}} \tilde{\rho} & -\tilde{\rho} \cos \tilde{\theta} & -\tilde{\rho} \sin \tilde{\theta} & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{D.10})$$

où

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{\rho}} &= \frac{\sqrt{\tilde{\rho}^2+1}}{h}(-\sin \tilde{\theta}u_x + \cos \tilde{\theta}u_y) \\ \lambda_{\tilde{\theta}} &= \frac{\sqrt{\tilde{\rho}^2+1}}{\tilde{\rho}h}(\cos \tilde{\theta}u_x + \sin \tilde{\theta}u_y)\end{aligned}\tag{D.11}$$

Naturellement, nous retrouvons alors la matrice d'interaction obtenue avec une caméra conventionnelle utilisée dans [Espiau 92].

Annexe E

Quelques résultats expérimentaux sur le robot cartésien AFMA

Nous présentons dans cette annexe les différents résultats expérimentaux d'une tâche de positionnement utilisant les lois de commande proposées dans le chapitre 4.

E.1 Asservissement visuel catadioptrique à partir de points

Nous considérons ici des primitives visuelles de type point. Nous avons considéré trois déplacements différents :

- le premier est un déplacement générique composé d'une translation $\mathbf{t} = [-20 \ -30 \ 20]^\top$ cm et d'une rotation $\mathbf{u}_\theta = [2 \ 35 \ 31]^\top$ degrés.
- le deuxième déplacement est une rotation pure $\mathbf{u}_\theta = [2 \ 35 \ 31]^\top$ degrés.
- le dernier déplacement est une translation pure $\mathbf{t} = [30 \ -40 \ 10]^\top$ cm.

Les résultats relatifs à ces expériences sont illustrés par des figures organisées de la manière suivante :

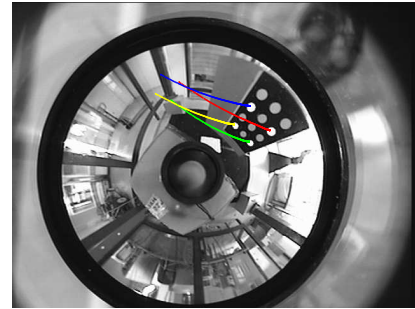
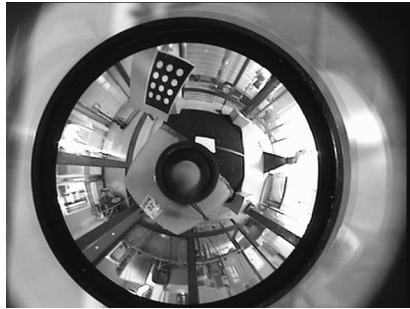
- l'image catadioptrique correspondant à la position initiale du robot est donnée par la figure (a).
- la consigne ainsi que les trajectoires des points réalisées dans l'espace image catadioptrique sont illustrés par la figure (b).
- les vitesses de translation et de rotation sont données par les figures (c) et (d) respectivement.
- sur la figure (e) sont représentées les la convergence de l'erreurs considérées.

E.1.1 AV2D

Les résultats données par les figures E.1 et E.2 correspondent à l'utilisation de la matrice d'interaction pour les points, calculée respectivement à chaque itération

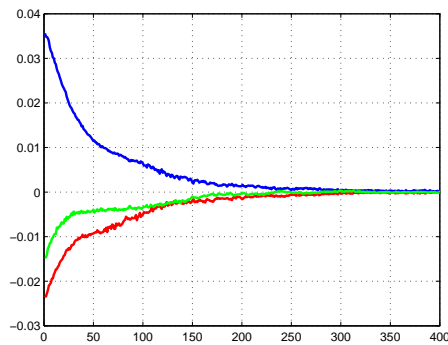
et à l'équilibre. Une estimation grossière des profondeurs des points est considérée. Comme nous le constatons sur les figures E.1(e) et E.2(e), les erreurs sur les coordonnées des points considérés s'annulent et donc la tâche de positionnement est bien réalisée. Cela peut être aussi vérifiée à partir des trajectoires images où les points rejoignent leurs positions désirées dans l'image catadioptrique.

Les déplacements en rotation pure et en translation pure font apparaître ce couplage. Les résultats pour ces deux déplacements sont donnés par les figure E.3 et E.4 pour une rotation pure et une translation pure respectivement. Comme nous le constatons sur les figures E.3(c)-(d) et E.4(c)-(d), le couplage entre les commandes de translation et de rotation existe.

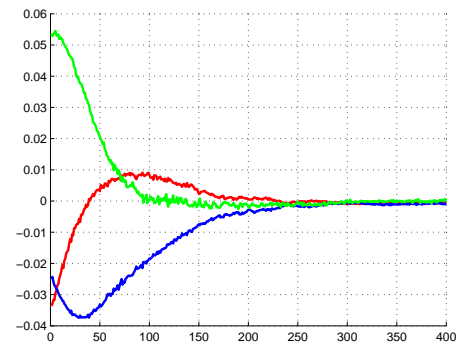


(a) trajectoire dans l'espace image

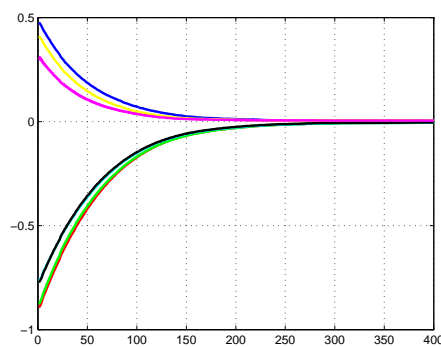
(b) trajectoire de la caméra dans l'espace 3D



(c) vitesses de translation (m/s)

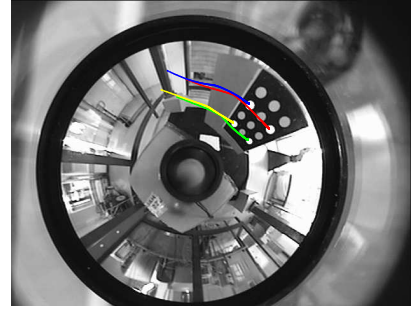
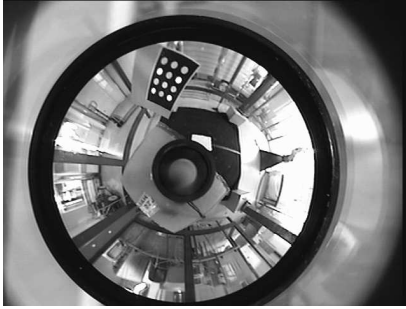


(d) vitesses de rotation (rad/s)



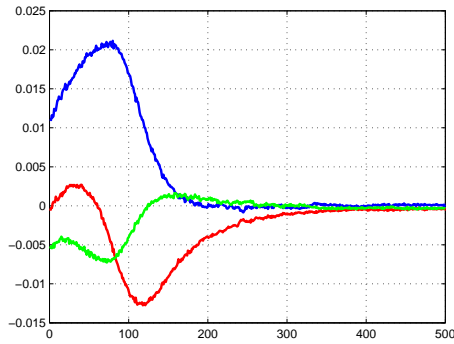
(e) erreur sur les coordonnées des points

FIG. E.1: Résultats de l'asservissement visuel 2D avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.

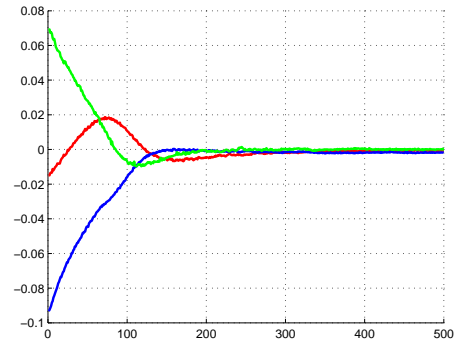


(a) trajectoire dans l'espace image

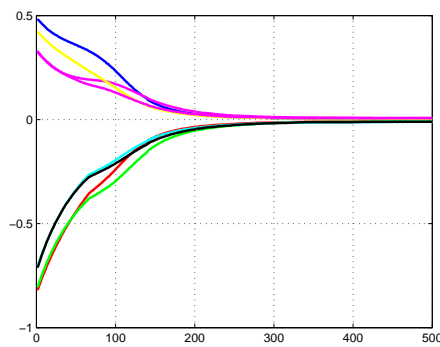
(b) trajectoire de la caméra dans l'espace 3D



(c) vitesses de translation (m/s)

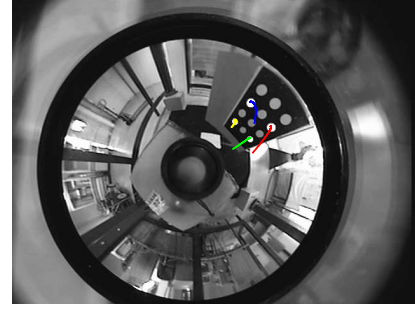
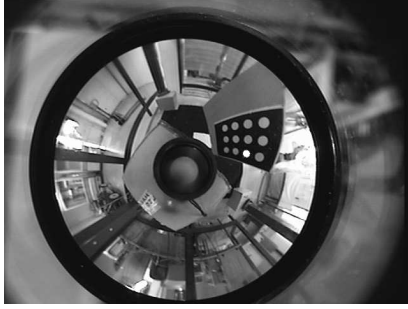


(d) vitesses de rotation (rad/s)



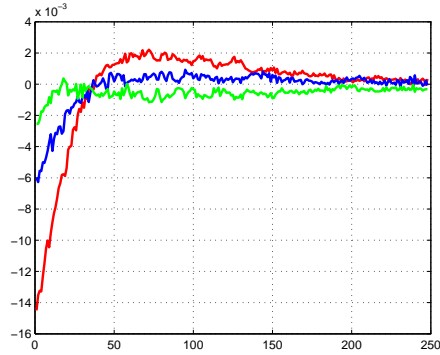
(e) erreur sur les coordonnées des points

FIG. E.2: Résultats de l'asservissement visuel 2D avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à l'équilibre.

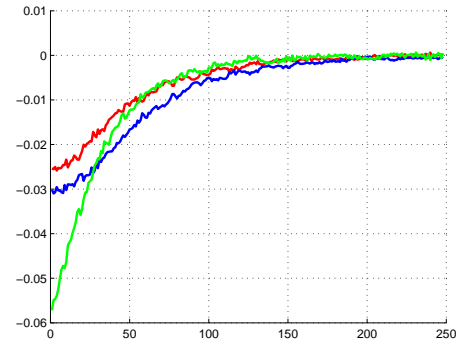


(a) trajectoire dans l'espace image

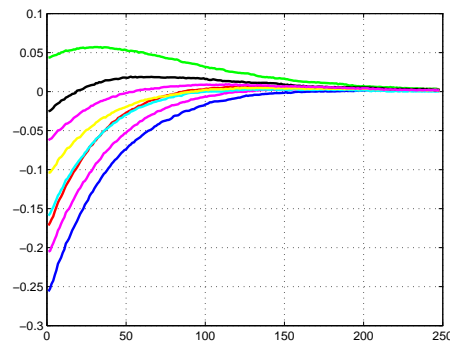
(b) trajectoire de la caméra dans l'espace 3D



(c) vitesses de translation (m/s)

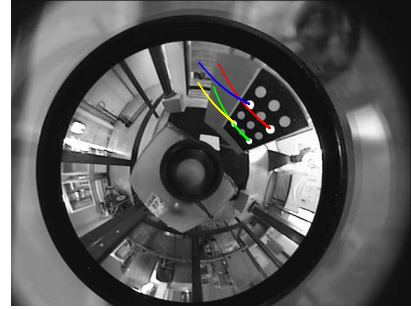
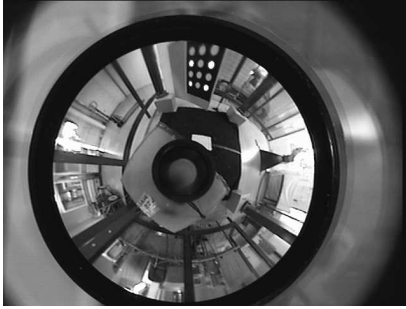


(d) vitesses de rotation (rad/s)



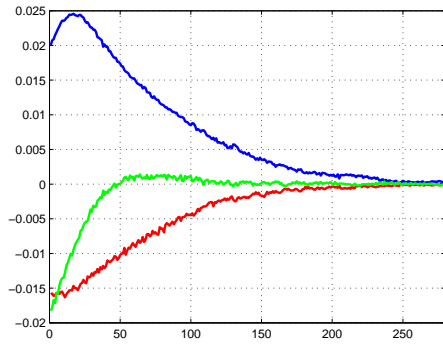
(e) erreur sur les coordonnées des points

FIG. E.3: Résultats de l'asservissement visuel 2D avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.

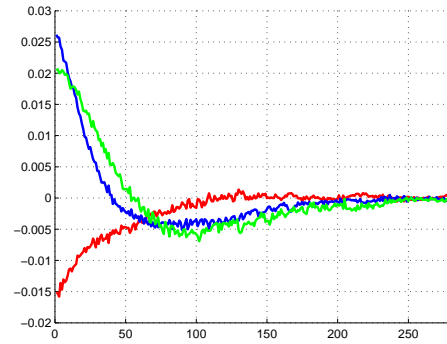


(a) trajectoire dans l'espace image

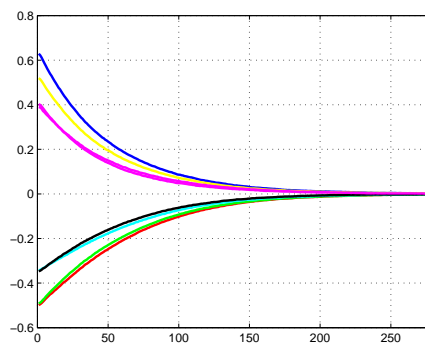
(b) trajectoire de la caméra dans l'espace 3D



(c) vitesses de translation (m/s)



(d) vitesses de rotation (rad/s)



(e) erreur sur les coordonnées des points

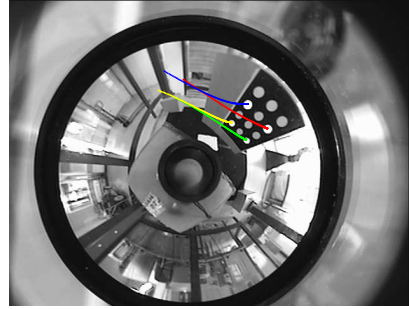
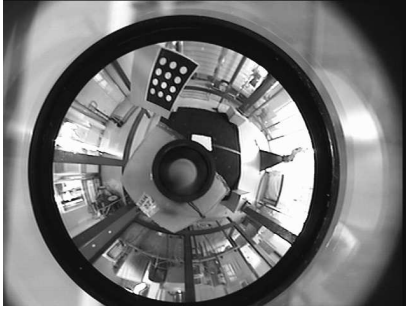
FIG. E.4: Résultats de l'asservissement visuel 2D avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à l'équilibre.

E.1.2 AV2D1/2

Les résultats donnés par les figures E.5 et E.6 correspondent à la tâche de positionnement lorsque le déplacement générique est effectué, pour une matrice d'interaction calculée à chaque itération et à l'équilibre respectivement. Comme nous pouvons le constater à partir de ces figures, la tâche de positionnement est réalisée avec succès. Ces résultats confirment la bonne estimation de l'orientation et du rapport des profondeurs aux positions courante et désirée, et donc de l'estimation de la matrice d'homographie.

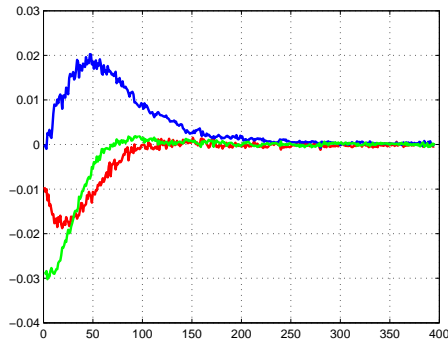
Comme attendu, les vitesses de rotation sont découplées des vitesses de translation. En effet, la commande de l'orientation $\omega = -\lambda \hat{\mathbf{u}}_\theta$ est indépendante des mouvements de translation. Les vitesses de translation sont au contraire couplées aux mouvements de rotation.

Les déplacements en rotation pure et translation pure montrent mieux ce couplage partiel. Les résultats sont donnés par les figures E.7 et E.8 pour une rotation pure et une translation pure respectivement. Comme nous le constatons à travers les figures E.7(c)-(d) et E.8(c)-(d), la translation est affectée par les mouvements de rotation comme le montre le schéma de la commande 2D1/2. En revanche, la rotation est indépendante des mouvements de translation. Ce qui fait que la commande 2D1/2 n'est découplée que partiellement.

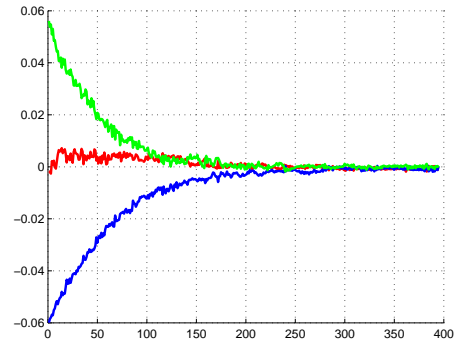


(a) trajectoire dans l'espace image

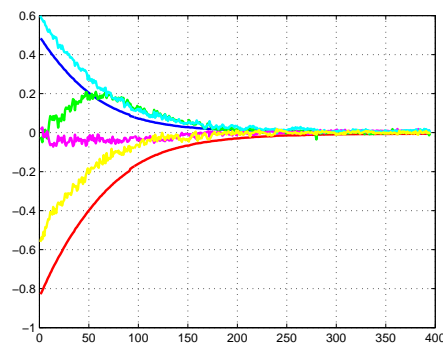
(b) trajectoire de la caméra dans l'espace 3D



(c) vitesses de translation (m/s)

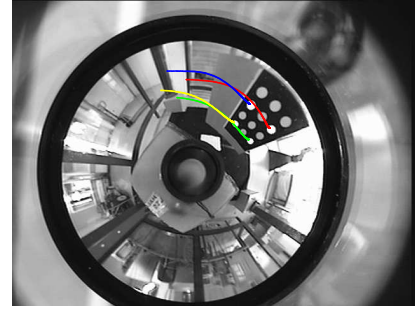
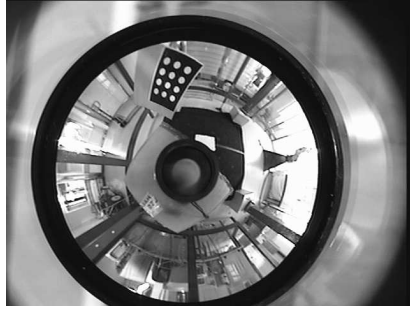


(d) vitesses de rotation (rad/s)



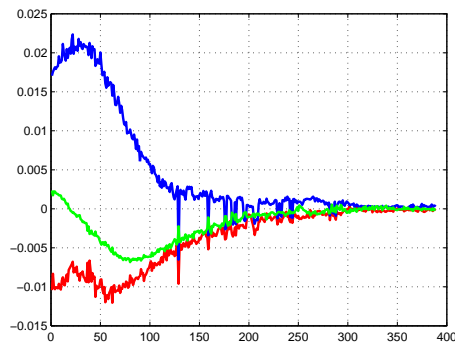
(e) erreur sur les coordonnées des points

FIG. E.5: Résultats de l'asservissement visuel 2D1/2 avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.

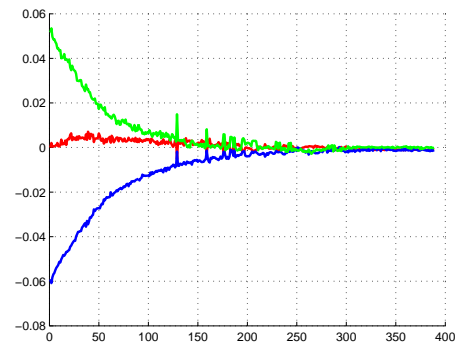


(a) trajectoire dans l'espace image

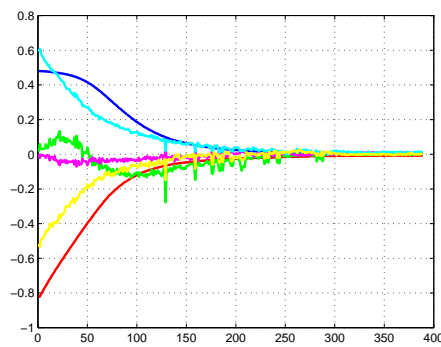
(b) trajectoire de la caméra dans l'espace 3D



(c) vitesses de translation (m/s)

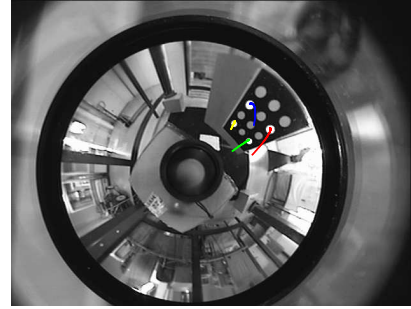
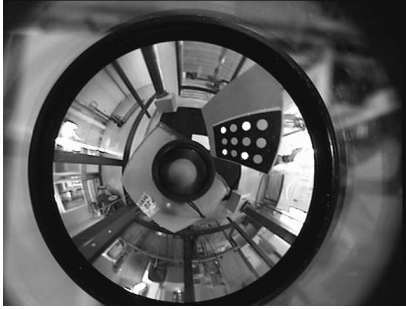


(d) vitesses de rotation (rad/s)



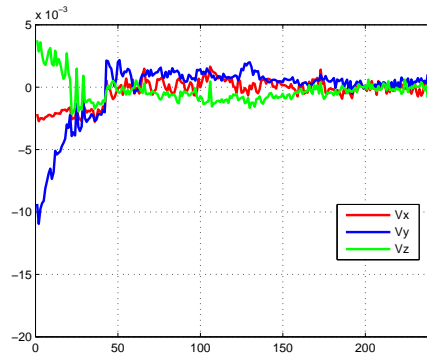
(e) erreur sur les coordonnées des points

FIG. E.6: Résultats de l'asservissement visuel 2D1/2 avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à l'équilibre.

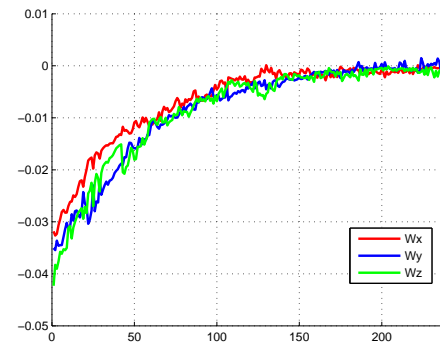


(a) trajectoire dans l'espace image

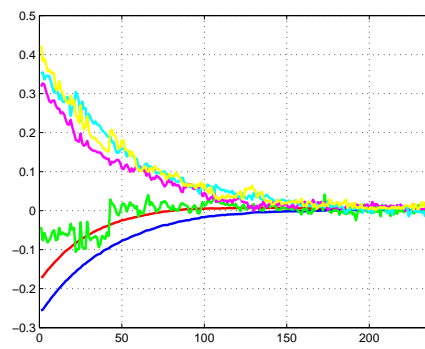
(b) trajectoire de la caméra dans l'espace 3D



(c) vitesses de translation (m/s)

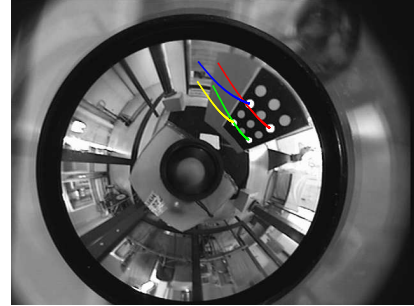
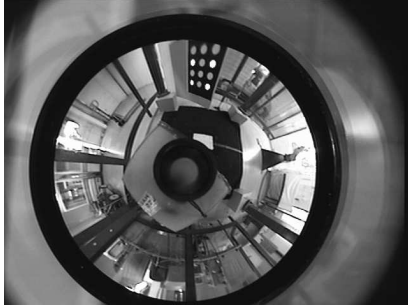


(d) vitesses de rotation (rad/s)



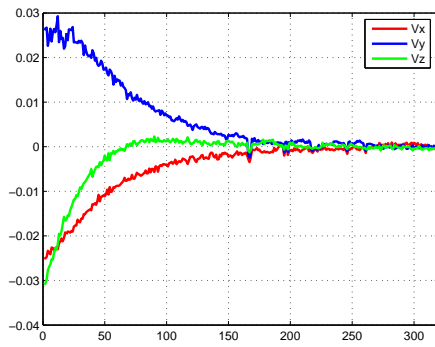
(e) erreur sur les coordonnées des points

FIG. E.7: Résultats de l'asservissement visuel 2D1/2 avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.

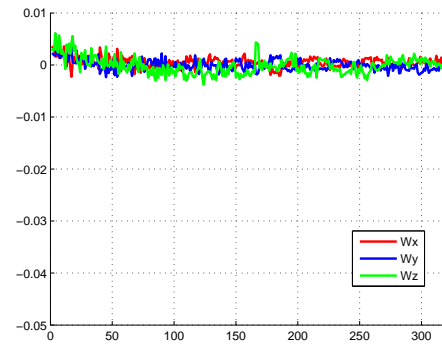


(a) trajectoire dans l'espace image

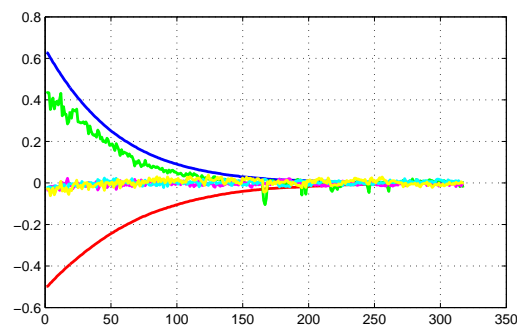
(b) trajectoire de la caméra dans l'espace 3D



(c) vitesses de translation (m/s)



(d) vitesses de rotation (rad/s)



(e) erreur sur les coordonnées des points

FIG. E.8: Résultats de l'asservissement visuel 2D1/2 avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.

E.1.3 AVDécoup

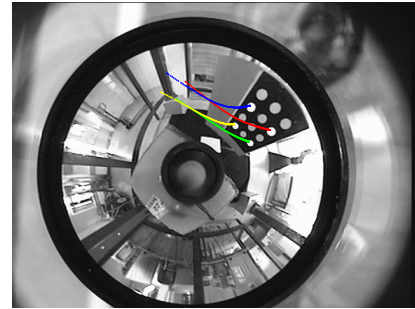
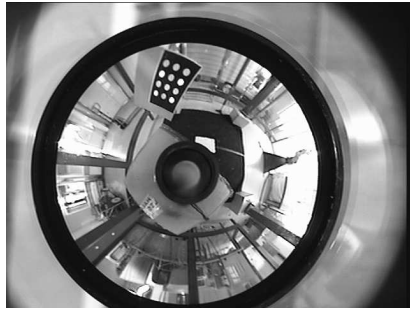
Nous avons effectué dans premier temps, deux tâches de positionnement pour un déplacement générique, en calculant la matrice d'interaction à chaque itération et à l'équilibre. Les résultats sont montrés par les figures E.9 et E.10 (matrice d'interaction à chaque itération et à l'équilibre respectivement). Ces résultats confirment donc la validité de la loi de commande découplée proposée. Cependant, lors d'un déplacement générique considéré, il est difficile de remarquer le découplage proposé.

Notons que le déplacement en rotation seule (ou en translation seule) défini dans le repère caméra n'est pas pur. En effet, cela est lié aux erreurs d'étalonnage du système robot/caméra.

Comme nous le remarquons par les résultats dans la figure E.11, des vitesses de translation ne sont pas nulles. Cela est vrai pour le cas où le mouvement est supposé être une rotation pure.

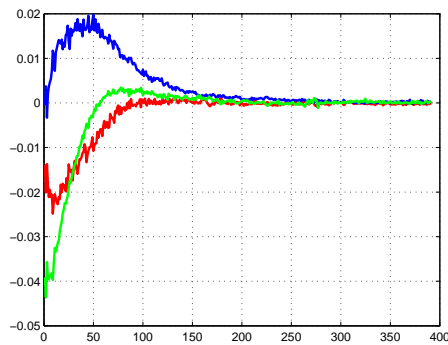
E.2 Asservissement visuel catadioptrique à partir de droites

Des résultats pour un déplacement générique en utilisant un AV2D à partir des droite sont illustrés dans la figure E.13.

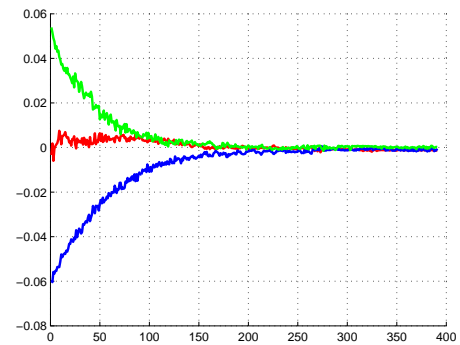


(a) trajectoire dans l'espace image

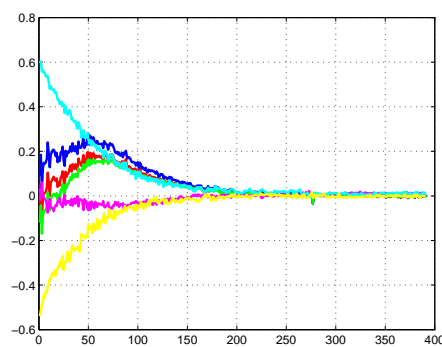
(b) trajectoire de la caméra dans l'espace 3D



(c) vitesses de translation (m/s)

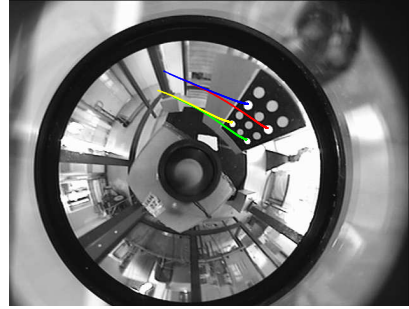
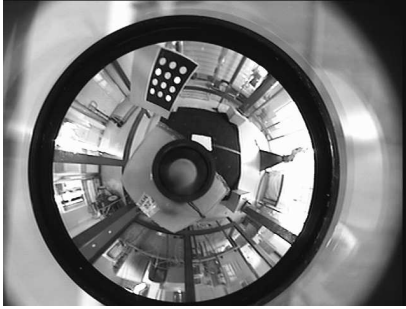


(d) vitesses de rotation (rad/s)



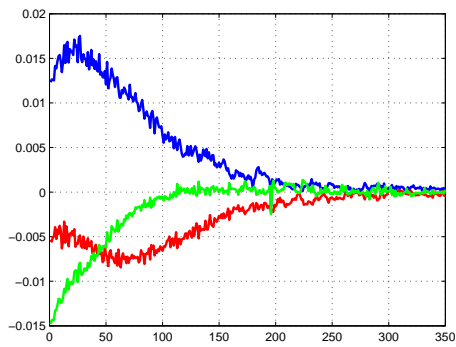
(e) erreur sur les coordonnées des points

FIG. E.9: Résultats de l'asservissement visuel 2D découplé avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.

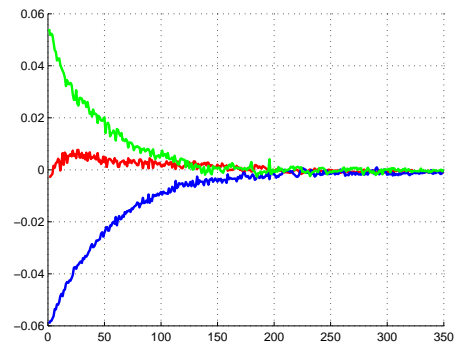


(a) trajectoire dans l'espace image

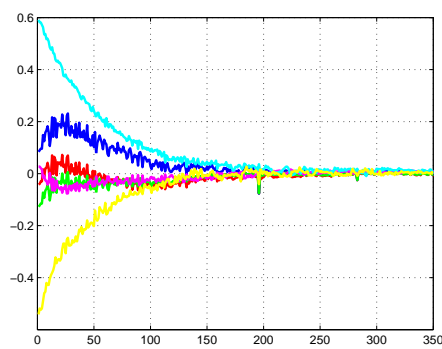
(b) trajectoire de la caméra dans l'espace 3D



(c) vitesses de translation (m/s)

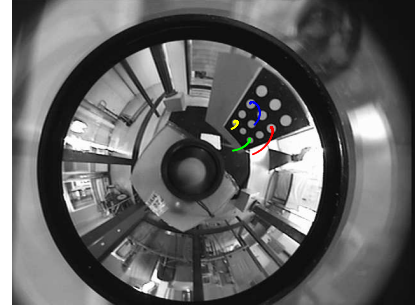
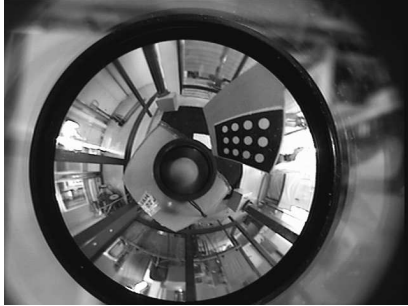


(d) vitesses de rotation (rad/s)



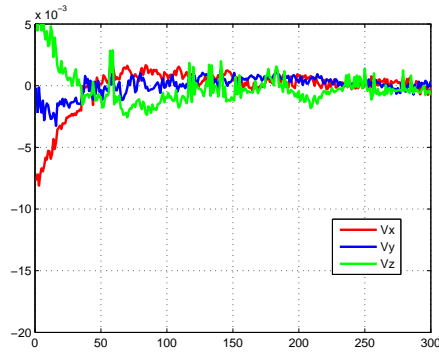
(e) erreur sur les coordonnées des points

FIG. E.10: Résultats de l'asservissement visuel 2D découplé avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à l'équilibre.

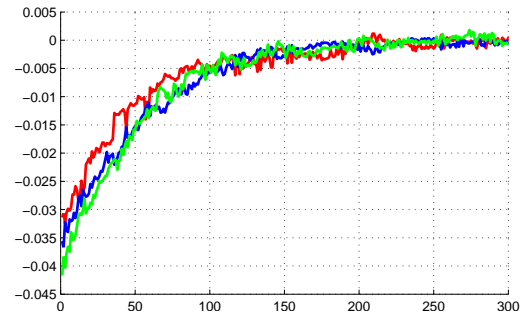


(a) trajectoire dans l'espace image

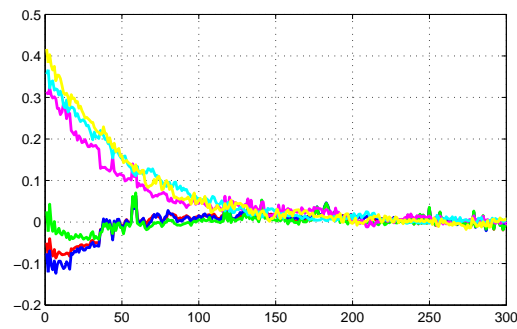
(b) trajectoire de la caméra dans l'espace 3D



(c) vitesses de translation (m/s)

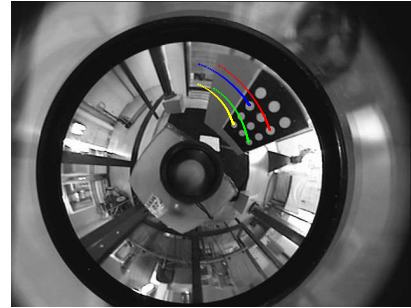
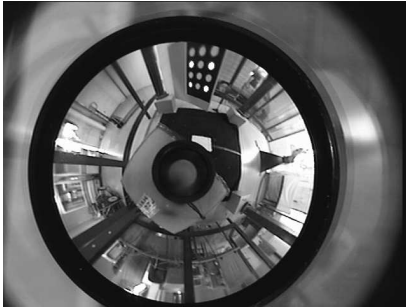


(d) vitesses de rotation (rad/s)



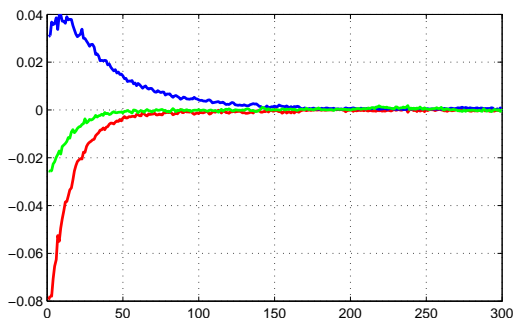
(e) erreur sur les coordonnées des points

FIG. E.11: Résultats de l'asservissement visuel 2D découplé avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.

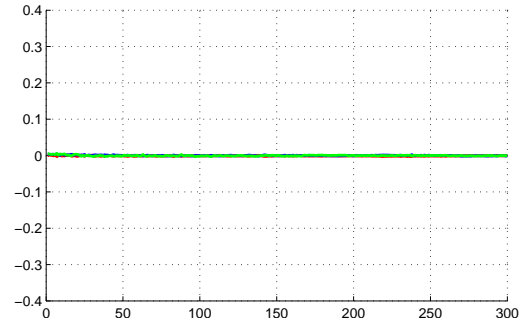


(a) trajectoire dans l'espace image

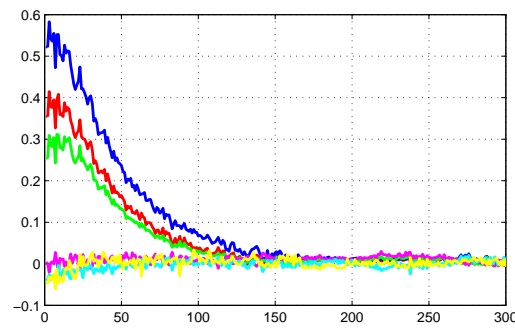
(b) trajectoire de la caméra dans l'espace 3D



(c) vitesses de translation (m/s)

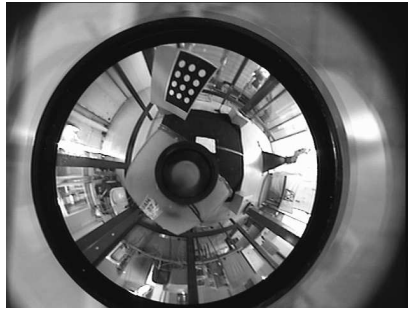


(d) vitesses de rotation (rad/s)

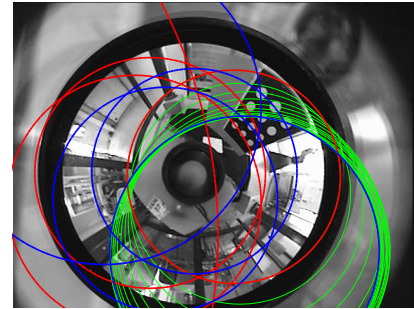


(e) erreur sur les coordonnées des points

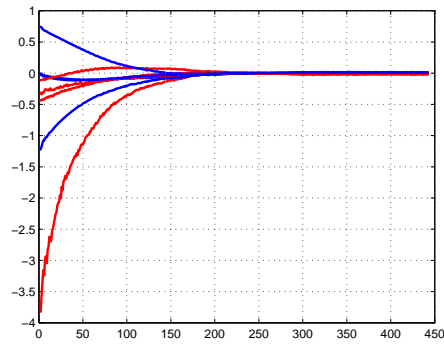
FIG. E.12: Résultats de l'asservissement visuel 2D découplé avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.



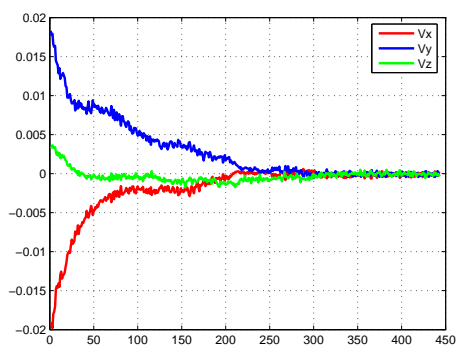
(a) image initiale



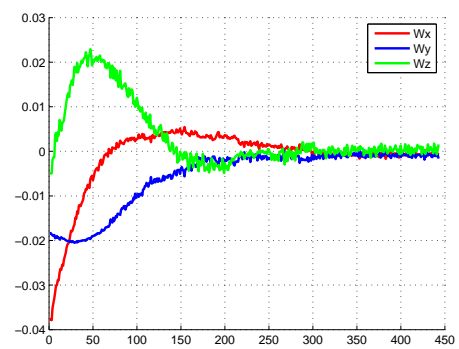
(b) image désirée et trajectoire



(c) vecteur des erreurs



(d) vitesses de translation (m/s)



(e) vitesses de rotation (rad/s)

FIG. E.13: Résultats de l'asservissement visuel 2D avec des droites en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.

Annexe F

Application d'un suivi de droite par un robot mobile non holonome

Dans cette partie, nous montrons comment utiliser des informations fournies par une caméra catadioptrique pour le suivi de droites 3D par un robot mobile non-holonome. Nous présentons dans un premier temps l'objectif de la commande dans l'espace de travail du robot. Nous reformulons ensuite le problème dans l'espace image de la caméra catadioptrique. Cette dernière formulation est alors exploitée pour construire une loi de commande basée sur la théorie des systèmes chainés. L'approche est finalement validée à travers des simulations et des résultats expérimentaux sur un système réel robot mobile / caméra catadioptrique.

F.0.1 Problématique

Soient \mathcal{F}_r et \mathcal{F}_m les repères attachés au robot mobile et à la caméra catadioptrique respectivement. Comme nous l'avons précisé précédemment, la caméra catadioptrique est embarquée sur le robot mobile. Afin de simplifier les transformations entre les repères \mathcal{F}_r et \mathcal{F}_m , l'axe optique de la caméra (l'axe Z du repère \mathcal{F}_m) est supposé approximativement confondu avec l'axe de rotation du robot mobile (généralement l'axe Z du repère \mathcal{F}_r). La matrice de rotation entre \mathcal{F}_m et \mathcal{F}_r est prise égale à l'identité. Dans ce cas, les repères \mathcal{F}_r et \mathcal{F}_m sont liés par une simple translation le long de l'axe Z . Le robot mobile se déplace avec une vitesse longitudinale v le long de l'axe X du repère \mathcal{F}_m et d'une vitesse angulaire ω autour de l'axe optique de la caméra.

Soit \mathcal{L} une droite 3D de l'espace définie par ses coordonnées de Plücker $[\underline{\mathbf{u}}^\top \ \underline{\mathbf{h}}^\top \ h]^\top$ exprimées dans le repère miroir de la caméra catadioptrique. Nous supposons que \mathcal{L} est parallèle au plan XY du repère \mathcal{F}_r . Cette droite se projette en une conique Ω dans l'image catadioptrique normalisée.

L'objectif est de construire une loi de commande permettant de réaliser une tâche de suivi de la droite 3D par un robot mobile à une distance fixée (voir Figure F.1).

L'état du robot peut être exprimé par le vecteur

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} x_r & y_r & \theta_r \end{bmatrix}^\top \quad (\text{F.1})$$

où x_r et y_r sont les coordonnées du centre du repère \mathcal{F}_m (et \mathcal{F}_r) par rapport à un repère 2D de référence attaché au sol, et θ_r est l'écart angulaire du robot mobile par rapport à \mathcal{L} (l'écart angulaire entre l'axe X et le vecteur directeur $\underline{\mathbf{u}}$ de la droite \mathcal{L}). La tâche de suivi est réalisée lorsque l'écart latérale y_r atteint sa valeur désirée y_r^* , et que l'écart angulaire θ_r est nulle (c'est-à-dire que les vecteurs ν et $\underline{\mathbf{u}}$ sont parallèles). Le vecteur d'état (F.1) du robot peut alors être réduit à :

$$\mathbf{m}_r = \begin{bmatrix} y_r & \theta_r \end{bmatrix}^\top \quad (\text{F.2})$$

F.0.2 Formulation du problème dans l'espace image

Nous avons vu que l'image catadioptrique d'une droite 3D est définie complètement par le vecteur $\underline{\mathbf{h}}$ normal au plan d'interprétation. Ce plan d'interprétation peut être obtenu à partir du vecteur directeur $\underline{\mathbf{u}}$ de la droite et d'un point quelconque appartenant à \mathcal{L} . Notons que le vecteur directeur $\underline{\mathbf{u}}^*$ exprimé dans le repère de la caméra dans sa configuration désirée \mathcal{F}_m^* (c'est-à-dire lorsque la direction de déplacement du robot est parallèle à la droite \mathcal{L}) est donné par $\underline{\mathbf{u}}^* = [1 \ 0 \ 0]^\top$ (voir figure F.2). Lorsque le robot n'est pas aligné avec la droite \mathcal{L} , le vecteur directeur $\underline{\mathbf{u}}$ exprimé dans le repère caméra ne dépend que de l'orientation θ_r . Par conséquent, $\underline{\mathbf{u}}$ peut s'écrire :

$$\underline{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) \\ -\sin(\theta_r) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{F.3})$$

Considérons un point \mathcal{P} appartenant à \mathcal{L} et de coordonnées $\mathbf{P} = [y_r \sin(\theta_r) \ y_r \cos(\theta_r) \ g]^\top$ exprimées dans le repère caméra, où g est la hauteur de la droite \mathcal{L} par rapport au plan (XY) du repère caméra. Le vecteur normal au plan d'interprétation peut être obtenue par $\underline{\mathbf{h}} \propto \mathbf{P} \times \underline{\mathbf{u}}$ et peut donc s'écrire :

$$\underline{\mathbf{h}} \propto \begin{bmatrix} -g \sin(\theta_r) \\ -g \cos(\theta_r) \\ y_r \end{bmatrix} \quad (\text{F.4})$$

Soit le vecteur de mesure $\mathbf{s} = [B_3 \ B_4]^\top$ contenant les deux coefficients B_3 et B_4 permettant de définir complètement la projection catadioptrique d'une droite 3D. Les expressions de ces coefficients sont (se référer à (4.52)) :

$$\begin{cases} B_3 &= \frac{h_x}{h_z} \\ B_4 &= \frac{h_y}{h_z} \end{cases} \quad (\text{F.5})$$

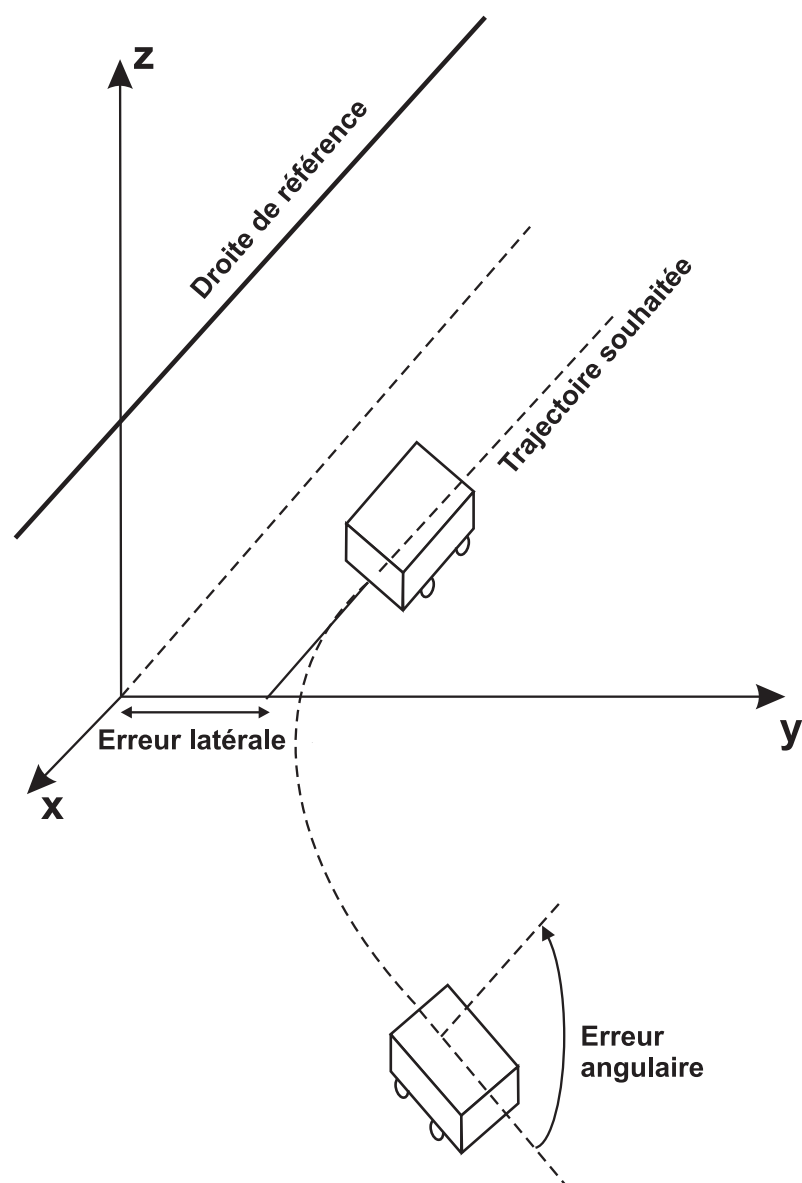


FIG. F.1: Tâche de suivi

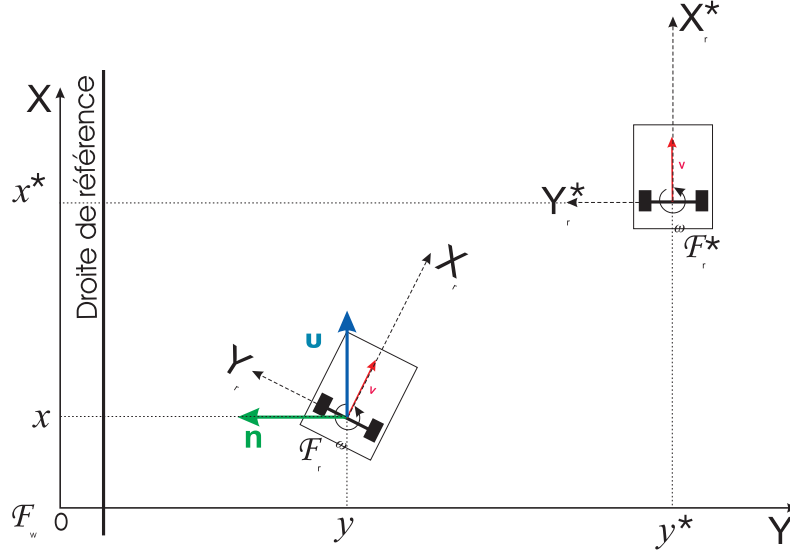


FIG. F.2: Modèle du robot mobile char

En utilisant (F.5) et (F.4), nous obtenons :

$$y_r = \frac{g}{\sqrt{B_3^2 + B_4^2}} \quad (\text{F.6})$$

Notons que l'expression (F.6) n'est singulière que lorsque $B_3^2 + B_4^2 = 0$. Ceci n'est vrai que lorsque la droite \mathcal{L} appartient au plan (XY) du repère \mathcal{F}_m (c'est-à-dire que la projection catadioptrique de la droite dans l'image normalisée est un cercle centré en $[0 \ 0]^\top$). En combinant les équations (F.5) et (F.4), l'écart angulaire peut être réécrit en fonction des mesures images B_3 et B_4 :

$$\theta_r = \arctan2(B_3, B_4) \quad (\text{F.7})$$

Après avoir exprimé le vecteur d'état réduit du robot mobile dans l'espace image normalisée par (F.6) et (F.7), nous montrons comment construire une loi de commande permettant au robot mobile non-holonome à suivre une droite 3D.

F.0.3 Loi de commande

L'objectif est de construire une loi de commande permettant de corriger la trajectoire du robot mobile pour suivre la droite 3D à une distance donnée. La tâche de suivie est alors réalisée lorsque la distance latérale y_r est égale à une distance souhaitée y_r^* soit lorsque $y_e = y_r - y_r^* = 0$, et l'écart angulaire θ_r est égale à zero. Afin de réaliser cette tâche de suivi, nous avons utilisé le formalisme des systèmes chaînés [Samson 95, Thuilot 02a]. Soit un robot mobile non holonome de modèle cinématique tricycle. Le robot mobile est supposé sde déplacer sur un sol plat sans

glissement. Le modèle cinématique liant l'état du robot mobile et son vecteur de commande $\mathbf{u}_c = [v \ \omega]^\top$ s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_r = v \cos \theta_r \\ \dot{y}_r = v \sin \theta_r \\ \dot{\theta}_r = \omega \end{cases} \quad (\text{F.8})$$

Notons que le modèle cinématique (F.8) peut être exprimé directement dans l'espace image normalisée en utilisant la matrice d'interaction. Afin de simplifier le calcul de la loi de commande, nous exploitons le modèle cinématique dans l'espace cartésien et nous utilisons ensuite les équations (F.6) et (F.7) pour exprimer la loi de commande dans l'espace image.

La structure générale d'un système chaîné de dimension 3 de vecteur d'état $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3]^\top$ et de vecteur de commande $\mathbf{m} = [m_1 \ m_2]^\top$ de dimension 2 s'écrit [Samson 91] :

$$\begin{cases} \dot{a}_1 = m_1 \\ \dot{a}_2 = a_3 m_1 \\ \dot{a}_3 = m_2 \end{cases} \quad (\text{F.9})$$

En remplaçant la dérivée temporelle par une dérivée par rapport à l'état a_1 et utilisant les notations :

$$\frac{da_i}{da_1} = \acute{a}_i \quad \text{and} \quad m_2 = \frac{m_1}{m_1}$$

le système chaîné (F.9) s'écrit :

$$\begin{cases} \acute{a}_1 = 1 \\ \acute{a}_2 = a_3 \\ \acute{a}_3 = m_2 \end{cases} \quad (\text{F.10})$$

Les deux dernières équations du système (F.10) forment alors un sous-système linéaire. Pour que la commande latérale puisse être indépendante de la vitesse v , il faut que la variable a_1 , qui définit le changement d'échelle des temps, soit homogène à la distance parcourue par le véhicule. Dans cette optique, il est intéressant de choisir :

$$a_1 = x \quad (\text{F.11})$$

Par souci de simplicité, nous choisissons également :

$$a_2 = y_e \quad (\text{F.12})$$

A partir des choix (F.11) et (F.12), le modèle non linéaire (F.8) peut être converti en un système chaîné (F.9) et (F.10). Plus précisément, on peut montrer successivement que $\dot{a}_1 = m_1 = \dot{x} = v \cos \theta_r$, $\dot{a}_2 = v \sin \theta_r = a_3 m_1$ et donc :

$$a_3 = \frac{\dot{a}_2}{m_1} = \tan \theta \quad (\text{F.13})$$

Par conséquent, la variable a_3 n'est pas définie pour $\theta_r = \frac{\pi}{2} [\pi]$. Enfin, à partir de (F.8), la variable de commande m_2 est donnée par :

$$m_2 = \frac{\omega}{\cos^2 \theta} \quad (\text{F.14})$$

En considérant l'expression (F.10), on note que l'évolution des deux variables a_2 et a_3 est liée et consiste simplement en un double intégrateur piloté par la seule commande virtuelle m_3 :

$$m_3 = -K_d a_3 - K_p a_2 \quad \text{avec} \quad (K_p, K_d) \in \mathcal{R}^2 \quad (\text{F.15})$$

où $m_3 = \frac{m_2}{m_1} = \frac{\omega}{v \cos^3 \theta}$.

En effet, en reportant (F.15) dans (F.10), il est obtenu :

$$\dot{a}_2 + K_d a_2 + K_p a_2 = 0 \quad (\text{F.16})$$

Si les constantes K_p et K_d sont choisies strictement positives, alors (F.16) impose que a_2 et a_3 convergent vers zéro. Puisque $a_2 = y_e$ et $a_3 = \tan \theta_r$, y_e et θ_r convergent vers zéro également et on obtient la loi de commande :

$$\omega = -v \cos^3 \theta_r (K_d \tan \theta_r + K_p y_e) \quad (\text{F.17})$$

Comme $a_1 = x_r$, les gains K_p et K_d imposent une distance et non plus un temps d'établissement. Ainsi, pour une même configuration initiale, le chemin parcouru par le robot mobile reste identique, quelle que soit sa vitesse linéaire. L'étude de l'équation différentielle du second ordre (F.16) permet de fixer les gains K_p et K_d en fonction des performances souhaitées pour la commande latérale.

En introduisant (F.6) et (F.7) dans l'équation (F.17), nous obtenons :

$$\omega = -v \cos^3 \left(\tan^{-1} \frac{B_3}{B_4} \right) \left(K_d \frac{B_3}{B_4} + K_p \frac{g}{\sqrt{B_3^2 + B_4^2}} \right) \quad (\text{F.18})$$

La loi de commande (F.18) est exprimée en fonction des mesures images B_3 et B_4 , et du paramètre 3D g . En expérimentation, l'estimation $\hat{g} = \Delta g \cdot g$ est utilisée. Cependant, la loi de commande (F.18) peut s'écrire :

$$\omega = -v \cos^3 \left(\tan^{-1} \frac{B_3}{B_4} \right) \left(K_d \frac{B_3}{B_4} + K'_p \frac{g}{\sqrt{B_3^2 + B_4^2}} \right) \quad (\text{F.19})$$

avec $K'_p = K_p \cdot \Delta g$. Ce qui implique qu'une mauvaise estimation de g agit sur le gain proportionnel K_p comme un facteur multiplicateur et donc modifie les performances souhaitées de la loi de commande. En pratique, Δg est surestimée pour calculer les gains de commande.

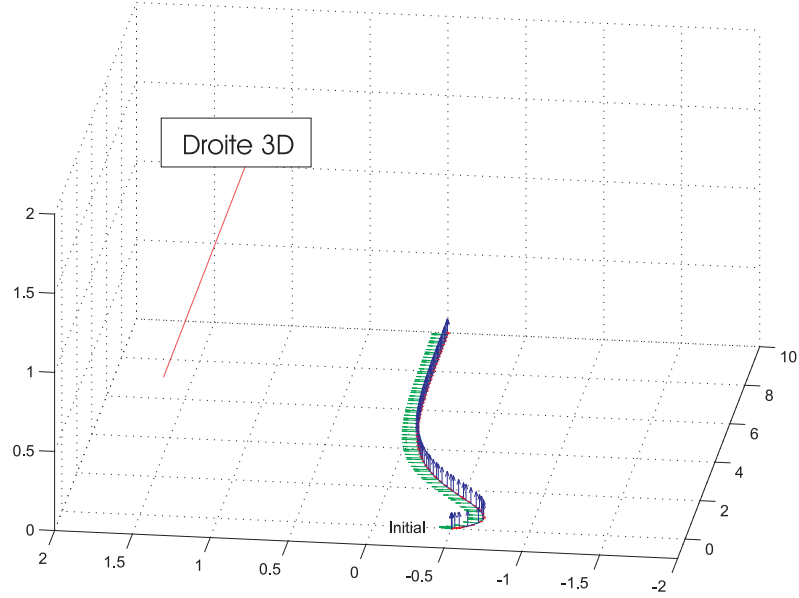


FIG. F.3: Configuration du système et trajectoire du robot

F.0.4 Résultats de simulation

Dans cette partie, nous présentons des résultats de simulation de la loi de commande (F.19) pour le suivi de droite 3D par un robot mobile non-holonome. Deux types de capteur catadioptrique sont considérés, un para-catadioptrique (miroir parabolique associé à une caméra orthographique) et un hyper-catadioptrique (miroir hyperbolique associé à une caméra perspective). Nous avons considéré ; pour les deux simulations, le même robot mobile (même modèle cinématique) et la même distance souhaitée y_r^* . La vitesse longitudinale du robot mobile est fixée à 0.1 m.s^{-1} et les gains K_p et K_d sont choisis égaux à 1 et 2. Les configurations spatiale de la droite 3D à suivre et initiale du repère miroir (ou robot mobile) sont données par la figure F.3. Nous avons utilisé des paramètres d'étalonnage erronés $\hat{\mathbf{K}}$ (un bruit additif d'une valeur de $\pm 10\%$ sur les focales réelles et d'une valeur de ± 5 pixels sur les coordonnées exactes du point principal). La hauteur g est fixée à 1.2 m au lieu de sa valeur réelle de 1 m. Un bruit de mesure, d'une amplitude de ± 5 pixels, est introduit lors de l'extraction des paramètres B_3 et B_4 . Comme nous pouvons le constater sur les figures F.4 et F.5, les erreurs angulaire et latérale sont bien régulées à zero dans les deux cas. Notons que la convergence de ces erreurs est similaire dans les deux cas. La trajectoire du robot mobile est donnée par la figure F.3. Dans le cas où un capteur hyper-catadioptrique est utilisé, la figure F.6 montre à la fois l'image initiale de la projection catadioptrique de la droite 3D (en bleu), l'image désirée (en rouge) et la trajectoire dans l'image (en vert). Des résultats similaires sont obtenus lorsqu'un capteur para-catadioptrique est utilisé.

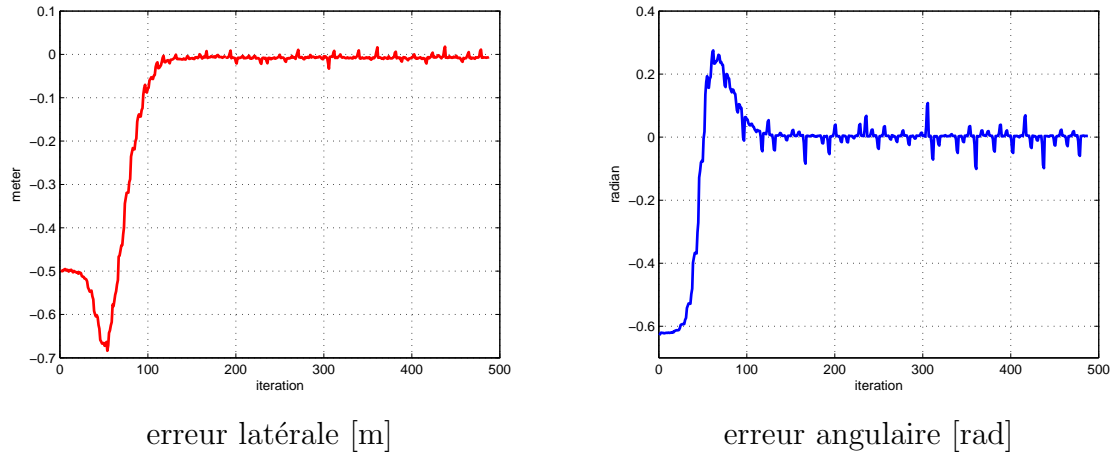


FIG. F.4: Simulation avec un capteur para-catadioptrique

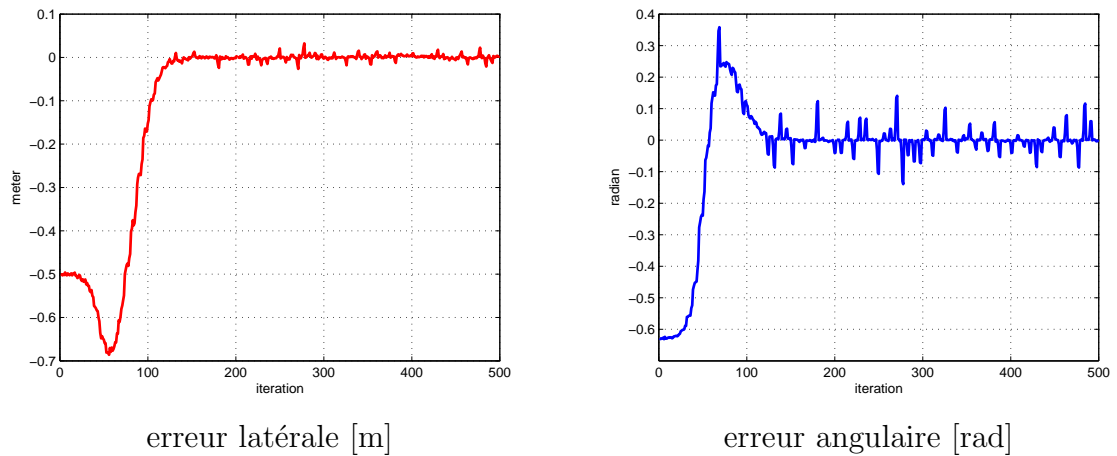


FIG. F.5: Simulation avec un capteur hyper-catadioptrique

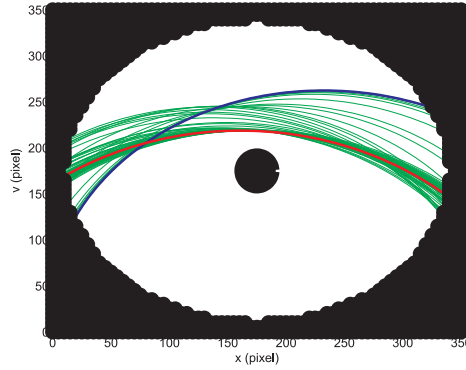


FIG. F.6: Trajectoires des coniques dans l'image catadioptrique

F.0.5 Résultats expérimentaux

Dans cette partie, nous validons l'approche de suivi de droite par un robot mobile avec une expérimentation réelle. Le système caméra/robot est composé d'un capteur para-catadioptrique, grossièrement étalonné, monté sur le robot mobile Pioneer 2. Le capteur catadioptrique est placé de manière à ce que l'axe de rotation du robot et l'axe optique de la caméra soient grossièrement alignés (voir figure F.7). Le but de la tâche, comme nous l'avons décrit précédemment, consiste à amener le robot parallèlement à une droite 3D de référence à une distance souhaitée. La droite de référence est représentée par les plinthes (voir figure F.7). La projection catadioptrique des plinthes à la position initiale du robot, est un cercle donnée par la figure F.8(a) en vert. Lorsque la tâche de suivi est réalisée, l'image des plinthes coïncide avec le cercle, issu de la projection des plinthes à la configuration désirée du robot, donnée par la figure F.8(b) en rouge. La hauteur g utilisée dans la loi de commande (F.19) est mesurée à l'œil nu ($\hat{g} = 1.5$ m). Pour une distance d'établissement choisie égale à 1 m, les gains de commande K_p et K_d sont égales à 20 et 9. Comme nous l'avons précisé dans les expériences précédentes, le suivi des coniques dans l'image catadioptrique à partir des portions de conique n'est pas trivial. Cependant, les images de droite obtenues par le capteur utilisé sont des cercles. Dans ce cas, des algorithmes stable pour l'extraction de cercle peuvent être utilisés [Barreto 03a, Fitzgibbon 99]. Dans cette expérimentation, le cercle (image de plinthes) est suivi en utilisant VISP [Marchand 05]. Les paramètres du cercle sont donc utilisés pour calculer la loi de commande (F.19). Les figures F.9(a) et F.9(b) correspondant aux erreurs latérale et angulaire confirment que la tâche de suivi est correctement réalisée.

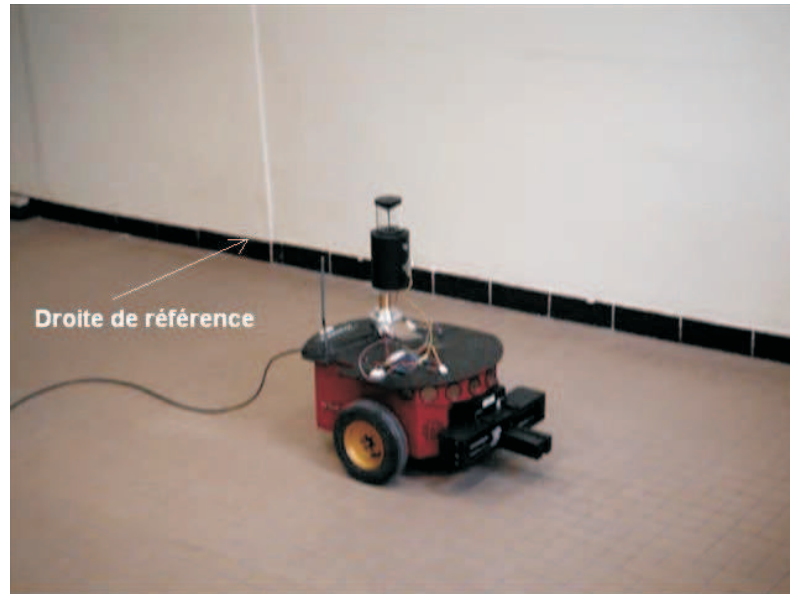


FIG. F.7: Robot mobile Pioneer 2 équipé d'une caméra catadioptrique

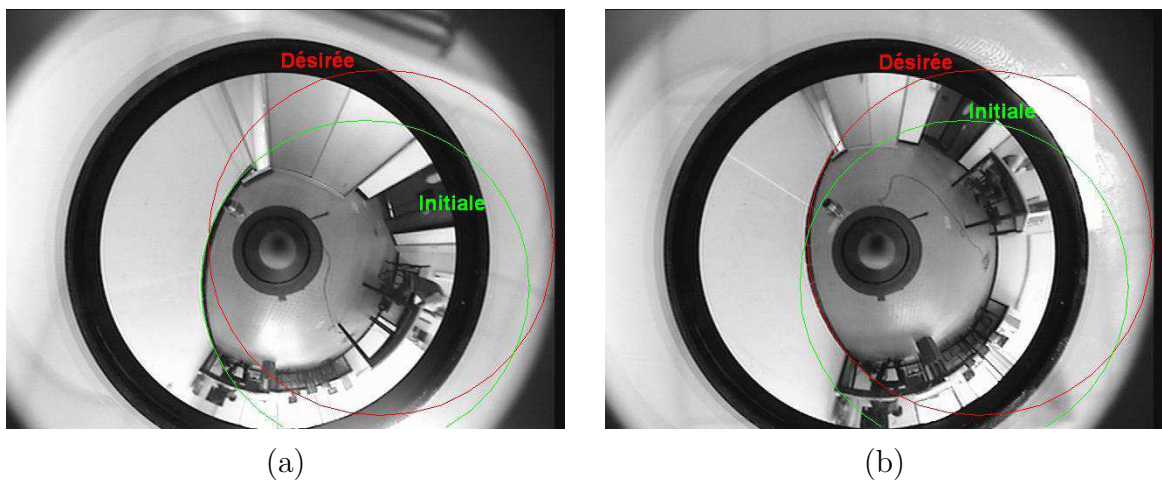


FIG. F.8: (a) Image initiale, (b) image désirée

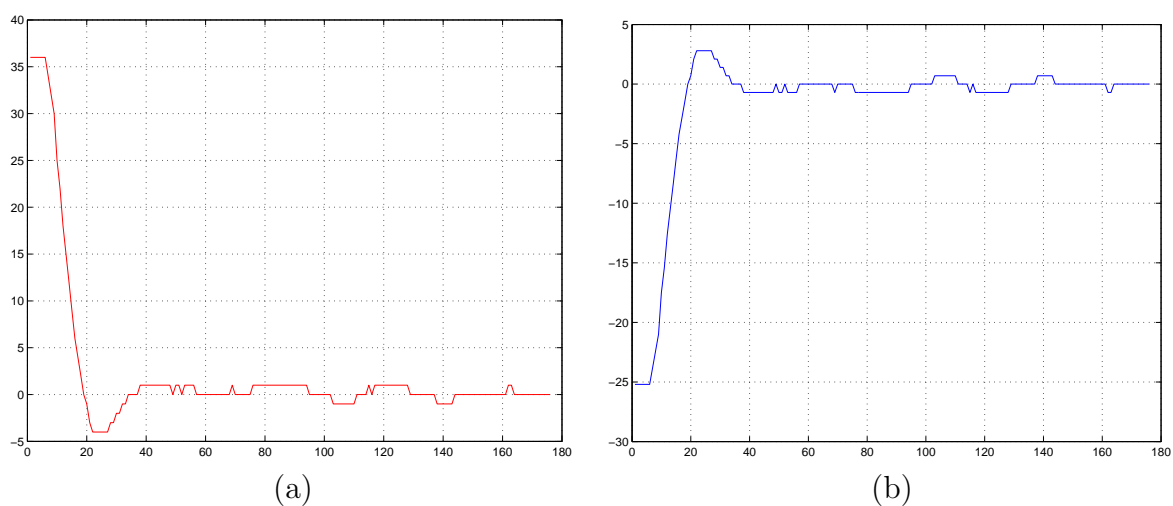


FIG. F.9: (a) erreur latérale [cm], (b) erreur angulaire [deg]

Bibliographie

- [Andreff 00] N. Andreff, B. Espiau, R. Horaud. – Visual servoing from lines. – *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, 2000.
- [Andreff 01] N. Andreff, R. Horaud, B. Espiau. – Robot hand-eye calibration using structure from motion. *International Journal of Robotics Research*, 2001.
- [Andreff 02] N. Andreff, B. Espiau, R. Horaud. – Visual servoing from lines. *International Journal of Robotics Research*, 21(8) :679–700, August 2002.
- [Angeles 02] J. Angeles. – *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems*. – Springer-Verlag, 2 édition, New York, 2002.
- [Baker 99] S. Baker, S. K. Nayar. – A theory of single-viewpoint catadioptric image formation. *International Journal of Computer Vision*, 35(2) :1–22, November 1999.
- [Barreto 02a] J. Barreto, H. Araujo. – Geometric properties of central catadioptric line images. – *7th European Conference on Computer Vision, ECCV'02*, pp. 237–251, Copenhagen, Denmark, May 2002.
- [Barreto 02b] J. P. Barreto, F. Martin, R. Horaud. – Visual servoing/tracking using central catadioptric images. – *ISER2002 - 8th International Symposium on Experimental Robotics*, pp. 863–869, Bombay, India, July 2002.
- [Barreto 03a] J. Barreto, H. Araujo. – Direct least square fitting of paracatadioptric line images. – *OMNIVIS 2003 - Workshop on Omnidirectional Vision and Camera Networks*, pp. 78–83, Madison, Wisconsin, USA, June 2003.
- [Barreto 03b] J.P. Barreto. – *General Central Projection Systems : Modeling, Calibration and Visual Servoing*. – PhD. Thesis, University of Coimbra, September 2003.
- [Benhimane 03] S. Benhimane, E. Malis. – Vision-based control with respect to planar and non-planar objects using a zooming camera.

- *IEEE International Conference on Advanced Robotics*, pp. 863–869, Coimbra, Portugal, July 2003.
- [Benhimane 06a] S. Benhimane, E. Malis. – Homography-based 2d visual servoing. – *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Orlando, USA, May 2006.
- [Benhimane 06b] S. Benhimane, E. Malis. – A new approach to vision-based robot control with omni-directional cameras. – *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Orlando, USA, May 2006.
- [Benosman 00] R. Benosman, S. Kang. – *Panoramic Vision*. – Springer Verlag ISBN 0-387-95111-3, 2000.
- [Berry 99] F. Berry. – *Contournement d'objet par asservissement visuel*. – LASMEA-Clermont-ferrand, PhD. Thesis, Université Blaise Pascal- Clermont II, 1999.
- [Bishop 94] B. Bishop, S. Hutchinson, M. Spong. – On the performance of state estimation for visual servo systems. – *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 168–173, 1994.
- [Blaer 02] P. Blaer, P.K. Allen. – Topological mobile robot localization using fast vision techniques. – *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1031–1036, Washington, USA, May 2002.
- [Bolles 73] R. Bolles, R. Paul. – *The use of sensory feedback in a programmable assembly system*. – Technical report cs-396, Stanford Artificial Intelligence Laboratory, Computer Science Department, 1973.
- [Boufama 95] B. Boufama, R. Mohr. – Epipole and fundamental matrix estimation using the virtual parallax property. *IEEE International Conference on Computer Vision*, pp. 1030-1038, Cambridge, USA, 1995.
- [Boukir 93] S. Boukir. – *Reconstruction 3D d'un environnement statique par vision active*. – PhD. Thesis, Université de Rennes 1, Traitement du signal, IRISA, October 1993.
- [Boult 00] T.E. Boult, R.J. Micallef, M. Eckmann, X. Gao, C. Power, S. Sablak. – Omnidirectional video applications. – *8th Int. Symposium on Intelligent Robotic Systems*, Reading, UK, Juillet 2000.
- [Cadenat 99] V. Cadenat. – *Commande $\dot{\mathbf{r}}_2^1 \ddot{\mathbf{r}}_2^1$ multi-capteurs pour la navigation d'un robot mobile*. – PhD. Thesis, Université Paul Sabatier de Toulouse, 1999.

- [Cervera 03] E. Cervera, A.P. Del Pobil, F. Berry, P. Martinet. – Improving image-based visual servoing with three-dimensional features. *International Journal of Robotics Research, Special Issue on Visual Servoing*, 22(10-11) :821–839, 2003.
- [Chang 00] P. Chang, M. Herbert. – First results in omnidirectional visual servoing. *Advanced Robotics*, 14(3) :205–220, 2000.
- [Chaumette 90] F. Chaumette. – *La relation Vision-Commande : théorie et application à des tâches robotiques*. – PhD. Thesis, Université de Rennes I, France, 1990.
- [Chaumette 98] F. Chaumette. – Potential problems of stability and convergence in image-based and position-based visual servoing. *The Confluence of Vision and Control*, D. Kriegman, G. Hager, A. Morse (eds), *LNCIS Series*, Springer Verlag, 237 :66–78, 1998.
- [Chaumette 00] F. Chaumette, E. Marchand. – A new redundancy-based iterative scheme for avoiding joint limits : Application to visual servoing. – *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, vol. 2, pp. 1720–1725, San Francisco, California, April 2000.
- [Chesi 00] G. Chesi, E. Malis, R. Cipolla. – Automatic segmentation and matching of planar contours for visual servoing. – *International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, April 2000.
- [Chesi 03] G. Chesi, K. Hashimoto, D. Prattichizzo, A. Vicino. – A switching control law for keeping features in the field of view in eye-in-hand visual servoing. – *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3929–3934, Taipei, Taiwan, September 2003.
- [Chuang 97] D-M. Chuang, S-C. Wu, M-K. Hor. – Adaptative fuzzy visual servoing in robot control. – *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 811–816, Albuquerque, New Mexico, USA, April 1997.
- [Collewet 00] C. Collewet, F. Chaumette. – A contour approach for image-based control of objects with complex shape. – *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, IROS'00*, vol. 1, pp. 751–756, Takamatsu, Japon, November 2000.
- [Corke 96] P. Corke, M.C. Good. – Dynamic effects in visual closed-loop systems. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(5) :671–683, October 1996.
- [Corke 00] P. Corke, S. Hutchinson. – A new partitioned approach to image-based visual servo control. – *IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2521–2526, Sidney, Décembre 2000.

- [Couapel 95] B. Couapel, K. Bainian. – Stereo vision with the use of virtual plane in the space. *Chinese Journal of Electronics*, 4(2) :32–39, April 1995.
- [Cowan 02] N.J. Cowan, J.D. Weingarten, D.E. Koditschek. – Visual servoing via navigation functions. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(4) :521–533, August 2002.
- [Criminisi 98] A. Criminisi, I. Reid, A. Zisserman. – Duality, rigidity and planar parallax. – *European Conference on Computer Vision, ECCV'98*, vol. 2, pp. 846–861, Fribourg, Allemagne, June 1998.
- [Dallej 06] T. Dallej, H. Hadj-Abdelkader, N. Andreff, P. Martinet. – Kinematic calibration of a gough-stewart platform using and omnidirectional camera. – *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, IROS'06*, Beijing, China, October 2006.
- [Daucher 97] N. Daucher, M. Dhome, J. T. Laprest $\ddot{\imath}$ $\frac{1}{2}$ and G. Rives. – Speed command of a robotic system by monocular pose estimate. – *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, vol. 1, pp. 55–62, Grenoble, France, September 1997.
- [DeMa 93] S. DeMa. – Conics-based stereo, motion estimation, and pose determination. *International Journal of Computer Vision*, 10(1) :7–25, 1993.
- [Dementhon 95] D. Dementhon, L.S. Davis. – Model-based object pose in 25 lines of code. *International Journal of Computer Vision*, 15(12) :123–141, June 1995.
- [Deriche 94] R. Deriche, Z. Zhang, Q.-T. Luong, O. Faugeras. – *Robust recovery of the epipolar geometry for an uncalibrated stereo rig*. – European Conference on Computer Vision, Stockholm, Sweden, 1994.
- [Dhome 89] M. Dhome, M. Richetin, J.T. Laprest $\ddot{\imath}$ $\frac{1}{2}$ and G. Rives. – Determination of the attitude of 3d objects from a single perspective image. *IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(12) :1265–1278, December 1989.
- [Dhome 90] M. Dhome, J.T. Laprest $\ddot{\imath}$ $\frac{1}{2}$ and M. Richetin, G. Rives. – Spatial localization of modelled objects of revolution in monocular perspective vision. – *European Conference on Computer Vision*, pp. 475–485, 1990.
- [Espiau 92] B. Espiau, F. Chaumette, P. Rives. – A new approach to visual servoing in robotics. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(3) :313–326, June 1992.

- [Faugeras 87] O. Faugeras, F. Lustman, G. Toscani. – Motion and structure from point and line matches. – *1st ICCV*, London, England, June 1987.
- [Faugeras 88] O. Faugeras, F. Lustman. – Motion and structure from motion in a piecewise planar environment. *Int. Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2(3) :485–508, 1988.
- [Faugeras 93] O. Faugeras. – *Three-dimensionnal computer vision : a geometric view point*. – MIT press, Cambridge, Massachusetts, 1993.
- [Fermuller 00] C. Fermuller, Y. Aloimonos, P. Baker, R. Pless, J. Neumann, B. Stuart. – Multi-camera networks : Eyes from eyes. – *Proceedings of the IEEE Workshop on Omnidirectional Vision, Hilton Head Island, USA*, pp. 11–18, June 2000.
- [Fiala 02] M. Fiala, A. Basu. – Robot navigation using panoramic landmark tracking. *AProc. of Vision Interface*, May 2002.
- [Fitzgibbon 99] M. Fitzgibbon, A. W. and Pilu, R. B. Fisher. – Direct least-squares fitting of ellipses. 21(5) :476–480, mai 1999.
- [Flandin 00] G. Flandin, F. Chaumette, E. Marchand. – Eye-in-hand / eye-to-hand cooperation for visual servoing. – *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, San Francisco, CA, Avril 2000.
- [Gangloff] J. Gangloff. – *Asservissements visuels rapides d'un robot manipulateur $\ddot{\theta} \frac{1}{2} 6 \text{ degr}\ddot{\theta} \frac{1}{2} \text{ de libert}\ddot{\theta} \frac{1}{2}$* , school = Université Louis Pasteur, year = 1999,. – PhD. Thesis.
- [Gangloff 00] J. Gangloff, M. de Mathelin. – High speed visual servoing of a 6 dof manipulator using multivariable predictive control. – *IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, Californie, april 2000.
- [Gaspar 00] J. Gaspar, N. Winters, J. Santos-Victor. – Vision-based navigation and environmental representations with an omnidirectional camera. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 16(6) :890–898, December 2000.
- [Geyer 00] C. Geyer, K. Daniilidis. – A unifying theory for central panoramic systems and practical implications. – *European Conference on Computer Vision*, vol. 29, pp. 159–179, Dublin, Ireland, May 2000.
- [Geyer 03] C. Geyer, K. Daniilidis. – Mirrors in motion : Epipolar geometry and motion estimation. – *International Conference on Computer Vision, ICCV03*, pp. 766–773, Nice, France, 2003.

- [Gluckman 98a] J.M. Gluckman, S.K. Nayar. – Ego-motion and Omnidirectional Cameras. – *IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, pp. 999–1005, Jan 1998.
- [Gluckman 98b] J.M. Gluckman, S.K. Nayar, K.J. Thoresz. – Real-Time Omnidirectional and Panoramic Stereo. – *DARPA Image Understanding Workshop (IUW)*, pp. 299–303, Nov 1998.
- [Gluckman 99] J. Gluckman, S.K. Nayar. – Planar Catadioptric Stereo : Geometry and Calibration. – *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, vol. 1, pp. 22–28, Jun 1999.
- [Gluckman 02] J.M. Gluckman, S.K. Nayar. – Rectified Catadioptric Stereo Sensors. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(2) :224–236, Feb 2002.
- [HadjAbdelkader 05a] H. Hadj-Abdelkader, Y. Mezouar, N. Andreff, P. Martinet. – Image-based control of mobile robot with central catadioptric cameras. – *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, ICRA'05*, Barcelona, Spain, April 2005.
- [HadjAbdelkader 05b] H. Hadj-Abdelkader, Y. Mezouar, P. Martinet, F. Chautette. – Asservissement visuel en vision omnidirectionnelle à partir de droites. *Traitement du Signal*, 22(5) :462–482, Septembre 2005.
- [HadjAbdelkader 06] H. Hadj-Abdelkader, Y. Mezouar, N. Andreff, P. Martinet. – Omnidirectional visual servoing from polar lines. – *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, ICRA'06*, Orlando, USA, May 2006.
- [Haralick 89] R. Haralick, H. Joo, C.N. Lee, X. Zhuang, V.G. Vaidya, M.B. Kim. – Pose estimation from corresponding point data. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 19(6) :1426–1446, 1989.
- [Hartley 92] R. I. Hartley. – *Estimation of relative camera positions for uncalibrated cameras.* – G. Sandini(edited by), Computer Vision - ECCV'92, vol. 588 of Lecture Notes in Computer Science, pp, 579-587, Santa Margherita Ligure, Italia., May 1992.
- [Hartley 97] R. I. Hartley. – In defense of the height-point algorithm. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(6) :580-593, June 1997.
- [Hartley 00] R. I. Hartley, A. Zisserman. – *Multiple View Geometry in Computer Vision.* – Cambridge University Press, ISBN : 0521623049, 2000.

- [Hashimoto 96] K. Hashimoto, T. Ebine, H. Kimura. – Visual servoing with hand-eye manipulator - optimal control approach. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 12(5) :766–774, October 1996.
- [Hecht 74] E. Hecht, A. Zajac. – *Optics*. – Addison-Wesley, 1974.
- [Hicks 00] R. A. Hicks, R. Bajcsy. – Catadioptric sensors that approximate wide-angle perspective projections. – *CVPR*, pp. 1545–1551, 2000.
- [Hong 91] J. Hong, X. Tan, B. Pinette, R. Weiss, E.M. Riseman. – Image-based homing. in proceedings. – *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, ICRA '91*, pp. 620–625, California, April 1991.
- [Horaud 89] R. Horaud, B. Conio, O. Le Boulleux, B. Lacolle. – An analytical solution for the perspective 4-point problem. *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 48(2) :277–278, 1989.
- [Horaud 98] R. Horaud, F. Dornaika, B. Espiau. – Visually guided object grasping. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 14(4) :525–532, August 1998.
- [Hua 01] H. Hua, N. Ahuja. – A high-resolution panoramic camera. – *CVPR (1)*, pp. 960–967, 2001.
- [Huang 89] T. S. Huang, O. Faugeras. – Some properties of the e matrix in two-view motion estimation. *IEEE trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(12) :1310–1312, December 1989.
- [Hutchinson 96] S. Hutchinson, G.D. Hager, P. Corke. – A tutorial on visual servo control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(5) :651–670, October 1996.
- [Ieng 05] S. H. Ieng. – *Etude des propriétés $\frac{1}{2}\ddot{\varphi}_2^1$ $g\ddot{\varphi}_2^1 m\ddot{\varphi}_2^1$ riques des capteurs panoramiques*. – PhD. Thesis, Université de Pierre et Marie Curie, 2005.
- [Irani 96] M. Irani, P. Anandan. – Parallax geometry of pairs of points for 3d scene analysis. – *ECCV (1)*, pp. 17–30, 1996.
- [Irani 98] M. Irani, P. Anandan, D. Weinshall. – From reference frames to reference planes : Multi-view parallax geometry and applications. – *ECCV (2)*, pp. 829–845, 1998.
- [Jerian 91] C.P. Jerian, R. Jain. – Structure from motion : A critical analysis of methods. *SMC*, 21 :572–588, 1991.
- [Kawanishi 98] T. Kawanishi, K. Yamazawa, H. Iwasa, T. Takemura, N. Yokoya. – Generation of high-resolution stereo panoramic images by omnidirectional imaging sensor using hexagonal

- pyramidal mirrors. – *Int. Conf. on Pattern Recognition*, vol. 1, pp. 485–489, August 1998.
- [Kelly 96] R. Kelly. – Robust asymptotically stable visual servoing of planar robots. *IEEE trans. on Robotics and Automation*, 12(5) :755–766, October 1996.
- [Khadraoui 99] D. Khadraoui. – *La commande $\ddot{r}_{\frac{1}{2}}\ddot{i}_{\frac{1}{2}}\text{enc}\ddot{\delta}_{\frac{1}{2}}$ vision pour le guidage automatique des $\ddot{v}_{\frac{1}{2}}$ icules*. – PhD. Thesis, Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand, 1999.
- [Koivo 91] A. J. Koivo, N. Houshangi. – Real-time vision feedback for servoing robotic manipulator with self-tuning controller. *IEEE Trans. On Systems, Man, and Cybernetics*, 21(1) :134–142, February 1991.
- [LonguetHiggins 81] H.C. Longuet-Higgins. – A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections. *Nature*, 293 :133–135, September 1981.
- [LonguetHiggins 84] H. C. Longuet-Higgins. – The reconstruction of a scene from two projections : configurations that defeat the 8-point algorithm. – *1st Conference on artificial intelligence applications*, pp. 395–397, Denver, 1984.
- [Lowe 87] D. G. Lowe. – Three-dimensional object recognition from single two-dimensional images. *Artif. Intell.*, 31(3) :355–395, 1987.
- [Luong 93] Q-T. Luong, R. Deriche, O. Faugeras, T. Papadopoulos. – On determining the fundamental matrix : analysis of different methods and experimental results. – *Israeli Conference on Artificial Intelligence and Computer Vision*, Tel-Aviv, Israel, 1993.
- [Luong 96] Q-T. Luong, O. Faugeras. – The fundamental matrix : Theory, algorithms, and stability analysis. *International Journal of Computer Vision*, 17(1), January 1996.
- [Malis 98] E. Malis. – *Contributions $\ddot{r}_{\frac{1}{2}}\ddot{i}_{\frac{1}{2}}\text{la mod}\ddot{\delta}_{\frac{1}{2}}$ isation et $\ddot{r}_{\frac{1}{2}}\ddot{i}_{\frac{1}{2}}\text{la commande en asservissement visuel}$* . – Thèse de doctorat, Université de Rennes I, IRISA, November 1998.
- [Malis 99] E. Malis, F. Chaumette, S. Boudet. – 2 1/2 d visual servoing. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 15(2) :238–250, April 1999.
- [Malis 00] E. Malis, F. Chaumette. – 2 1/2 d visual servoing with respect to unknown objects through a new estimation scheme of camera displacement. *International Journal of Computer Vision*, 37(1) :79–97, June 2000.

- [Malis 03] E. Malis, P. Rives. – Robustness of image-based visual servoing with respect to depth distribution errors. – *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Taipei, Taiwan, September 2003.
- [Malis 04] E. Malis. – Improving vision-based control using efficient second-order minimization techniques. – *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New Orleans, USA, April 2004.
- [Marchand 96] E. Marchand, F. Chaumette, A. Rizzo. – Using the task function approach to avoid robot joint limits and kinematic singularities in visual servoing. – *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, IROS'96*, pp. 1083–1090, Osaka, Japon., Novembre 1996.
- [Marchand 98] E. Marchand, G.D. Hager. – Dynamic sensor planning in visual servoing. *IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, 3 :1988–1993, May 1998.
- [Marchand 01] E. Marchand, F. Chaumette, F. Spindler, M. Perrier. – Controlling the manipulator of an underwater rov using a coarse calibrated pan tilt camera. – *Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2773–2778, Sijilul, Coriul du Sud, Mai 2001.
- [Marchand 05] E. Marchand, F. Spindler, F. Chaumette. – Visp for visual servoing : a generic software platform with a wide class of robot control skills. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 12(4) :40–52, December 2005.
- [Marhic 00] B. Marhic, E. Mouaddib, D. Fofi, E. Brassart. – Localisation absolue par le capteur omnidirectionnel syclop. *Traitement du Signal*, 17(3), 2000.
- [Mariottini 05] G.L. Mariottini, E. Alunno, J. Piazzzi, D. Prattichizzo. – Epipole-based visual servoing with central catadioptric camera. – *2005 icra IEEE*, pp. 3516–3521, 2005.
- [Martinet 96] P. Martinet, J. Gallice, D. Khadraoui. – Vision based control. – *Proceedings of the World Automation Congress, WAC'96, Robotic and Manufacturing Systems*, 1996.
- [Martinet 99] P. Martinet, J. Gallice. – Position based visual servoing using a nonlinear approach. – *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, vol. 1, pp. 531–536, Kyongju, Korea, October 1999.
- [Mei 06] C. Mei, P. Rives. – Calibrage non biaisil d'un capteur central catadioptrique. – *RFIA*, January 2006.

- [Mezouar 00] Y. Mezouar, F. Chaumette. – Généralisation de trajectoire dans l'image : vers l'asservissement visuel robuste. *12th Journées des Jeunes Chercheurs en Robotique*, pp. 131–137, Février 2000.
- [Mezouar 01] Y. Mezouar. – *Planification de trajectoires pour l'asservissement visuel*. – PhD. Thesis, Université de Rennes 1, IRISA, 2001.
- [Mezouar 02] Y. Mezouar, F. Chaumette. – Path planning for robust image-based control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(4) :534–549, August 2002.
- [Mezouar 04a] J.T. Lapresti and Y. Mezouar. – A hessian approach to visual servoing. – *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, IROS'04*, vol. 1, pp. 998–1003, Sendai, Japan, September 2004.
- [Mezouar 04b] Y. Mezouar, E. Malis. – Robustness of central catadioptric image-based visual servoing to uncertainties on 3d parameters. – *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, IROS'04*, pp. 1389–1394, Sendai, Japan, September 2004.
- [Michel 93] H. Michel, P. Rives. – *Singularities in the determination of the situation of a robot effector from the perspective view of 3 points*. – Rapport de Recherche n° 1850, INRIA, February 1993.
- [Morel 00] G. Morel, T. Leibezeit, J. Szewczyk, S. Boudet, J. Pot. – Explicit incorporation of 2d constraints in vision based control of robot manipulators. – P. Corke, J. Trevelyan (édité par), *Experimental Robotics VI*, pp. 99–108. Springer Verlag, 2000.
- [Nalwa 96] V. Nalwa. – *A true omnidirectional viewer*. – Technical report, Bell Laboratories, 1996.
- [Nayar 97] S.K. Nayar. – Catadioptric Omnidirectional Camera. – *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 482–488, Jun 1997.
- [Nayar 99] S.K. Nayar, V. Peri. – Folded Catadioptric Cameras. – *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, vol. 2, pp. 217–223, Jun 1999.
- [Nene 98] S. A. Nene, S. K. Nayar. – Stereo with mirrors. – *ICCV '98 : Proceedings of the Sixth International Conference on Computer Vision*, p. 1087, Washington, DC, USA, 1998.
- [Ollis 99] M. Ollis, H. Herman, S. Singh. – *Analysis and Design of Panoramic Stereo Vision Using Equi-Angular Pixel Cameras*.

- Rapport de Recherche n° CMU-RI-TR-99-04, Pittsburgh, PA, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, January 1999.
- [Orghidan 05] R. Orghidan. – *Catadioptric stereo based on structured light projection*. – PhD. Thesis, Université de Girona, Espagne, 2005.
- [Pajdla 01] T. Pajdla, T. Svoboda, V. Hlavac. – *Panoramic Vision : Sensors, Theory and Applications*, chap. Epipolar Geometry of Central Panoramic Catadioptric Cameras, pp. 73–102. – R. Benosman and S. B. Kang, 2001.
- [Papanikolopoulos 91] N. Papanikolopoulos, P.K. Khosla, T. Kanade. – Vision and control techniques for robotic visual tracking. – *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, vol. 1, pp. 857–864, Sacramento, Californie, April 1991.
- [Papanikolopoulos 95] N. Papanikolopoulos. – Selection of features and evaluation of visual measurements during robotic visual servoing tasks. *Journal of intelligent and robotics systems*, 1995.
- [Park 97] F. C Park, B. Ravani. – Smooth invariant interpolation of rotations. *ACM Transactions on Graphics*, 16(3) :277–295, July 1997.
- [Peleg 01] S. Peleg, M. Ben-Ezra, Y. Pritch. – Omnistereo : Panoramic stereo imaging. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 23(3) :279–290, 2001.
- [Piazzi 04] J. Piazzi, D. Prattichizzo, N.J. Cowan. – Auto-epipolar visual servoing. – *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 363–368, October 2004.
- [Plücker 65] J. Plücker. – On a new geometry of space. *Philosophical transaction of the royal society of London*, 155 :725–791, 1865.
- [Pillard 96] C. Pillard, E. Mouaddib. – A mobile robot using a panoramic view. – *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, ICRA'96*, pp. 89–94, Minneapolis, Minnesota, U.S.A, Mai 1996.
- [Rees. 71] D. W. Rees. – Panoramic television viewing system. *United States Patent No. 3, 505, 465*, 1970, 1971.
- [Remy] S. Remy. – *Etalonnage d'un système de vision embarqué*, school = Université Blaise Pascal, year = 1998, OPTkey = , OPTtype = , address = LASMEA, Clermont-Ferrand, France, month = Juillet, OPTnote = , OPTannote = . – PhD. Thesis.

- [Renaud 03] P. Renaud. – *Apport de la vision pour l'identification $\ddot{g}\dot{\ell}\frac{1}{2}\ddot{m}\dot{\ell}\frac{1}{2}$ rique de $\ddot{m}\dot{\ell}\frac{1}{2}$ anismes parall $\dot{\ell}\frac{1}{2}$ es*. – PhD. Thesis, LaRAMA-LASMEA, Blaise Pascal University, Clermont-Ferrand, 2003.
- [Rives 97] P. Rives, J-J. Borrelly. – Visual servoing techniques applied to an underwater vehicle. – *IEEE International Conference on Robotics and Atomation*, pp. 1851–1856, Albuquerque, New Mexico, USA, April 1997.
- [Robert 95] L. Robert, C. Zeller, O.D Faugeras, M. Hebert. – *Applications of Non-Metric Vision to Some Visually-Guided Robotics Tasks*. – Rapport de Recherche n° 2584, INRIA, June 1995.
- [Ruf 00] A. Ruf, R. Horaud. – Vision-based guidance and control of robots in projective space. – Springer (édité par), *6th European Conference on Computer Vision (ECCV'00)*, vol. 2, pp. 50–66, Dublin, Ireland, June 2000.
- [SafaeRad 92] R. SafaeRad, I. Tchoukanov, K.C. Smith, B. Benhabib. – Three-dimensional location estimation of circular features for machine vision. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8 :624–640, 1992.
- [Samson 91] C. Samson, B. Espiau, M. Le Borgne. – *Robot Control : The Task Function Approach*. – Oxford University Press, 1991.
- [Samson 95] C. Samson. – Control of chained system. application to path following and time-varying stabilization of mobile robot. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(1), 1995.
- [Sanderson 80] A.C Sanderson, L.E Weiss. – Image-based visual servo control using relational graph error signals, 1980.
- [Sanderson 83] A.C Sanderson, L.E Weiss. – *Adaptative visual servo control of robots - Dobot Vision*. – 1983.
- [Schmid 97] C. Schmid, R. Mohr. – Local grayvalue invariants for image retrieval. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(5) :530–534, May 1997.
- [Shashua 94] A. Shashua, N. Navab. – Relative affine structure : Theory and application to 3d reconstruction from perspective views. – *CVPR94*, pp. 483–489, 1994.
- [Shirai 73] Y. Shirai, H. Inoue. – Guiding a robot by visual feedback in assembling tasks. *Pattern Recognition*, 5 :99–108, !973.
- [Shum 00] H. Shum, R. Szeliski. – Systems and experiment paper : Construction of panoramic image mosaics with global and local alignment. *International Journal of Computer Vision*, 36(3) :101–130, 2000.

- [Spain 57] Barry Spain. – *Analytical conics*. – Pergamon Press, 1957.
- [Spain 60] Barry Spain. – *Analytical quadrics*. – Pergamon Press, 1960.
- [Spletzer 01] J. Spletzer, A. Das, R. Fierro, C. Taylor, V. Humar, J. Ostrowski. – Cooperative localization and control for multi-robot manipulation. – *Proceedings of the Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2001)*, 2001.
- [Sturm 00] P. Sturm. – A method for 3d reconstruction of piecewise planar objects from single panoramic images. – *Proceedings of the IEEE Workshop on Omnidirectional Vision, Hilton Head Island, USA*, pp. 119–126, June 2000.
- [Sturm 02] P. Sturm. – Mixing catadioptric and perspective cameras. – *Workshop on Omnidirectional Vision, Copenhagen, Denmark*, pp. 37–44, 2002.
- [Svoboda 98] T. Svoboda, T. Pajdla, V. Hlaváč. – Epipolar geometry of panoramic cameras. – *ECCV (1)*, pp. 218–231, 1998.
- [Svoboda 02a] T. Svoboda, T. Pajdla. – Epipolar geometry for central catadioptric cameras. *International Journal of Computer Vision*, 49(1) :23–37, 2002.
- [Svoboda 02b] T. Svoboda, T. Pajdla. – Epipolar geometry for central catadioptric cameras. *International Journal of Computer Vision*, 49(1) :23–37, August 2002.
- [Tahri 03] O. Tahri, F. Chaumette. – Application of moment invariants to visual servoing. – *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, ICRA'03*, vol. 3, pp. 4276–4281, Taipei, Taiwan, May 2003.
- [Tahri 04] O. Tahri. – *Application des moments $\ddot{\gamma}_{\frac{1}{2}}$ à l'asservissement visuel et au calcul de pose*. – Rennes, PhD. Thesis, Université de Rennes 1, mention informatique, March 2004.
- [Tan 04] K. Tan, H. Hua, N. Ahuja. – Multiview panoramic cameras using mirror pyramids. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 26(7) :941–946, 2004.
- [Tarbouriech 00] S. Tarbouriech, P. Souères. – Advanced control strategy for the visual servoing scheme. – *6th IFAC Symposium on Robotic Control, SYROCO'00*, Vienna, Austria, 2000.
- [Taylor 02] C. J. Taylor. – Videoplus : A method for capturing the structure and appearance of immersive environments. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 8(2) :171–182, 2002.
- [Thuilot 02a] B. Thuilot, C. Cariou, P. Martinet, M. Berducat. – Automatic guidance of a farm tractor relying on a single cp-dgps. *Autonomous Robots*, 13, 2002.

- [Thuilot 02b] B. Thuilot, P. Martinet, L. Cordesses, J. Gallice. – Position-based visual servoing : keeping the object in the field of vision. – *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1624–1629, Washington DC, USA, May 2002.
- [Torr 98] P. H. S Torr, A. Zisserman. – Robust detection of degenerate configurations while estimating the fundamental matrix. *Computer Vision and Image Understanding*, 71(3) :312–333, 1998.
- [Tsakiris 98] D. Tsakiris, P. Rives, C. Samson. – Extending visual servoing techniques to nonholonomic mobile robots. *The Confluence of Vision and Control*, éd. par G. Hager D. Kriegman, A. Morse, pp. 106–117. – Springer Verlag, 1998.
- [Vidal 03] R. Vidal, O. Shakernia, S. Sastry. – Formation control of non-holonomic mobile robots with omnidirectional visual servoing and motion segmentation. – *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 584–589, Taipei, Taiwan, September 2003.
- [Vieille 96] T. Vieille, C. Zeller, L. Robert. – Using collineations to compute motion and structure in an uncalibrated image sequence. *IJCV*, 20(3) :213–242, 1996.
- [Wei 98] Shih-Chieh Wei, Yasushi Yagi, Masahiko Yachida. – Building local floor map by use of ultrasonic and omni-directional vision sensor. – *ICRA*, pp. 2548–2553, 1998.
- [Weiss 87] L.E. Weiss, A.C. Sanderson, C.P. Neuman. – Dynamic sensor-based control of robots with visual feedback. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 3(5) :404–417, October 1987.
- [Wijesoma 93] S. W Wijesoma, D. F. H Wolfe, R. J Richards. – Eye-to-hand coordination for vision-guided robot control applications. *International Journal of Robotics Research*, 12(1) :65–78, February 1993.
- [Wilson 96] W.J Wilson, C.C Williams Hulls, G.S Bell. – Relative end-effector control using cartesian position-based visual servoing. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 12(5) :684–696, 1996.
- [Winter 00] N. Winter, J. Gaspar, G. Lacey, J. Santos-Victor. – Omnidirectional vision for robot navigation. – *Proc. IEEE Workshop on Omnidirectional Vision, OMNIVIS*, pp. 21–28, South Carolina, USA, June 2000.
- [Yagi 90] Y. Yagi, S Kawato. – Panoramic scene analysis with conic

- projection. – *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, IROS'90*, vol. 1, pp. 181–187, 1990.
- [Yagi 94] Y. Yagi, S. Kawato. – Panoramic scene analysis with conic projection. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 10 :11–22, 1994.
- [Yagi 02] Y. Yagi, M. Yachida. – Omnidirectional sensing for human interaction. – *OMNIVIS '02 : Proceedings of the Third Workshop on Omnidirectional Vision*, p. 121, Washington, DC, USA, 2002. IEEE Computer Society.
- [Yamazawa 93] K. Yamazawa, Y. Yagi, S. Kawato. – Omnidirectional imaging with hyperboloidal projection. – *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, IROS'93*, pp. 1029–1034, Yokohama, Japan, July 1993.
- [Yamazawa 95] K. Yamazawa, Y. Yagi, M. Yachida. – Obstacle detection with omnidirectional image sensor hyperomni vision. – *ICRA*, pp. 1062–1067, 1995.
- [Zanne 00] P. Zanne, G. Morel, F. Plestan. – Robust vision based 3d trajectory tracking using sliding mode control. – *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2088–2093, San Francisco, CA, April 2000.
- [Zhang 91] Z. Zhang, R. Weiss, E.M. Riseman. – Feature matching in 360° waveforms for robot navigation. – pp. 742–743, 1991.
- [Zhang 94] Z. Zhang, R. Deriche, O. Faugeras, Quang-Tuan Luong. – *A Robust Technique for Matching two Uncalibrated Images Through the Recovery of the unknown Epipolar Geometry*. – Rapport de Recherche numero 2273, INRIA, May 1994.
- [Zhang 95] Z. Zhang, R. Deriche, O. Faugeras, Q.-T. Luong. – A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry. *Artificial Intelligence Journal*, 78 :87–119, October 1995.
- [Zhang 96] Z. Zhang, Q.-T. Luong, O. Faugeras. – Motion of an uncalibrated stereo rig : Self-calibration and metric reconstruction. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 12(1) :103–113, February 1996.
- [Zhang 98] Z. Zhang. – Determining the epipolar geometry and its uncertainty - a review. *International Journal of Computer Vision*, 27(2) :161–195, mars 1998.

Publications

Journaux

- [1] **H. Hadj-Abdelkader**, Y. Mezouar, P. Martinet, F. Chaumette, "Asservissement visuel en vision omnidirectionnelle à partir de droites", *Traitement du Signal*, 22(5) :462-482, septembre 2005.

Congrès internationaux

- [2] **H. Hadj-Abdelkader**, Y. Mezouar, P. Martinet "Decoupled Visual Servoing from a set of points imaged by an omnidirectional camera", *soumis à IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2007*.
- [3] **H. Hadj-Abdelkader**, Y. Mezouar, P. Martinet, "Path Planning for image based control with omnidirectional cameras", *45^{eme} IEEE Conference on Decision and Control, CDC'06*, San Diego, California, USA, 13-15 décembre 2006.
- [4] **H. Hadj-Abdelkader**, Y. Mezouar, N. Andreff, P. Martinet, "Decoupled Homography-based Visual Servoing with Omnidirectional Cameras", *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robot and Systèms, IROS 2006*, pp.2332-2337, Beijing, China, 9-14 October 2006.
- [5] T. Dallej, **H. Hadj-Abdelkader**, N. Andreff, P. Martinet, "Kinematic Calibration of a Gough-Stewart Platform Using an Omnidirectional Camera", *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robot and Systèms, IROS 2006*, pp.4666-4671, Beijing, China, 9-14 October 2006.
- [6] **H. Hadj-Abdelkader**, Y. Mezouar, N. Andreff, P. Martinet, "Homography based Visual Servoing with Omnidirectional Cameras : the cases of points and lines", *12^{eme} IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR 2006*, Miedzyzdroje, Poland, 28-31 août 2006.

- [7] **H. Hadj-Abdelkader**, Y. Mezouar, N. Andreff, P. Martinet, "Omnidirectional Visual Servoing From Polar Lines", *IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2006*, pp. 2385-2390, Orlando, Florida, May 2006.
- [8] **H. Hadj-Abdelkader**, Y. Mezouar, N. Andreff, P. Martinet, "2 1/2 D Visual Servoing with Central Catadioptric Cameras", *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robot and Systems, IROS 2005*, pp. 2342-2347, Alberta, Canada, 2-6 août 2005.
- [9] **H. Hadj-Abdelkader**, Y. Mezouar, N. Andreff, P. Martinet, "Image-based Control of Mobile Robot with Central Catadioptric Cameras ", *IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2005*, pp. 3533-3538, Barcelone, Espagne, 18-22 avril 2005.
- [10] Y. Mezouar, **H. Hadj-Abdelkader**, P. Martinet, F. Chaumette, "Central Catadioptric Visual Servoing From 3D straight Lines", *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robot and Systems, IROS 2004*, pp 343-349, Sandai, Japon, 28 septembre - 2 octobre 2004.
- [11] Y. Mezouar, **H. Hadj-Abdelkader**, P. Martinet, F. Chaumette, "Visual Servoing From 3D straight Lines With Central Catadioptric Cameras", *IEEE Workshop on Omnidirectional Vision, OMNIVIS 2004*, Prague, R. Tchèque, mai 2004.
- [12] **H. Hadj-Abdelkader**, Y. Mezouar, P. Martinet, "Paracatadioptric Visual Servoing from Lines", *35th International Symposium on Robotics*, Paris, 23-26 mars 2004.

Congrès nationaux

[13] **H. Hadj-Abdelkader**, Y. Mezouar, N. Andreff, P. Martinet, "Utilisation des droites polaires en asservissement visuel omnidirectionnel", *15^{eme} congrès sur la Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle, RFIA 2006*, Tours, 25-27 janvier 2006.

[14] Y. Mezouar, **H. Hadj-Abdelkader**, P. Martinet, "Asservissement Visuel Omnidirectionnel à partir de Droites", *14^{eme} congrès sur la Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle, RFIA 2004*, Toulouse, 28-30 janvier 2004.

Soumissions

[15] **H. Hadj-Abdelkader**, Y. Mezouar, P. Martinet, F. Chaumette, "Catadioptric Visual Servoing From 3D Straight Lines", *soumis à IEEE Transaction on Robotics*.

Table des figures

1.1	Image omnidirectionnelle et son développement panoramique.	7
1.2	Champ visuel.	8
1.3	Trajectoire dans l'image : sortie du champ de vision.	10
2.1	Modélisation de la caméra perspective	15
2.2	Système panoramique avec une le lentille Fisheye.	17
2.3	Caméra panoramique à rotation.	18
2.4	Capteur panoramique RingCam.	19
2.5	Le dessin de l'artist M.C. Escher : Main dans une boule de cristal - 1953.	20
2.6	Surface caustique en coupe 2D.	21
2.7	Le miroir de Hicks.	21
2.8	Miroir élémentaire avec les contraintes du centre de projection unique.	24
2.9	Projection catadioptrique avec un miroir plan.	25
2.10	Capteur panoramique de Nalwa	26
2.11	Capteur catadioptrique stéréo de Gluckman et Nayar.	27
2.12	Projection catadioptrique avec un miroir conique.	27
2.13	Projection catadioptrique avec un miroir sphérique.	28
2.14	Projection catadioptrique avec un miroir elliptique.	29
2.15	Stéréo vision avec deux miroirs elliptiques.	30
2.16	Projection catadioptrique avec miroir hyperbolique (p : paramètre du miroir).	30
2.17	Capteur catadioptrique HyperOmni.	31
2.18	Projection catadioptrique avec miroir parabolique.	32
2.19	Capteur catadioptrique à miroir parabolique.	33
2.20	Modèle de projection avec un miroir parabolique.	38
2.21	Modèle de projection avec un miroir hyperbolique.	38
2.22	Image perspective d'une image omnidirectionnelle.	40
2.23	Interprétation géométrique et projection perspective de droites 3D. .	43
2.24	Projection catadioptrique unifiée de droites 3D.	44
2.25	Droite polaire.	48
2.26	Droite polaire comme image virtuelle.	49
3.1	Contrainte et géométrie épipolaire entre deux caméras perspectives. .	53

3.2	Contrainte et géométrie épipolaire entre deux capteurs catadioptriques centraux.	57
3.3	Représentation des cercles [Geyer 03].	59
3.4	Géométrie de deux vues catadioptriques : cas des points.	61
3.5	Géométrie de deux vues catadioptriques : cas des droites.	66
3.6	Le point principal dans l'image.	68
3.7	Lien géométrique entre d et h	69
3.8	Définition des points pour l'erreur point-droite.	73
3.9	Erreur de reconstruction pour une translation pure en fonction du nombre de points considérés.	76
3.10	Erreur de reconstruction pour une rotation pure en fonction du nombre de points considérés.	77
3.11	Erreur de reconstruction pour un déplacement générique en fonction du nombre de points considérés.	78
3.12	Erreur de reconstruction pour une translation pure en fonction du nombre de droites considérées.	81
3.13	Erreur de reconstruction pour une rotation pure en fonction du nombre de droites considérées.	82
3.14	Erreur de reconstruction pour un déplacement générique en fonction du nombre de droites considérées.	83
3.15	Planification de trajectoire d'une caméra catadioptrique avec des primitives de type point.	85
3.16	Planification de trajectoire d'une caméra catadioptrique avec des primitives de type droite.	86
4.1	Schéma d'un asservissement visuel 2D	98
4.2	Schéma d'un asservissement visuel 3D	99
4.3	Schéma d'un asservissement visuel 2D1/2	100
4.4	Schéma d'un asservissement visuel découplé	107
5.1	AV2D cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : générique.	121
5.2	AV2D cas des points, matrice d'interaction : à l'équilibre, déplacement : générique.	122
5.3	AV2D cas des points, matrice de combinaison : demi-somme, déplacement : générique.	123
5.4	AV2D cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : rotation pure.	124
5.5	AV2D cas des points, matrice de combinaison : demi-somme, déplacement : rotation pure.	125
5.6	AV2D cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : translation pure.	126

5.7	AV2D cas des points, matrice d'interaction : à l'équilibre, déplacement : translation.	127
5.8	AV2D cas des points, matrice de combinaison : demi-somme, déplacement : translation pure.	128
5.9	AV2D1/2 cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : générique.	131
5.10	AV2D1/2 cas des points, matrice d'interaction : à l'équilibre, déplacement : générique.	132
5.11	AV2D1/2 cas des points, matrice de combinaison : demi-somme, déplacement : générique.	133
5.12	AV2D1/2 cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : rotation pure.	134
5.13	AV2D1/2 cas des points, matrice d'interaction : à l'équilibre, déplacement : rotation pure.	135
5.14	AV2D1/2 cas des points, matrice de combinaison : demi-somme, déplacement : rotation pure.	136
5.15	Trajectoire 3D (en mètre) - AV2D1/2 cas des points, matrice de combinaison : demi-somme, déplacement : rotation pure.	137
5.16	AV2D1/2 cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : translation pure.	138
5.17	Trajectoires 3D (en mètre) - AV2D1/2 cas des points, déplacement : translation.	139
5.18	AVDécoup cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : générique.	142
5.19	AVDécoup cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : rotation pure.	143
5.20	AVDécoup cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : translation pure.	144
5.21	AVDécoup cas des points, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : translation pure.	145
5.22	AV2D : trajectoire dans l'espace image.	145
5.23	AV2D cas des droites, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : générique.	150
5.24	AV2D cas des droites, matrice d'interaction : demi-somme, déplacement : générique.	151
5.25	AV2D cas des droites, matrice d'interaction : à l'équilibre, déplacement : générique.	151
5.26	Trajectoire des coniques dans l'image pour un déplacement générique.	152
5.27	AV2D cas des droites, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : rotation.	152
5.28	AV2D cas des droites, matrice d'interaction : à l'équilibre, déplacement : rotation.	153

5.29	AV2D cas des droites, matrice d'interaction : demi-somme, déplacement : rotation.	154
5.30	AV2D cas des droites, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : translation.	155
5.31	AV2D cas des droites, matrice d'interaction : demi-somme, déplacement : translation.	156
5.32	AVDÉcoup cas des droites, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : générique.	158
5.33	AVDÉcoup cas des droites, matrice d'interaction : demi-somme, déplacement : générique.	159
5.34	AV2DdÉcouplé cas des droites, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : rotation.	160
5.35	AV2DdÉcouplé cas des droites, matrice d'interaction : à chaque itération, déplacement : translation.	161
5.36	AVDÉcoup cas des droites, matrice d'interaction : demi-somme, déplacement : translation pure.	162
5.37	Configuration expérimentale : caméra déportée.	166
5.38	AV2D point.	169
5.39	AV2D1/2 point.	170
5.40	AVDÉcoup point.	171
5.41	AV2D droite.	172
5.42	AV2DdÉcouplé droite.	173
6.1	Images des jambes d'un robot parallèle.	181
A.1	Projection sur le sphère unitaire.	184
A.2	Vue 2D d'un projection catadioptrique.	191
B.1	Espace singulier.	194
E.1	Résultats de l'asservissement visuel 2D avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.	203
E.2	Résultats de l'asservissement visuel 2D avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à l'équilibre.	204
E.3	Résultats de l'asservissement visuel 2D avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.	205
E.4	Résultats de l'asservissement visuel 2D avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à l'équilibre.	206
E.5	Résultats de l'asservissement visuel 2D1/2 avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.	208
E.6	Résultats de l'asservissement visuel 2D1/2 avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à l'équilibre.	209
E.7	Résultats de l'asservissement visuel 2D1/2 avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.	210

E.8	Résultats de l'asservissement visuel 2D1/2 avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.	211
E.9	Résultats de l'asservissement visuel 2D découplé avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.	213
E.10	Résultats de l'asservissement visuel découplé avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à l'équilibre.	214
E.11	Résultats de l'asservissement visuel 2D découplé avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.	215
E.12	Résultats de l'asservissement visuel 2D découplé avec des points et en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.	216
E.13	Résultats de l'asservissement visuel 2D avec des droites en utilisant la matrice d'interaction calculée à chaque itération.	217
F.1	Tâche de suivi	221
F.2	Modèle du robot mobile char	222
F.3	Configuration du système et trajectoire du robot	225
F.4	Simulation avec un capteur para-catadioptrique	226
F.5	Simulation avec un capteur hyper-catadioptrique	226
F.6	Trajectoires des coniques dans l'image catadioptrique	227
F.7	Robot mobile Pioneer 2 équipé d'une caméra catadioptrique	228
F.8	(a) Image initiale, (b) image désirée	228
F.9	(a) erreur latérale [cm], (b) erreur angulaire [deg]	229

Asservissement visuel en vision omnidirectionnelle

Ce travail de thèse s'inscrit dans le domaine de la vision pour la robotique. Plus précisément, nous nous sommes intéressés à l'exploitation du champ de vu des caméras panoramiques dans le cadre de l'asservissement visuel. En effet, l'asservissement visuel consiste à intégrer des informations issues d'une ou de plusieurs caméras, dans la boucle de commande des systèmes robotiques. Les approches classiques d'asservissement visuel sont basées sur la régulation à zéro du signal d'erreur entre les mesures visuelles courantes et désirées. Lorsque la configuration souhaitée est très éloignée de la configuration initiale, les informations visuelles peuvent sortir du champ de vu de la caméra. L'utilisation d'une caméra panoramique permet naturellement de réduire les sorties de champ de vu. Nous proposons, à cette fin, des outils adéquats pour la modélisation géométrique et cinématique des informations extraites de l'image panoramique. Nous présentons dans un premier temps les méthodologies pour obtenir une transformation homographique à partir des images panoramiques d'un ensemble d'informations visuelles de types point et droite. Nous montrons également qu'il est possible d'utiliser les droites polaires associées aux droites projetées (des coniques) pour procéder à une simple estimation du point principal et de là à une reconstruction projective. Ensuite, nous présentons des schémas de commande qui utilisent des informations visuelles de natures 2D (asservissement visuel 2D) et mixte (asservissement visuel hybride). Les nouvelles approches hybrides que nous proposons permettent de découpler complètement les vitesses de translation de celles de rotation. Les schémas de commande proposés (2D et hybrides) ont été validés en simulation et sur un robot cartésien à 6 degrés de liberté. Nous présentons également une approche de commande de robot mobile non holonome pour le suivi de droite à partir des mesures extraites des images panoramiques.

Mots-Clefs : Vision panoramique, Asservissement visuel, Géométrie de deux vues, Primitives point et droite

Visual servoing with omnidirectional vision

This thesis is concerned with robot vision. More precisely, we are interested in the integration of panoramic camera in visual servoing. Visual servoing consists in controlling a robotic system by using information extracted from images acquired by one or more cameras. Classical approaches are based on the regulation to zeros of an error function computed from the current and desired measurements. Using such approaches, it is not obvious to insure that the object of interest remains in the camera field of view. To resolve this deficiency, we propose to couple omnidirectional cameras to visual servoing. In order to design suitable control schemes, appropriate tools for geometrical and kinematical modelling of features extracted from the panoramic images have been developed. Dealing with geometrical modelling, relationships between imaged points and/or lines in two views have been exploited to estimate a generic homography matrix valid for the entire class of central cameras. The homography matrix can then be decomposed to achieve partial 3D reconstruction. Two class of visual servoing schemes with omnidirectional cameras have been explored, namely 2D visual servoing and hybrid visual servoing. In particular, a new hybrid approach allow to fully decouple rotational motions from translational motions. The proposed control schemes (2D and hybrid) had been validated through extensive simulations as well as experimental results obtained with a mobile robot and a 6 -DOF robotic arm in eye-in-hand configuration.

Keywords : Panoramic Vision, Visual servoing, Two views geometry, Point and line features